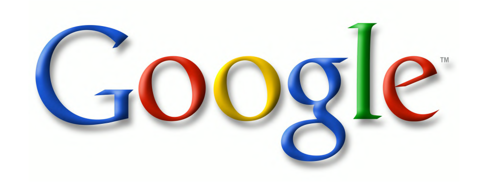
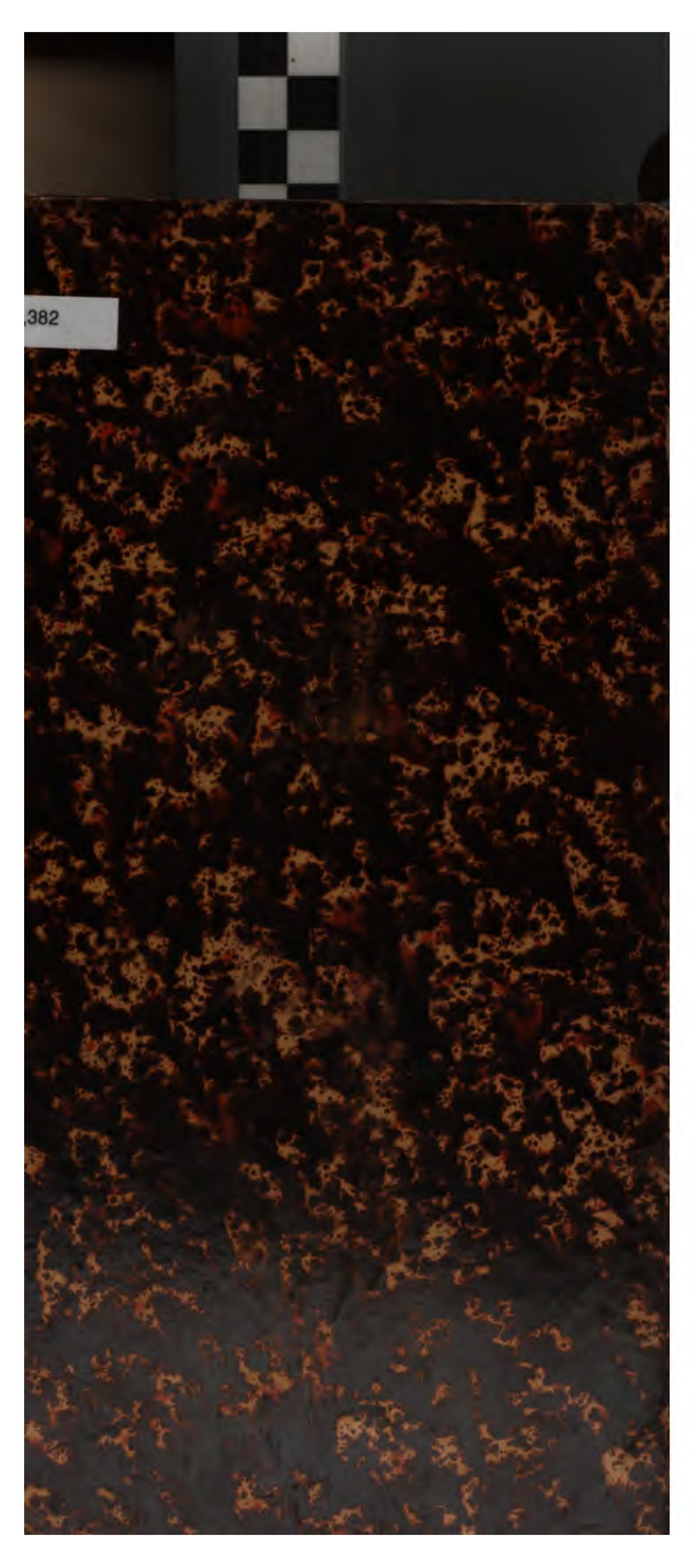
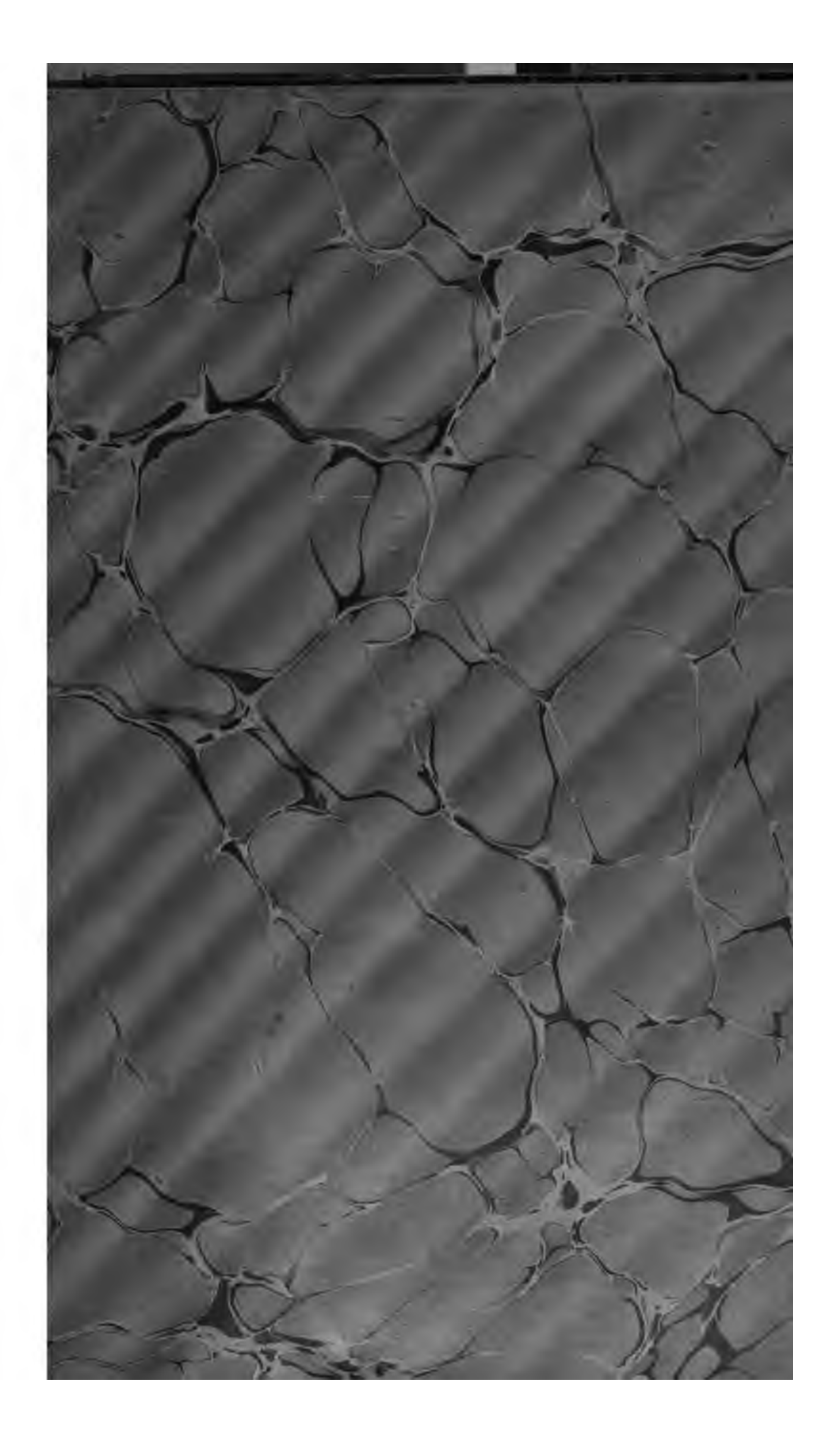



,382



1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE



MÉMOIRES

DE LA SOCIÉTÉ DES

SCIENCES PHYSIQUES ET NATURELLES

DE BORDEAUX

Bordeaux. — Imp. G. Gounouilhou, rue Guiraude, 11.

MÉMOIRES

DE LA SOCIÉTÉ

DES SCIENCES

PHYSIQUES ET NATURELLES

DE BORDEAUX

TOME III

1er Cahier

A PARIS

CHEZ J.-B. BAILLIÈRE

LIBRAIRE DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DE MÉDECINE

rue Hautefeuille, 19.

A LONDRES, chez H. BAILLIÈRE, 219, Regent Street. — A NEW-YORK, chez H. BAILLIÈRE, 290, Broadway.

A MADRID, chez BAILLY-BAILLIÈRE, calle del Principe, 11

A BORDEAUX

CHEZ CHAUMAS-GAYET, LIBRAIRE

Fossés du Chapeau-Rouge, 34

1864

Bordeaux. — Imp. G. Gounouilhou, rue Guiraude, 11.

MÉMOIRES

DE LA SOCIÉTÉ

DES SCIENCES

PHYSIQUES ET NATURELLES

DE BORDEAUX

TOME III

1er Cahier

A PARIS
CHEZ J.-B. BAILLIÈRE
LIBRAIRE DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DE MÉDECINE
rue Hautefeuille, 19.
A LONDRES, chez H. BAILLIÈRE, 219, Regent Street. — A NEW-YORK, chez H. BAILLIÈRE, 290, Broadway.
A MADRID, chez BAILLY-BAILLIÈRE, calle del Principe, 11

A BORDEAUX
CHEZ CHAUMAS-GAYET, LIBRAIRE
Fossés du Chapeau-Rouge, 34

1864

COMPOSITION DU BUREAU DE LA SOCIÉTÉ

pour l'année 1863-1864.

MM. ORÉ, *président*.
AZAM, *vice-président*.
PRAT, *secrétaire*.
SIRECH, LUZUN, } *secrétaires-adjoints*.
MICÉ, *trésorier-archiviste*.
BAUDRIMONT, ROYER, LEBESGUE, } *membres du conseil*.

LISTE DES MEMBRES TITULAIRES ET CORRESPONDANTS.

§ Ier. — Membres titulaires.

MM. ABRIA ✻, doyen de la Faculté des Sciences.
ALÉXANDRE, pharmacien.
AZAM, professeur à l'École de Médecine.
BAUDRIMONT ✻, agrégé libre de la Faculté de Médecine de Paris, professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux.
BAZIN ✻, professeur à la Faculté des Sciences, médecin en chef de l'Asile des Aliénées.
BILLIOT, licencié ès sciences mathématiques et physiques.
BROCHON (E.-H.), avocat à la Cour Impériale.
CHATARD, docteur en médecine.
COUERBE, chimiste, à Verteuil (Médoc).
DELMAS, docteur en médecine.
GINTRAC (Henri), professeur à l'École de Médecine.
GLOTIN ✻, ancien officier de la Marine Impériale.
GUÉPIN, chef des travaux anatomiques à l'École de Médecine.
GUESTIER (Daniel), négociant.
HOUËL, professeur à la Faculté des Sciences.
LANGLADE (de), ingénieur civil.
LAVERGNE (Comte de).
LEBESGUE ✻, correspondant de l'Institut de France (Académie des Sciences), professeur honoraire à la Faculté des Sciences.
LESPIAULT, professeur à la Faculté des Sciences.

MM. LUZUN, premier interne à l'hôpital Saint-André.
MARX, docteur en médecine.
MICÉ, docteur en médecine, licencié ès sciences
ORÉ, professeur à l'École de Médecine, médecin à l'hôpital Saint-André.
PICKMANN, manufacturier, à Séville.
PRAT, pharmacien.
ROYER, licencié ès sciences mathématiques et physiques, chef d'institution.
SAINT-MARTIN, propriétaire.
SIRECH, préparateur à la Faculté des Sciences.
SOLLES, docteur en médecine.

§ II. — Membres correspondants.

MM. BERNARD, professeur de physique à la Faculté des Sciences de Clermont.
BOUÉ, régent de physique au collége de Sarlat.
BOURGUIGNAT, aide-naturaliste au Muséum d'histoire naturelle de Paris.
BURGADE, docteur en médecine, à Libourne.
DELBOS (J.), docteur ès sciences, professeur à l'École des Sciences appliquées de Mulhouse.
GARRIGAT, à Paris.
KEMMERER.
LAVERNELLE (OSCAR DE), chef du cabinet du directeur général des lignes télégraphiques au Ministère de l'Intérieur.
LÉON (J.), sous-inspecteur des Douanes, à Lorient.
MONTESQUIOU (DE), docteur en médecine, à Agen.
MUSSET, docteur ès sciences, chef d'institution, à Toulouse.
RAMEY (EUGÈNE), naturaliste, à Paris.
ROBIN (ÉDOUARD), professeur de chimie, à Paris.
RODET, ingénieur des tabacs, ex-élève de l'École polytechnique, à Nice.

TABLES DIVERSES

POUR LA

DÉCOMPOSITION DES NOMBRES

EN LEURS FACTEURS PREMIERS

PAR V.-A. LEBESGUE

Professeur honoraire de la Faculté des Sciences de Bordeaux,
Membre correspondant de l'Institut.

---

§ I.

Crible arithmétique.

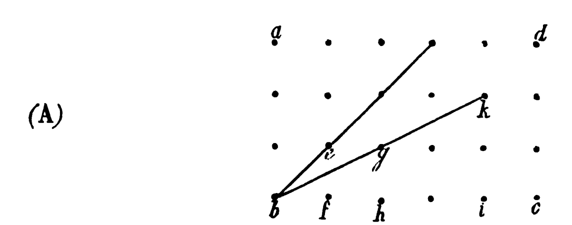
1. Le crible arithmétique n'est autre chose qu'une table donnant le moindre diviseur premier d'une suite de nombres en progression arithmétique. Il est disposé de manière qu'en supprimant dans chaque page un certain nombre de colonnes, on exclut par là même les multiples de tels nombres premiers que l'on voudra. La table de Burckhardt est un crible qui exclut les multiples de 2, 3, 5. La table que nous donnons à la suite de ce Mémoire est un crible qui exclut les multiples de 2, 3, 5, 7 (1).

Les divers moyens proposés ici pour réduire les tables au moindre volume possible n'ont peut-être rien de nouveau. Il nous a semblé cependant utile de dire quelques mots sur la manière de les appliquer.

(1) M. Hoüel, professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux, a bien voulu se charger de la construction de cette table, d'après mes indications. Il m'a également prêté son aide pour la coordination des matériaux que renferme ce Mémoire, et pour la correction des épreuves.

2. La formation d'un crible résulte de la remarque suivante :

Concevons deux systèmes de droites parallèles équidistantes, leur distance commune étant δ. Supposons, pour plus de simplicité, que l'un des systèmes coupe l'autre à angles droits. Nous obtiendrons ainsi une suite de points d'intersection rangés comme il suit :



mais s'étendant indéfiniment.

On remarque tout de suite que si, parmi ces points, on en prend deux, et qu'on les unisse par une droite, cette droite se trouvera divisée en parties égales par des points appartenant au système général des points d'intersection des deux séries de droites parallèles. Cela est évident pour les droites *ab*, *bc*, qui appartiennent aux deux systèmes de parallèles : elles sont divisées en parties égales à l'unité δ. Pour une droite telle que *be*, cette droite pouvant être considérée comme l'hypoténuse d'un triangle rectangle, dont les côtés sont δ ou 1, on a $be = \sqrt{2}$; et, en vertu du théorème connu sur l'égalité des segments d'une droite coupée par des parallèles équidistantes, on voit que la droite *be*, prolongée indéfiniment dans les deux sens, passera par une suite de points équidistants, appartenant au système (A), la distance de deux points consécutifs étant $\sqrt{2}$. La droite *bg*, hypoténuse d'un triangle dont les côtés sont 1 et 2, et égale par suite à $\sqrt{5}$, étant prolongée indéfiniment dans les deux sens, passerait encore par une suite de points équidistants, appartenant au système (A).

3. Cela posé, voici la manière de former un crible arithmétique :

Prenez des nombres en progression arithmétique, savoir,

$$0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ \ldots,$$

pour le crible total, ou

$$1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ \ldots,$$

pour le crible des nombres impairs, et ainsi de suite. Imaginons un nombre $p.q$ de points du système (A), c'est à dire q lignes contenant chacune p points. Si nous voulons former le crible des nombres impairs, remplaçons les points de la première ligne par les nombres

$$1, \quad 3, \quad 5, \quad 7, \quad 9, \ldots, 2p-1,$$

ceux de la seconde ligne par

$$2p+1, \ 2p+3, \ 2p+5, \ 2p+7, \ 2p+9, \ \ldots, \ 4p-1,$$

ceux de la troisième ligne par

$$4p+1, \ 4p+3, \ 4p+5, \ 4p+7, \ 4p+9, \ \ldots, \ 6p-1,$$

et ainsi de suite.

Les nombres de chaque colonne seront aussi des nombres en progression arithmétique de raison $2\ p$, et si l'on a pris, par exemple,

$$p = 105 = 3.5.7,$$

on verra rangés sur des lignes verticales les multiples de 3, 5, 7; et, la table une fois construite, *mais alors seulement,* on pourra sans inconvénient supprimer ces colonnes et réduire ainsi la table à une moindre étendue. Ainsi, si l'on fait $p = 105$, les colonnes qui contiennent les multiples de 3, 5, 7 étant supprimées, il n'en reste plus que $2 \,.\, 4 \,.\, 6 = 48$, ou moins de la moitié.

Si l'on considère les nombres

1	3	5	7	9	*11*	*13*	......	209
211	213	215	217	219	*221*	223	......	419
421	423	425	427	*429*	431	433	......	629
631	633	635	*637*	639	641	643	......	839
841	843	*845*	*847*	849	851	853	......	1049
...	...	...	...	...	...	...	...	...

on voit, par exemple, que les multiples de 13,

$$13, \ 221, \ 429, \ 637, \ 845, \ \ldots,$$

sont rangés en diagonale, à la distance *minimum* $\sqrt{2}$. Les multiples de 11,

$$11,\ 429,\ 847,\ \ldots,$$

sont aussi rangés en diagonale, et à la distance $\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$; et ainsi de suite pour les autres diviseurs.

4. On peut remplacer la progression des nombres impairs par toute autre.

Si l'on range, en effet, les termes d'une progression arithmétique $fx+g$, f et g étant premiers entre eux, savoir, les nombres

$$g,\ g+f,\ g+2f,\ g+3f,\ \ldots,$$

correspondants à

$$x=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots$$

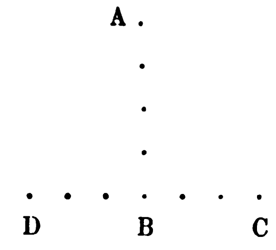
respectivement, de la manière suivante :

Les a premiers aux places indiquées par des points équidistants sur une première ligne; les a suivants aux places indiquées par une seconde ligne de points, et ainsi de suite,

. . . .   .
. . . .   .
. . . .   .

on peut se demander comment seront rangés les nombres divisibles par un même nombre premier p, non diviseur de f.

Or, pour passer du point A d'une ligne donnée à un point B, C



ou D d'une ligne inférieure, il faut remarquer qu'en passant de A au point immédiatement inférieur sur la verticale, le nombre augmente

de $a\,f$; de sorte que, si l'on fait n pas sur la verticale pour arriver en B, le nombre placé en A sera augmenté de $n\,a\,f$. Puis, pour passer de B en C, en avançant de m pas, ou de B en D, en reculant de m pas, il faudra augmenter ou diminuer $n\,a\,f$ de $m\,f$; de sorte que finalement l'augmentation sera

$$f(an+m), \quad \text{pour le point C,}$$

et

$$f(an-m), \quad \text{pour le point D.}$$

Par conséquent, si l'on veut que les nombres placés en C ou en D soient multiples de p, comme le nombre placé en A, il faudra rendre $an+m$ ou $an-m$ multiple de p, ce qui ne peut avoir lieu que pour l'un de ces deux nombres, à moins d'avoir m et n multiples de p.

Il y a une infinité de manières de rendre $an+m$ divisible par p; mais il n'y en a qu'une, si l'on suppose m donné et n inférieur à p. Il est bon, dans la question présente, n et m étant inférieurs à p, de trouver la solution qui rend *minimum* le carré m^2+n^2 de la distance des points A et C ou A et D. Comme on suppose

$$an \pm m = pl,$$

on voit que

$$\pm m = pl - an.$$

C'est donc l'expression

$$(1+a^2)n^2 - 2apln + p^2 l^2$$

qu'il faut rendre un *minimum* par des valeurs entières de n et de l, n étant plus petit que p. Ce problème a été résolu par Lagrange, au § II des *Additions à l'Algèbre d'Euler*. Cette solution, qui ne nous serait pas très utile ici, se présentera plus simplement lorsque nous traiterons de la réduction des formes quadratiques de déterminant négatif. Il suffira de remarquer, pour le moment, que les nombres sont placés, à des distances égales, sur des diagonales dont l'inclinaison est déterminée par les nombres n et m.

5. Au lieu de chercher, pour les petits diviseurs 11, 13, 17, 19, ..., le *minimum* de m^2+n^2 par la méthode de Lagrange, on peut former la petite table qui suit, où l'on a pris

$$a = 105, \qquad N = an+m, \qquad N' = an-m.$$

n	m	n^2+m^2	$N=105n+m$	p	$N'=105n-m$	p
1	1	2	106	53	104	13
1	2	5	107	107	103	103
2	1	5	211	211	209	11,19
1	3	10	108	—	102	17
3	1	10	316	79	314	157
2	3	13	213	71	207	23
3	2	13	317	317	313	313
1	4	17	109	109	101	101
4	1	17	421	421	419	419
3	4	25	319	29	311	311
4	3	25	423	47	417	139
1	5	26	110	—	100	—
5	1	26	526	263	124	131

Etc.

Les traits indiquent les diviseurs déjà trouvés ou ceux qui doivent être exclus. Cette petite table donne les valeurs *minimum* de m^2+n^2 pour les valeurs suivantes de p,

$$11,\ 13,\ 17,\ 19,\ 23,\ 29,\ \ldots.$$

Il serait facile de lui donner une plus grande étendue.

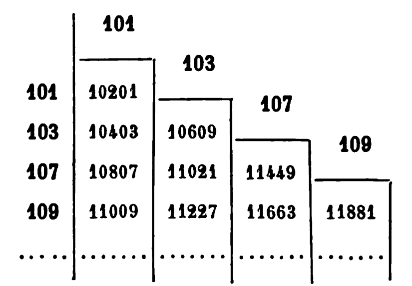
6. En prenant $g=1$, $f=2$, on aura le crible des nombres impairs; les diviseurs de 11 et 13 y seront placés de la manière suivante :

```
. . . 11      . . . 13
. . .         . . 13 .
. . 11 .      . 13 . .
. . .
. 11 . .
```

En se servant d'un papier quadrillé, et marquant les points au croisement des lignes parallèles, on pourra tracer à la règle les diagonales relatives à un certain nombre de diviseurs et y placer les nombres au compas.

Autrement, en supposant les points au centre des carrés, on inscrira dans ces carrés les diviseurs ou les lettres qui les représentent.

Pour les grands diviseurs qui ne correspondent pas à des valeurs simples de m et de n, on emploiera des tables de multipli cation contenant les produits des nombres premiers successifs :



	101	103	107	109
101	10201			
103	10403	10609		
107	10807	11021	11449	
109	11009	11227	11663	11881
.....	....	....	....	....

En supprimant les colonnes renfermant les multiples de 3, 5, 7 et rapprochant les autres, on aura la table qui suit ce Mémoire. Si l'on voulait la prolonger, il faudrait en prendre les dernières lignes, y rétablir les nombres impairs qui ont été supprimés, afin d'avoir 105 colonnes au lieu de 48. Ces lignes feront connaître les multiples de 11, 13, 17, 19, 23, 29,..., d'où l'on partira pour placer ces diviseurs dans les nouvelles lignes, en se servant du tableau donné dans le n° 5.

7. Généralement, on donne à la table des diviseurs des nombres la disposition d'une table à double entrée, en mettant chaque nombre N sous la forme

$$N = a Q + R,$$

a étant un module pris à volonté, et R l'un des nombres

$$0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ a-1.$$

Les deux arguments de la table sont ainsi Q et R.

Si l'on prend

$$a = 300 = 2^2 . 3 . 5^2,$$

R n'a plus que 80 valeurs non divisibles par 2, 3 ou 5. En donnant à R ces 80 valeurs, on a la table de Vega ou de Burckhardt.

La table de Vega, publiée en 1783 à la suite des tables logarithmiques de cet auteur, a été reproduite et décuplée d'étendue dans l'édition donnée depuis par le D[r] Hülsse. On y trouve la décomposition complète des nombres non divisibles par 2, 3, 5, en leurs facteurs premiers, jusqu'à 102000. Le format de cette table, mal approprié à la disposition adoptée, y introduit une certaine confusion.

La table de Burckhardt ne contient que le plus petit diviseur de chaque nombre. Chaque page renferme 80 lignes et 30 colonnes, de sorte qu'on a pu y inscrire tous les nombres premiers à 2, 3, 5, compris dans chaque série de 9000 nombres consécutifs. Le format de cet ouvrage est grand et incommode. Si l'on prend les colonnes pour en faire des lignes, et réciproquement, on aura la disposition suivante, qui n'augmente pas le nombre de colonnes, et qui permet de réduire celui des lignes. Nous donnons un spécimen de la première page, en supposant qu'on y admette 60 lignes.

Dans la première case, les nombres 01, 11, ..., 97, qui doivent se placer à la droite des centaines, sont au nombre de 26 : ce sont les vraies valeurs de R. Dans la deuxième case, les nombres 01, 03, ..., 99, mis en tête des colonnes, sont au nombre de 28 : ce sont les restes R diminués de 100. Dans la troisième case, les nombres 03, 09, ..., sont au nombre de 26 : ce sont les restes R diminués de 200.

La colonne *n*, qu'il est avantageux d'ajouter à la table, contient le nombre des nombres premiers (y compris l'unité, et non compris 2, 3 et 5) contenus dans les diverses centaines.

Chaque page de la table contiendrait donc 30 colonnes et correspondrait à une série de 6000 nombres consécutifs.

Dans cette table, les centaines ne sont pas altérées, avantage que ne présente pas la table dont nous allons nous occuper tout à l'heure; mais cet avantage sera compensé par une abréviation notable, consistant dans l'omission des multiples de 7. Ainsi, pour renfermer les 7 millions calculés par Burckhardt et par Dahse, la disposition ci-dessus exigerait 1166 pages, tandis que 1000 pages suffiraient, si l'on adoptait la disposition que nous allons exposer.

CENTAINES.	DIZAINES ET UNITÉS.								n
	01	07	11	13	17	. . . . . .	91	97	
0	—	—	—	—	—	. . . . . .	7	—	23
3	7	—	—	—	—	. . . . . .	17	—	76
6	—	—	13	—	—	. . . . . .	—	17	123
9	17	—	—	11	7	. . . . . .	—	—	166
.	.	.	.	.	.	. . . . . .	.	.	.
.	.	.	.	.	.	. . . . . .	.	.	.
.	.	.	.	.	.	. . . . . .	.	.	.
.	.	.	.	.	.	. . . . . .	.	.	.
.	.	.	.	.	.	. . . . . .	.	.	.
.	.	.	.	.	.	. . . . . .	.	.	.
57	—	13	—	29	—	. . . . . .	—	11	.
	01	03	07	09	13	. . . . . .	97	99	
1	—	—	—	—	—	. . . . . .	—	—	44
4	—	13	11	—	7	. . . . . .	7	—	93
7	—	19	7	—	23	. . . . . .	—	17	137
10	7	17	19	—	—	. . . . . .	—	7	182
.	.	.	.	.	.	. . . . . .	.	.	.
.	.	.	.	.	.	. . . . . .	.	.	.
.	.	.	.	.	.	. . . . . .	.	.	.
.	.	.	.	.	.	. . . . . .	.	.	.
.	.	.	.	.	.	. . . . . .	.	.	.
.	.	.	.	.	.	. . . . . .	.	.	.
58	—	7	—	37	—	. . . . . .	—	17	.
	03	09	11	17	21	. . . . . .	93	99	
2	7	11	—	7	13	. . . . . .	—	13	60
5	—	—	7	11	—	. . . . . .	—	—	107
8	11	—	—	19	—	. . . . . .	19	29	152
11	—	—	11	—	19	. . . . . .	—	11	194
.	.	.	.	.	.	. . . . . .	.	.	.
.	.	.	.	.	.	. . . . . .	.	.	.
.	.	.	.	.	.	. . . . . .	.	.	.
.	.	.	.	.	.	. . . . . .	.	.	.
.	.	.	.	.	.	. . . . . .	.	.	.
.	.	.	.	.	.	. . . . . .	.	.	.
59	—	19	23	61	31	. . . . . .	13	7	.

8. *Table où l'on omet les multiples de* 2, 3, 5, 7. — Dans la table que nous donnons ici pour les 115500 premiers nombres, on a pris

$$a = 210 = 2.3.5.7.$$

On y omet les multiples de 2, 3, 5 et 7, et alors, R n'ayant plus que $1.2.4.6 = 48$ valeurs, il est facile de mettre sur deux pages en regard les 48 colonnes correspondantes. Voici la disposition du premier tableau de deux pages.

On a posé

$$N = 210Q + R.$$

Verso. **Recto.**

	R							R — 100					
210 Q	1	11	13	....	103	210 Q + 100	7	9	13	....	109
0	—	—	—	....	—	100	—	—	—	....	11
210	—	13	—	....	—	310	—	11	17	....	—
420	—	—	—	....	—	520	17	23	13	....	17
630	—	—	—	....	—	730	11	—	—	....	—
...	..	..	..	....	..	...	..	..	..	....	..
9660	—	19	17	....	13	9760	—	—	29	....	71
...	..	..	..	....	..	...	..	..	..	....	..

Pour trouver, à l'aide de cette table, le plus petit diviseur d'un nombre donné, 9763, par exemple, après s'être assuré que ce nombre n'est divisible par aucun des facteurs 2, 3, 5, on cherche, dans l'une ou l'autre des colonnes 210 Q, ou 210 Q + 100, le plus grand nombre contenu dans 9763; ce nombre est 9660; et en le soustrayant du nombre proposé, on a pour reste 103. Si l'on cherche maintenant le nombre correspondant à la ligne de 9660 et à la colonne de 103, on trouve 13, qui est le plus petit diviseur cherché.

Lorsque le reste de la soustraction est un des nombres indiqués au verso par

$$R(7) = 7, 49, 77, 91,$$

ou au recto par

$$R(7) = 19, 33, 61, 103,$$

c'est que le plus petit diviseur cherché est 7.

Les tirets indiquent que les nombres correspondants sont premiers.

Pour les nombres au-dessous de 10000, le plus petit diviseur étant moindre que 100, les nombres inscrits dans la table n'auront que 2 chiffres. Mais, au delà de 10000, on rencontre des diviseurs minimum de trois chiffres, ce qui obligerait à élargir d'un tiers les colonnes de la table. Pour éviter cet inconvénient, nous avons représenté par les lettres de l'alphabet a, b, c, ..., les dixaines du diviseur; ainsi l'on a

$$a = 10, \quad b = 11, \quad c = 12, \quad \text{etc.};$$

de sorte que $a7$ signifie 107, $b3$ signifie 113, et ainsi des autres. Ces abréviations sont indiquées sur chaque page de la table.

9. De cette table nous extrairons la suivante, où les nombres premiers de 1 à 5500 sont rangés par centaines, chaque ligne contenant les nombres premiers d'une des soixante premières centaines. Cette table donne le moyen de représenter tous ces nombres premiers par deux chiffres, un chiffre et une lettre, ou deux lettres. On peut ainsi diminuer la largeur des colonnes. Il est quelquefois utile de connaître le nombre des nombres premiers entre deux limites données, la colonne n suffit pour cela, de 1 à 5500.

TABLEAU des nombres premiers impairs, inférieurs à 5500,

avec leur représentation au moyen de deux caractères.

n	Centaines.		α	β	γ	δ	ε	ζ	η	θ	κ	λ	μ	ν	ξ	π	ρ	σ	τ	υ	φ	χ	ψ	
24		0	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83
45		1	01	03	07	09	13	27	31	37	39	49	51	57	63	67	73	79	81	91	93	97	99	
61		2	11	23	27	29	33	39	41	51	57	63	69	71	77	81	83	93						
77		3	07	11	13	17	31	37	47	49	53	59	67	73	79	83	89	97						
94		4	01	09	19	21	31	33	39	43	49	57	61	63	67	79	87	91	99					
108		5	03	09	21	23	41	47	57	63	69	71	77	87	93	99								
124		6	01	07	13	17	19	31	41	43	47	53	59	61	73	77	83	91						
138		7	01	09	19	27	33	39	43	51	57	61	69	73	87	97								
153		8	09	11	21	23	27	29	39	53	57	59	63	77	81	83	87							
167		9	07	11	19	29	37	41	47	53	67	71	77	83	91	97								
183	*a*	10	09	13	19	21	31	33	39	49	51	61	63	69	87	91	93	97						
195	*b*	11	03	09	17	23	29	51	53	63	71	81	87	93										
210	*c*	12	01	13	17	23	29	31	37	49	59	77	79	83	89	91	97							
221	*d*	13	01	03	07	19	21	27	61	67	73	81	99											
238	*e*	14	09	23	27	29	33	39	47	51	53	59	71	81	88	87	89	93	99					
250	*f*	15	11	23	31	43	49	53	59	67	71	79	83	97										
265	*g*	16	01	07	09	13	19	21	27	37	57	63	67	69	93	97	99							
277	*h*	17	09	21	23	33	41	47	53	59	77	83	87	89										
289	*i*	18	01	11	23	31	47	61	67	71	73	77	79	89										
302	*j*	19	01	07	13	31	33	49	51	73	79	87	93	97	99									
316	*k*	20	03	11	17	27	29	39	53	63	69	81	83	87	89	99								
326	*l*	21	11	13	29	31	37	41	43	53	61	79												
341	*m*	22	03	07	13	21	37	39	43	51	67	69	73	81	87	93	97							
356	*n*	23	09	11	33	39	41	47	51	57	71	77	81	83	89	93	99							
366	*o*	24	11	17	23	37	41	47	59	67	73	77												
377	*p*	25	03	21	31	39	43	49	51	57	79	91	93											
392	*q*	26	09	17	21	33	47	57	59	63	71	77	83	87	89	93	99							
406	*r*	27	07	11	13	19	29	31	41	49	53	67	77	89	91	97								
418	*s*	28	01	03	19	33	37	43	51	57	61	79	87	97										
429	*t*	29	03	09	17	27	39	53	57	63	69	71	99											
441	*u*	30	01	11	19	23	37	41	49	61	67	79	83	89										
451	*v*	31	09	19	21	37	63	67	69	81	87	91												
462	*w*	32	03	09	17	21	29	51	53	57	59	71	99											
477	*x*	33	01	07	13	19	23	29	31	43	47	59	61	71	73	89	91							
488	*y*	34	07	13	33	49	57	61	63	67	69	91	99											
502	*z*	35	11	17	27	29	33	39	41	47	57	59	71	81	83	93								
515	A	36	07	13	17	23	31	37	43	59	71	73	77	91	97									
527	B	37	01	09	19	27	33	39	61	67	69	79	93	97										
538	C	38	03	21	23	33	47	51	53	63	77	81	89											
549	D	39	07	11	17	19	23	29	91	43	47	67	89											
564	E	40	01	03	07	13	19	21	27	49	51	57	73	79	91	93	99							
573	F	41	11	27	29	33	39	53	57	59	77													
589	G	42	01	11	17	19	29	31	41	43	23	59	61	71	73	83	89	97						
598	H	43	27	37	39	49	57	63	73	91	97													
609	J	44	09	21	23	41	47	51	57	63	81	83	93											
621	K	45	07	13	17	19	23	47	49	61	67	83	91	97										
633	L	46	03	21	37	39	43	49	51	57	63	73	79	91										
645	M	47	03	21	23	29	33	51	59	83	87	89	93	99										
653	N	48	01	13	17	31	61	71	77	89														
668	P	49	03	09	19	31	33	37	43	51	57	67	69	73	87	93	99							
680	Q	50	03	09	11	21	23	39	51	59	77	81	87	99										
691	R	51	01	07	13	19	47	53	67	71	79	89	97											
701	S	52	09	27	31	33	37	61	73	79	81	97												
711	T	53	03	09	23	33	47	51	81	87	93	99												
724	U	54	07	13	17	19	31	37	41	43	49	71	77	79	83									

§ II.

Décomposition en facteurs premiers des nombres qui dépassent la limite des tables.

10. Quand on veut décomposer en facteurs premiers un nombre qui dépasse la limite des tables, il est toujours utile d'essayer d'abord les petits diviseurs premiers. A l'inspection des chiffres, on reconnaît l'existence des diviseurs 2, 3, 5, 11, et l'on fait disparaître ces facteurs. On peut faire disparaître simultanément les facteurs 7, 11, 13, dont le produit est 1001. Car si l'on pose

$$n = a + b \,.\, 10^3 + c \,.\, 10^6 + d \,.\, 10^9 +$$

on aura

$$n - a + b - c \ldots = b(10^3 + 1) + c(10^6 - 1) + d(10^9 + 1) + \ldots,$$

d'où il résulte que le premier membre est multiple de $10^3 + 1$ ou de 7. 11. 13. Par conséquent, si n est divisible par 7, 11 ou 13, il doit en être de même de $a - b + c - \ldots$. Or, dans le système décimal, $a, b, c, \ldots$ sont des tranches de trois chiffres. De là une règle simple, qui permet de remplacer le nombre, quelque grand qu'il soit, par un nombre de trois chiffres au plus.

Si l'on calcule le produit des nombres premiers

$$P = 17 \,.\, 19 \,.\, 23 \,.\, 29 \,.\, 31 \ldots p,$$

il suffira de chercher le plus grand diviseur commun au produit ou à la factorielle P et à un nombre donné N, pour reconnaître l'existence d'un facteur inférieur à p, s'il y en a. Il n'est pas même nécessaire de faire le calcul complètement. On s'arrête dans les divisions quand, au moyen de tables, on peut décomposer le reste en facteurs. Si ces facteurs entrent dans P, ils divisent aussi N.

Il est bon de partager la factorielle en plusieurs autres. Ainsi

$$P_1 = 17.29.37.41 \ldots,$$
$$P_3 = 19.23.31.43 \ldots$$

sont les factorielles des nombres premiers $4k+1$, et des nombres premiers $4k+3$. Il est évident que si N avait la forme $4f+3$, il

faudrait prendre le diviseur commun maximum de P_3 et de N, puisque N a nécessairement un facteur de la forme $4k+3$.

Si l'on considérait les nombres premiers des formes

$$8k+1\ ,\ 8k+3\ ,\ 8k+5\ ,\ 8k+7,$$

on aurait, en s'arrêtant à $P =$ ou < 101,

$$\begin{aligned}
P_1 &= 17.41.73.89.\ 97 = 439\ 255\ 673,\\
P_3 &= 19.43.59.67.\ 83 = 268\ 056\ 883,\\
P_5 &= 29.37.53.61.101 = 349\ 662\ 909,\\
P_7 &= 23.31.47.71.\ 79 = 187\ 963\ 199.
\end{aligned}$$

Au moyen de ces factorielles, on reconnaîtra assez brièvement l'existence ou la non-existence d'un facteur premier inférieur à 100, et l'on parviendra promptement à savoir si un nombre est premier ou a deux facteurs au plus.

Comme les divisions se font rapidement quand on a formé les 9 premiers multiples du diviseur, on peut mettre plus de facteurs dans les factorielles sans allonger beaucoup le calcul. Si l'on allait jusqu'à 211 exclusivement, ce qui doublerait le nombre des chiffres des factorielles, on pourrait, pour les nombres inférieurs à $8000000 = 200^3$, s'assurer s'ils sont premiers ou produits de deux nombres premiers.

Dans ce cas, il resterait à essayer les nombres premiers entre 200 et $\sqrt{N}$. Mais il y a des théorèmes qui, suivant la forme du nombre N, montrent quels sont les nombres qu'on peut essayer et ceux qu'on ne doit pas essayer.

---

§ III.

Usages de la Table ou du Crible arithmétique.

11. Soit donné le nombre 57707. On trouve d'abord dans la table que ce nombre admet le diviseur 13; en faisant la division, on trouve pour quotient 4439. La table, consultée de nouveau,

ndique que 4439 est divisible par 23, et la division donne 193 pour quotient; puis la table montre que 193 est un nombre premier. On a donc

$$57707 = 13.23.193.$$

On voit donc qu'à l'aide de cette table on pourra mettre tout nombre composé sous la forme

$$n = p^{\alpha} q^{\beta} r^{\gamma} \ldots,$$

p, q, r, ... étant des nombres premiers rangés par ordre de grandeur croissante. Cette décomposition obtenue, on a la solution de plusieurs questions importantes.

Ainsi, tous les diviseurs du nombre n, en y comprenant l'unité et le nombre n lui-même, sont les divers termes du produit

$$\left(1+p+p^2+\ldots+p^{\alpha}\right)\left(1+q+q^2+\ldots+q^{\beta}\right)\left(1+r+r^2+\ldots+r^{\gamma}\right)\ldots.$$

Si l'on représente par $\varphi(n)$ le nombre qui indique combien il y a, au-dessous de n, de nombres premiers avec n, l'unité comprise, on a

$$\varphi(n) = p^{\alpha-1}(p-1).q^{\beta-1}(q-1).r^{\gamma-1}(r-1)\ldots.$$

La démonstration de cette formule a été rapportée dans mon *Introduction à la Théorie des nombres,* p. 54.

12. Soit proposée l'équation en nombres entiers

$$8077x = 7421y + 123.$$

On demande si cette équation est possible ou non.

La table montre que l'on a

$$8077 = 41.197, \qquad 7421 = 41.181.$$

L'équation peut donc s'écrire

$$197x = 181y + \frac{123}{41}.$$

Elle serait impossible, si $\frac{123}{41}$ n'était pas un nombre entier.

Mais la division donne $\frac{123}{41} = 3$, et l'équation se trouve ainsi réduite à

$$197x = 181y + 3.$$

13. *Trouver le nombre des solutions de l'équation*

$$x^2 - a = my,$$

en supposant a premier à m, et x positif inférieur à m.

On mettra m sous la forme $2^\alpha . p^\beta . q^\gamma \ldots$

Si m est impair et que les nombres premiers différents $p, q, \ldots$ soient au nombre de n, il y aura 2^n solutions, pourvu que $a^{\frac{p-1}{2}}$, $a^{\frac{q-1}{2}}, \ldots$, soient respectivement de la forme $kp + 1$, $kq + 1, \ldots$. En cas contraire, l'équation est impossible, et le nombre des solutions est zéro.

Si m est pair, a doit être impair. Si $\alpha = 1$, il y a encore 2^n solutions avec les mêmes conditions relatives à $a^{\frac{p-1}{2}}$, $a^{\frac{q-1}{2}}, \ldots$. Si $\alpha = 2$, a doit avoir la forme $4k + 1$, et le nombre des solutions est 2^{n+1}. Si $\alpha = 3$, ou généralement si $\alpha > 2$, a doit avoir la forme $8k + 1$, et le nombre des solutions est 2^{n+2}, avec les mêmes conditions relatives à $a^{\frac{p-1}{2}}$, $a^{\frac{q-1}{2}}, \ldots$

Quant à la détermination des solutions des équations $ax + b = my$ $x^2 - a = my$, il en sera question dans un prochain Mémoire.

TABLE DES DIVISEURS DES NOMBRES

depuis 1 jusqu'à 115500.

La première colonne à gauche de chaque *verso* contient les divers multiples de 210, ou les nombres 210 x. La première colonne à gauche du *recto* en regard contient les mêmes multiples augmentés de 100, ou les nombres 210 x + 100.

Pour trouver le plus petit diviseur d'un nombre, après s'être assuré que le nombre n'est pas divisible par 2, 3 ou 5, on en retranchera le plus grand des nombres 210 x ou 210 x + 100 qui s'y trouve contenu. Si le reste est un des quatre nombres désignés par R (7) en haut de la page correspondante, le plus petit diviseur cherché sera 7. Sinon, on cherchera ce reste parmi les 24 nombres en tête des 24 colonnes de la page, et l'on trouvera au-dessous le plus petit diviseur cherché, ou bien un trait, si le nombre est premier.

Exemples. — 1°. Soit proposé le nombre 75131 ; j'en retranche 75070 (p. 31), et le reste 61 se trouvant parmi les nombres R (7), on en conclut que 7 est le plus petit diviseur.

2°. Soit le nombre 64219 ; j'en ôte 64150 (p. 29), et sous le reste 69, je trouve le diviseur 49, c'est à dire 149.

3°. Le nombre 50833, diminué de 50820 (p. 26), donne pour reste 13, sous lequel se trouve un trait. Donc 50833 est un nombre premier.

	1	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103
0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
210	—	13	—	—	—	—	—	—	13	—	11	—	—	—	—	—	—	—	17	—	13	—	—	—
420	—	—	—	19	—	—	—	11	—	—	—	—	11	—	13	—	—	17	—	—	—	11	—	—
630	—	—	—	—	11	—	—	—	23	11	—	—	—	13	—	17	—	19	—	23	—	—	17	—
840	29	23	—	—	—	—	11	13	—	—	—	—	19	29	17	—	—	11	—	13	—	—	—	23
1050	—	—	—	11	—	29	13	23	—	—	—	—	—	—	11	—	19	—	—	11	17	31	—	—
1260	13	31	19	—	—	—	—	—	—	—	—	—	13	—	—	—	11	31	13	17	19	23	—	29
1470	—	—	—	—	—	—	—	19	11	—	17	37	—	11	—	29	23	—	—	—	—	—	—	11
1680	41	19	—	—	—	13	—	29	17	—	—	11	—	37	—	—	17	—	—	41	29	—	13	—
1890	31	—	11	—	23	—	19	17	41	—	—	13	29	—	—	19	37	13	11	—	—	—	11	—
2100	11	—	—	29	13	11	—	—	—	—	—	19	—	17	—	11	13	41	—	37	11	13	31	—
2310	—	11	23	13	17	—	—	—	—	—	13	—	17	23	—	—	—	—	—	—	—	29	—	19
2520	—	—	17	43	—	—	—	—	—	13	11	17	31	—	29	13	—	—	23	19	—	—	—	43
2730	—	—	13	41	—	—	31	11	—	17	47	—	11	—	—	—	—	—	53	29	—	11	19	—
2940	17	13	—	—	11	—	—	—	13	11	19	29	41	—	—	31	—	23	—	—	13	—	—	17
3150	23	29	—	—	—	19	11	—	—	—	31	23	—	—	13	—	—	11	—	53	41	17	—	—
3360	—	—	—	11	31	17	—	—	43	19	41	—	—	13	11	23	47	—	19	11	—	—	—	—
3570	—	—	—	17	37	—	59	13	—	23	—	—	—	19	—	—	11	—	41	13	—	19	—	—
3780	19	17	—	—	29	—	13	37	11	—	—	43	—	11	23	—	—	—	17	—	53	—	—	11
3990	13	—	—	—	19	—	—	—	—	29	37	11	13	—	—	—	31	17	13	—	—	61	—	—
4200	—	—	11	—	—	41	—	—	19	—	—	31	—	—	—	17	—	—	11	—	—	—	11	13
4410	11	—	—	19	43	11	23	—	—	—	61	—	—	41	17	11	—	—	67	—	11	—	13	—
4620	—	11	41	—	—	—	—	—	—	59	—	13	—	—	31	43	—	13	37	—	17	53	—	—
4830	—	47	29	37	13	23	43	—	31	—	11	—	19	—	67	59	13	—	—	17	—	13	—	—
5040	71	—	31	13	—	61	37	11	—	—	13	—	11	—	—	—	19	—	—	47	23	11	53	37
5250	59	—	19	23	11	—	—	—	17	11	67	—	—	—	47	13	17	—	73	—	19	—	—	53
5460	43	—	13	—	—	—	11	17	23	—	—	—	37	—	—	—	—	11	29	23	31	—	67	—
5670	53	13	—	11	—	—	41	—	13	—	29	—	59	17	11	—	—	—	—	11	13	73	29	23
5880	—	43	71	—	17	—	19	23	61	31	—	—	17	—	13	19	11	—	59	67	47	43	—	31
6090	—	—	17	31	41	—	29	—	11	—	—	17	—	11	—	47	61	—	31	—	37	23	41	11
6300	—	—	59	—	71	—	—	13	—	17	—	11	—	—	—	—	23	—	—	13	—	—	37	19
6510	17	—	11	61	—	47	13	31	—	—	—	79	—	—	—	—	—	29	11	19	—	—	11	17
6720	11	53	—	—	23	11	17	43	29	—	—	67	13	—	—	11	—	—	13	—	11	17	19	—
6930	29	11	53	—	—	17	—	—	—	—	19	—	—	29	—	—	—	47	43	—	—	—	79	13
7140	37	—	23	17	—	13	67	71	—	43	11	—	—	23	19	—	—	—	—	31	—	—	13	—
7350	—	17	37	53	—	73	47	11	83	19	—	13	11	31	—	—	41	13	17	—	43	11	—	29
7560	—	67	—	—	11	—	—	—	71	11	—	—	23	19	—	29	13	17	—	—	—	13	47	79
7770	19	31	43	13	—	—	11	29	37	73	13	—	—	—	41	17	—	11	47	—	29	—	17	—
7980	23	61	—	11	19	53	—	—	—	13	71	23	29	—	11	13	83	—	—	11	—	41	—	59
8190	—	59	13	29	—	43	—	—	19	—	—	—	—	73	37	23	11	—	—	—	17	—	—	—
8400	31	13	47	19	—	—	—	—	11	23	—	—	79	11	—	—	43	37	61	17	13	29	—	11
8610	79	37	—	—	—	89	53	—	—	41	17	11	—	—	13	—	—	19	—	—	—	—	31	—
8820	—	—	11	—	—	37	—	53	17	—	—	—	19	13	83	—	17	—	11	29	59	37	11	—
9030	11	—	—	83	—	11	—	13	—	47	43	29	31	61	—	11	19	—	—	13	11	—	23	—
9240	—	11	19	—	47	59	13	73	—	—	—	37	—	17	71	41	—	67	—	—	19	—	—	—
9450	13	—	—	—	17	—	—	19	53	—	11	—	13	37	—	31	—	89	13	—	—	—	—	41
9660	—	19	17	—	—	23	—	11	—	89	31	17	11	—	—	71	37	—	—	—	—	11	43	13
9870	—	41	—	—	11	13	19	—	—	11	23	47	—	—	—	19	—	61	—	37	23	—	13	—
10080	17	—	—	23	—	—	11	—	67	29	53	13	—	—	—	73	—	11	—	—	—	—	—	17
10290	41	—	—	11	13	—	17	—	23	—	—	—	—	79	11	—	13	43	—	11	97	13	—	19
10500	—	23	—	13	67	17	—	—	41	83	13	53	61	—	59	—	11	97	71	19	—	—	—	23
10710	—	71	—	17	—	—	—	23	11	13	—	31	47	11	—	13	—	41	—	43	—	101	19	11
10920	67	17	13	—	—	31	—	47	—	97	19	11	—	—	79	—	29	—	17	—	101	23	103	73
11130	—	13	11	71	—	19	—	—	13	—	—	—	53	67	19	—	23	17	11	—	13	103	11	47
11340	11	—	—	41	37	11	—	83	31	19	—	59	—	—	13	11	—	101	19	—	11	—	17	—
	1	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103

TABLE DES DIVISEURS DES NOMBRES

depuis 1 jusqu'à 115500.

La première colonne à gauche de chaque *verso* contient les divers multiples de 210, ou les nombres 210 x. La première colonne à gauche du *recto* en regard contient les mêmes multiples augmentés de 100, ou les nombres 210 x + 100.

Pour trouver le plus petit diviseur d'un nombre, après s'être assuré que le nombre n'est pas divisible par 2, 3 ou 5, on en retranchera le plus grand des nombres 210 x ou 210 x + 100 qui s'y trouve contenu. Si le reste est un des quatre nombres désignés par R (7) en haut de la page correspondante, le plus petit diviseur cherché sera 7. Sinon, on cherchera ce reste parmi les 24 nombres en tête des 24 colonnes de la page, et l'on trouvera au-dessous le plus petit diviseur cherché, ou bien un trait, si le nombre est premier.

Exemples. — 1°. Soit proposé le nombre 75131; j'en retranche 75070 (p. 31), et le reste 61 se trouvant parmi les nombres R (7), on en conclut que 7 est le plus petit diviseur.

2°. Soit le nombre 64219; j'en ôte 64150 (p. 29), et sous le reste 69, je trouve le diviseur *e*9, c'est à dire 149.

3°. Le nombre 50833, diminué de 50820 (p. 26), donne pour reste 13, sous lequel se trouve un trait. Donc 50833 est un nombre premier.

R (7) = 7, 49, 77, 91.

	1	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103
0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
210	—	13	—	—	—	—	—	—	13	—	11	—	—	—	—	—	—	—	17	—	13	—	—	—
420	—	—	—	19	—	—	—	11	—	—	—	—	11	—	13	—	—	17	—	—	—	11	—	—
630	—	—	—	—	11	—	—	—	23	11	—	—	—	13	—	17	—	19	—	23	—	—	17	—
840	29	23	—	—	—	—	11	13	—	—	—	—	19	29	17	—	—	11	—	13	—	—	—	23
1050	—	—	—	11	—	29	13	23	—	—	—	—	—	—	11	—	19	—	—	11	17	31	—	—
1260	13	31	19	—	—	—	—	—	—	—	—	—	13	—	—	—	11	31	13	17	19	23	—	29
1470	—	—	—	—	—	—	—	19	11	—	17	37	—	11	—	29	23	—	—	—	—	—	—	11
1680	41	19	—	—	—	13	—	29	17	—	—	11	—	37	—	—	17	—	—	41	29	—	13	—
1890	31	—	11	—	23	—	19	17	41	—	—	13	29	—	—	19	37	13	11	—	—	—	11	—
2100	11	—	—	29	13	11	—	—	—	—	—	19	—	17	—	11	13	41	—	37	11	13	31	—
2310	—	11	23	13	17	—	—	—	—	—	13	—	17	23	—	—	—	—	—	—	—	29	—	19
2520	—	—	17	43	—	—	—	—	—	13	11	17	31	—	29	13	—	—	23	19	—	—	—	43
2730	—	—	13	41	—	—	31	11	—	17	47	—	11	—	—	—	—	—	53	29	—	11	19	—
2940	17	13	—	—	11	—	—	—	13	11	19	29	41	—	—	31	—	23	—	—	13	—	—	17
3150	23	29	—	—	—	19	11	—	—	—	31	23	—	—	13	—	—	11	—	53	41	17	—	—
3360	—	—	—	11	31	17	—	—	43	19	41	—	—	13	11	23	47	—	19	11	—	—	—	—
3570	—	—	—	17	37	—	59	13	—	23	—	—	—	19	—	—	11	—	41	13	—	19	—	—
3780	19	17	—	—	29	—	13	37	11	—	—	43	—	11	23	—	—	—	17	—	53	—	—	11
3990	13	—	—	—	19	—	—	—	—	29	37	11	13	—	—	—	31	17	13	—	—	61	—	—
4200	—	—	11	—	—	41	—	—	19	—	—	31	—	—	—	17	—	—	11	—	—	—	11	13
4410	11	—	—	19	43	11	23	—	—	—	61	—	—	41	17	11	—	—	67	—	11	—	13	—
4620	—	11	41	—	—	—	—	—	—	59	—	13	—	—	31	43	—	13	37	—	17	53	—	—
4830	—	47	29	37	13	23	43	—	31	—	11	—	19	—	67	59	13	—	—	17	—	13	—	—
5040	71	—	31	13	—	61	37	11	—	—	13	—	11	—	—	—	19	—	—	47	23	11	53	37
5250	59	—	19	23	11	—	—	—	17	11	67	—	—	—	47	13	17	—	73	—	19	—	—	53
5460	43	—	13	—	—	—	11	17	23	—	—	—	37	—	—	—	—	11	29	23	31	—	67	—
5670	53	13	—	11	—	—	41	—	13	—	29	—	59	17	11	—	—	—	—	11	13	73	29	23
5880	—	43	71	—	17	—	19	23	61	31	—	—	17	—	13	19	11	—	59	67	47	43	—	31
6090	—	—	17	31	41	—	29	—	11	—	—	17	—	11	—	47	61	—	31	—	37	23	41	11
6300	—	—	59	—	71	—	—	13	—	17	—	11	—	—	—	—	23	—	—	13	—	—	37	19
6510	17	—	11	61	—	47	13	31	—	—	—	79	—	—	—	—	—	29	11	19	—	—	11	17
6720	11	53	—	—	23	11	17	43	29	—	—	67	13	—	—	11	—	—	13	—	11	17	19	—
6930	29	11	53	—	—	17	—	—	—	—	19	—	—	29	—	—	—	47	43	—	—	—	79	13
7140	37	—	23	17	—	13	67	71	—	43	11	—	—	23	19	—	—	—	—	31	—	—	13	—
7350	—	17	37	53	—	73	47	11	83	19	—	13	11	31	—	—	41	13	17	—	43	11	—	29
7560	—	67	—	—	11	—	—	—	71	11	—	—	23	19	—	29	13	17	—	—	—	13	47	79
7770	19	31	43	13	—	—	11	29	37	73	13	—	—	—	41	17	—	11	47	—	29	—	17	—
7980	23	61	—	11	19	53	—	—	—	13	71	23	29	—	11	13	83	—	—	11	—	41	—	59
8190	—	59	13	29	—	43	—	—	19	—	—	—	—	73	37	23	11	—	—	—	17	—	—	—
8400	31	13	47	19	—	—	—	—	11	23	—	—	79	11	—	—	43	37	61	17	13	29	—	11
8610	79	37	—	—	—	89	53	—	—	41	17	11	—	—	13	—	—	19	—	—	—	—	31	—
8820	—	—	11	—	—	37	—	53	17	—	—	—	19	13	83	—	17	—	11	29	59	37	11	—
9030	11	—	—	83	—	11	—	13	—	47	43	29	31	61	—	11	19	—	—	13	11	—	23	—
9240	—	11	19	—	47	59	13	73	—	—	—	37	—	17	71	41	—	67	—	—	19	—	—	—
9450	13	—	—	—	17	—	—	19	53	—	11	—	13	37	—	31	—	89	13	—	—	—	—	41
9660	—	19	17	—	—	23	—	11	—	89	31	17	11	—	—	71	37	—	—	—	—	11	43	13
9870	—	41	—	—	11	13	19	—	—	11	23	47	—	—	—	19	—	61	—	37	23	—	13	—
10080	17	—	—	23	—	—	11	—	67	29	53	13	—	—	—	73	—	11	—	—	—	—	—	17
10290	41	—	—	11	13	—	17	—	23	—	—	—	—	79	11	—	13	43	—	11	97	13	—	19
10500	—	23	—	13	67	17	—	—	41	83	13	53	61	—	59	—	11	97	71	19	—	—	—	23
10710	—	71	—	17	—	—	—	23	11	13	—	31	47	11	—	13	—	41	—	43	—	101	19	11
10920	67	17	13	—	—	31	—	47	—	97	19	11	—	—	79	—	29	—	17	—	101	23	103	73
11130	—	13	11	71	—	19	—	—	13	—	—	—	53	67	19	—	23	17	11	—	13	103	11	47
11340	11	—	—	41	37	11	—	83	31	19	—	59	—	—	13	11	—	101	19	—	11	—	17	—
	1	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103

	7	9	13	21	27	31	37	39	43	49	51	57	63	67	69	73	79	81	87	91	93	97	99	109
100	—	—	—	11	—	—	—	—	11	—	—	—	—	—	13	—	—	—	11	—	—	—	—	11
310	—	11	17	—	—	11	—	—	—	—	19	—	—	13	—	—	—	17	—	—	13	11	—	—
520	17	23	13	—	—	19	—	13	—	—	—	—	11	—	19	—	—	—	—	13	—	—	—	17
730	11	—	—	—	—	—	13	—	—	19	11	—	13	—	17	11	—	—	19	—	—	—	—	—
940	—	13	—	31	—	—	—	11	—	23	—	—	17	19	—	—	—	—	13	—	—	17	—	—
1150	13	19	—	—	11	—	—	29	—	11	—	17	—	—	23	—	—	—	—	17	11	29	—	—
1360	—	37	—	—	19	13	11	—	23	—	17	13	—	—	—	—	—	11	—	—	—	31	—	13
1570	19	—	—	37	—	—	—	—	—	—	—	—	23	—	11	31	17	13	—	11	—	—	—	23
1780	—	—	11	—	13	—	23	17	—	31	—	11	19	—	43	17	11	—	—	—	—	—	—	—
1990	—	—	—	—	—	43	—	—	19	—	13	23	—	11	29	—	—	19	31	—	—	—	—	—
2200	—	47	—	—	17	23	—	—	—	13	—	37	31	—	—	—	43	—	—	29	—	—	11	—
2410	—	41	—	11	—	—	—	31	11	—	23	—	—	—	37	13	19	47	11	41	—	23	13	11
2620	37	11	—	19	—	11	—	—	—	17	—	—	—	—	—	—	—	37	—	—	—	11	—	—
2830	—	17	—	—	—	—	47	19	13	—	43	—	11	—	13	—	—	41	—	23	37	—	29	—
3040	11	—	43	—	—	37	17	—	—	—	11	19	29	13	—	11	—	—	53	31	13	—	43	47
3250	—	—	13	—	29	17	19	11	37	—	—	—	—	31	—	—	—	—	47	13	—	—	17	—
3460	—	—	23	59	11	—	13	—	31	11	—	—	13	—	—	—	—	—	—	53	11	—	—	43
3670	—	13	29	—	—	—	11	—	47	—	61	—	—	37	—	19	23	11	13	—	53	—	—	—
3880	13	—	17	47	—	—	—	—	—	—	—	31	—	—	11	59	37	17	—	11	29	41	23	—
4090	17	—	11	—	23	13	—	—	—	—	41	11	—	—	—	23	11	43	—	37	47	53	59	13
4300	59	31	19	29	—	61	—	—	43	—	19	—	—	11	17	—	29	13	41	—	23	—	53	—
4510	—	—	—	23	13	19	—	—	29	47	—	—	17	23	19	—	13	—	—	43	—	17	11	31
4720	29	—	—	11	47	—	67	—	11	19	13	17	—	—	—	—	—	—	11	17	—	—	61	11
4930	—	11	—	—	—	11	—	—	—	13	17	—	—	19	—	—	—	—	29	—	—	11	47	—
5140	—	19	—	13	—	—	31	—	71	—	29	—	11	41	—	13	17	23	—	—	—	—	13	29
5350	11	23	31	41	19	—	—	17	—	—	11	—	—	—	—	11	61	—	—	—	—	13	—	53
5560	19	—	—	—	37	—	29	11	13	71	31	41	—	17	13	43	—	—	—	—	—	—	—	—
5770	53	—	—	—	11	—	—	37	—	11	—	—	19	13	—	—	—	—	—	—	11	—	—	—
5980	—	53	13	17	—	—	11	13	19	—	37	—	—	—	23	—	73	11	—	13	—	59	—	—
6190	—	—	—	—	—	—	13	—	23	17	79	—	13	—	11	—	—	—	—	11	61	—	19	—
6400	43	13	11	—	—	59	41	47	17	—	—	11	23	29	—	—	11	—	13	—	43	73	67	23
6610	13	—	37	19	—	29	17	61	—	—	—	59	—	11	—	41	—	—	37	—	—	19	—	—
6820	—	—	—	—	41	13	—	19	—	—	—	13	—	71	83	61	—	67	—	—	31	—	11	13
7030	31	—	—	11	—	23	37	—	11	—	73	19	41	47	31	—	—	13	11	—	17	—	—	11
7240	—	11	—	53	13	11	19	29	—	37	23	—	67	—	—	71	13	—	17	—	—	11	41	—
7450	—	—	17	31	—	—	—	—	59	—	13	—	11	—	73	—	—	17	—	—	19	—	—	—
7660	11	—	—	—	—	—	43	—	—	13	11	—	—	—	59	11	71	—	61	23	—	—	—	17
7870	—	—	—	13	53	—	—	11	41	—	89	—	—	—	17	13	—	—	73	19	—	31	13	79
8080	—	—	—	—	11	—	—	23	—	11	47	79	17	—	29	31	41	—	—	—	11	13	—	19
8290	—	43	19	—	—	53	11	—	13	31	19	17	—	61	13	—	—	11	—	17	83	—	—	37
8500	47	67	—	—	—	19	—	—	—	83	17	43	—	13	11	—	23	—	31	11	13	—	—	—
8710	23	—	11	—	—	—	—	13	—	19	—	11	31	67	—	—	11	59	19	13	—	—	23	—
8920	79	—	—	—	23	—	13	17	—	—	—	47	13	11	89	17	—	—	—	—	—	71	29	—
9130	—	13	41	—	—	—	89	53	—	67	—	—	29	17	—	—	—	61	13	—	23	—	11	—
9340	13	—	47	11	17	—	—	83	11	41	—	—	—	23	97	—	—	—	11	—	—	—	—	11
9550	19	11	73	17	61	11	—	43	53	29	—	13	—	59	—	—	—	—	23	31	—	11	—	13
9760	—	—	29	—	—	—	97	41	—	17	—	—	11	31	—	—	—	13	43	—	59	—	—	71
9970	11	17	67	97	13	73	—	—	17	43	11	37	79	—	—	11	13	19	89	—	29	—	—	—
10180	61	23	—	101	59	—	17	11	—	53	13	29	—	—	37	—	—	31	—	—	—	43	19	—
10390	37	—	101	29	11	17	—	—	—	11	53	31	—	—	—	—	19	37	—	47	11	—	17	—
10600	—	103	—	13	—	—	11	—	29	23	—	—	—	—	47	13	59	11	—	—	17	19	13	—
10810	29	31	79	—	—	37	—	19	—	—	—	—	83	73	11	—	—	—	17	11	—	13	—	61
11020	—	41	11	61	—	43	—	—	13	—	—	11	—	—	13	—	11	17	29	41	—	—	—	31
11230	17	—	—	—	—	—	19	59	—	—	29	—	23	11	—	89	43	—	—	—	13	47	—	17
11440	—	107	13	73	—	—	23	13	—	—	—	—	—	37	17	29	—	41	—	13	19	83	11	—
	7	9	13	21	27	31	37	39	43	49	51	57	63	67	69	73	79	81	87	91	93	97	99	109

a = 10
b = 11
c = 12
d = 13
e = 14

	1 11 13 17	19 23 29 31	37 41 43 47	53 59 61 67	71 73 79 83	89 97 101 103
11550	— 11 31 43	23 71 — 37	— 67 — —	41 13 17 —	— 59 29 —	a3 19 61 43
11760	19 79 61 —	— — — 13	47 — 11 —	— 53 — —	— — — 13	17 71 29 —
11970	— — 23 —	19 67 13 11	— — 41 61	11 23 53 —	— — — 17	31 11 — —
12180	13 73 89 —	11 — 29 —	19 11 17 —	13 — — 37	— — 13 —	— — — 71
12390	— — 79 19	— — 11 —	17 31 — —	23 59 — —	17 11 37 —	— — — 13
12600	— — — 11	— 13 73 17	— — 47 —	— — 11 53	— 19 31 11	— — 13 —
12810	23 — — a1	— 41 37 —	29 71 — 13	19 17 61 79	11 13 — —	— — — 37
13020	29 83 — —	13 — — 31	11 37 — 73	17 11 a3 23	13 — — —	— 13 — 11
13230	a1 — 17 13	— 29 — 89	— 23 13 11	37 97 — —	47 53 — —	19 — — 67
13440	— — 11 —	43 — — 19	— 13 97 —	a3 — 23 13	59 — 11 —	83 — 11 29
13650	11 19 13 79	— 11 — —	— — — —	71 — — 11	— — — 31	11 59 — 17
13860	83 11 — —	— — 17 29	13 — — —	— 31 — 19	— — 53 73	13 17 23 —
14070	— — — —	73 17 23 59	— a3 11 19	29 71 13 67	79 — — —	— 31 37 —
14280	— 31 — 17	79 — 41 11	a3 — — —	11 13 — —	b3 31 83 53	— 11 73 19
14490	43 17 — 89	11 23 — 13	73 11 — —	— — — —	— — 17 13	61 29 — —
14700	61 47 — —	41 — 11 —	— — 23 —	— — 29 —	— 11 — —	23 — 19 b3
14910	13 43 — 11	— a9 — 67	— — 19 —	13 — 11 17	71 — 13 11	53 43 17 —
15120	— — 37 —	— 19 — a9	23 — 59 29	— 43 17 —	11 — — 23	67 — 31 13
15330	— 23 67 a3	— 13 — —	11 19 — —	— 11 — 89	— 73 19 —	17 — 13 11
15540	— — a3 47	— 79 — 23	37 — — 11	31 19 — —	67 13 — 17	— 19 — —
15750	19 — 11 —	13 — 31 43	— — 17 —	— — 97 —	13 — 11 71	47 13 11 83
15960	11 — — 13	19 11 59 —	17 — 13 —	67 83 37 11	17 — 43 61	11 — — —
16170	a3 11 — —	— — 97 17	19 13 31 —	— — — 13	a9 37 — —	71 — 53 —
16380	— 37 13 19	23 47 61 —	— — 11 —	— 17 41 —	— — a9 a1	43 — — 53
16590	47 13 — —	17 37 — 11	13 — — c7	11 — — —	— 19 79 —	13 11 — —
16800	53 — 17 67	11 — — —	b3 11 — 17	19 23 13 a1	— 47 — —	— 61 — —
17010	— — 29 —	— — 11 —	— 17 — 37	b3 13 43 —	19 11 23 —	— — 71 a9
17220	17 — 19 11	— 43 47 13	— 41 61 31	23 37 11 59	— — — 11	19 — — 17
17430	— a7 — 73	— 31 13 19	— — a1 —	— — — —	11 23 — 83	— 17 47 89
17640	13 19 c7 —	— 17 — 41	11 — — 23	13 11 31 —	89 — 13 37	— — b3 11
17850	— 53 — 17	a7 61 19 —	31 — 29 11	— — — 19	— — — 79	— d1 29 13
18060	— 17 11 —	a1 13 — 79	— 23 43 19	59 — — —	— — 11 —	— 67 11 41
18270	11 a1 47 —	— 11 29 —	— — — 13	73 — 23 11	— 13 59 —	11 — — 19
18480	— 11 — 53	13 — 83 a7	— — — 97	43 — — 17	13 — 67 19	31 13 17 —
18690	— — 59 13	53 — — 97	61 — 11 41	— — 17 —	73 29 d7 —	89 — 19 —
18900	41 — — —	— c7 23 11	29 13 19 —	11 — 67 13	61 — — 41	17 11 — 31
19110	29 — 13 31	11 19 — —	41 11 a7 —	— 29 19 c7	— — 31 17	73 — — —
19320	d9 13 — 61	83 23 11 37	13 19 17 a7	— — — —	— 11 19 —	13 — — —
19530	— — — 11	b3 — — 31	17 — 23 —	— 19 11 —	17 — — 11	23 19 67 29
19740	19 — — 23	— — 53 17	— d1 73 47	— 13 — 29	11 — — 43	79 83 — —
19950	71 — — 41	19 — — 13	11 — — —	83 11 — 37	— — — 13	29 — — 11
20160	— 23 — —	17 — 13 61	19 — 89 11	17 — 73 b3	— — 37 31	— 47 — 23
20370	13 89 11 19	— — — 23	— — d7 17	13 31 — a7	— — 11 b3	41 97 11 59
20580	11 59 — 43	— 11 37 —	53 17 41 —	47 — — 11	a7 19 73 —	11 23 — 13
20790	17 11 71 —	— 13 a9 47	59 37 83 67	19 — 29 —	23 31 41 —	— — 13 17
21000	— — — —	— — 17 —	a9 53 11 13	37 — — —	19 13 a7 29	— 17 — 47
21210	— — 19 —	13 17 67 11	— 79 53 29	11 — 89 —	13 — 61 a7	19 11 a1 —
21420	31 29 — 13	11 41 89 19	43 11 13 —	a9 47 — —	— — — —	d7 — — —
21630	97 17 23 —	— 59 11 —	47 13 — 53	— 23 a9 13	— 11 17 —	37 — 31 a3
21840	— — 13 11	— — 19 —	d1 — 79 43	— 61 11 19	— 17 23 11	— — 37 —
22050	— 13 — —	29 — — 71	13 — — 19	23 — — 17	11 — — —	13 — 17 —
22260	b3 — — —	— — 31 —	11 29 — —	53 11 13 83	d7 23 89 —	— 79 59 11
22470	23 — — b3	43 83 e9 —	71 — 47 11	a1 13 — 31	— — — 19	17 — — —
22680	37 — 11 —	— 73 — 13	— — 31 —	c7 — — 23	— 61 11 13	— — 11 —
22890	11 — 37 —	31 11 13 —	a1 23 17 —	— 53 59 11	— — a3 —	11 c7 83 —
	1 11 13 17	19 23 29 31	37 41 43 47	53 59 61 67	71 73 79 83	89 97 101 103

	7	9	13	21	27	31	37	39	43	49	51	57	63	67	69	73	79	81	87	91	93	97	99	109
11650	—	89	a7	11	—	—	13	—	11	—	—	23	13	—	—	19	37	—	11	59	—	17	31	11
11860	—	11	31	a9	—	11	—	73	—	—	43	17	—	—	79	—	—	—	13	17	—	11	—	—
12070	13	47	43	a7	—	—	—	—	—	—	17	67	11	53	61	—	—	29	—	—	—	23	43	19
12280	11	—	19	—	31	13	a9	97	—	—	11	13	—	—	53	11	17	47	83	89	—	—	—	13
12490	—	29	—	—	—	19	—	11	83	—	—	—	—	29	19	17	—	13	—	23	—	41	—	43
12700	97	71	—	—	11	29	47	—	—	11	41	—	—	17	b3	53	13	—	19	—	11	67	—	—
12910	—	—	—	67	17	—	11	23	—	—	13	—	—	19	—	—	31	11	41	—	—	—	—	47
13120	—	19	23	17	—	—	59	—	—	13	—	—	—	—	11	79	67	43	47	11	73	—	—	—
13330	—	—	11	13	19	31	—	29	43	17	—	11	59	—	—	13	11	—	—	—	31	29	13	89
13540	19	17	—	71	—	41	—	37	17	a7	—	—	61	11	31	—	—	53	—	43	—	13	23	—
13750	—	—	—	47	23	—	17	—	13	—	37	—	19	41	13	23	—	—	a1	—	a9	61	11	—
13960	—	61	89	11	71	17	—	—	11	—	—	a7	37	13	—	—	a1	19	11	—	13	—	17	11
14170	—	11	13	23	—	11	—	13	61	59	—	41	43	23	29	—	—	—	53	13	17	11	19	a9
14380	—	—	37	—	—	—	13	—	—	47	—	—	11	—	—	97	19	—	17	29	41	31	—	—
14590	11	13	17	19	47	—	—	—	—	—	11	97	—	—	a7	11	—	17	13	53	—	19	37	—
14800	13	59	—	—	—	—	37	11	—	31	—	83	89	—	—	a7	—	23	—	—	53	—	47	17
15010	—	23	83	—	11	13	41	a1	—	11	—	13	—	—	17	—	79	—	31	—	11	—	29	13
15220	—	97	—	—	79	a1	11	—	—	—	—	—	17	—	—	41	—	11	—	61	—	17	—	—
15430	43	—	—	—	13	—	—	31	—	23	b3	17	—	—	11	37	13	—	59	11	19	—	53	41
15640	—	—	11	—	—	—	61	—	—	29	13	11	41	b3	23	19	11	79	—	—	—	—	—	—
15850	a1	—	29	59	—	—	—	—	23	13	—	—	—	11	—	—	17	89	—	19	a7	37	41	—
16060	—	—	—	13	—	—	—	17	—	89	—	71	23	—	c7	13	—	—	67	31	29	a7	11	19
16270	41	73	19	11	43	—	23	47	11	—	19	29	—	17	—	59	—	83	11	—	—	13	—	11
16480	—	11	—	29	17	11	83	—	13	—	61	23	71	—	13	—	29	—	—	73	—	11	59	53
16690	59	—	—	17	73	23	43	—	29	19	—	—	11	13	—	—	41	31	19	97	13	—	a3	a7
16900	11	37	13	—	—	—	—	13	—	17	11	31	—	19	71	11	—	—	—	13	—	23	89	73
17110	—	17	—	37	—	61	13	11	17	—	d1	—	13	89	41	—	—	—	29	a3	—	—	—	67
17320	—	13	—	—	11	—	17	—	97	11	29	—	—	—	—	—	c7	—	13	23	11	—	—	29
17530	13	—	53	—	97	17	11	—	—	—	—	43	73	—	—	29	—	11	79	67	—	—	17	31
17740	—	—	41	—	a9	13	29	23	—	—	—	13	19	—	11	47	a3	71	—	11	17	—	—	13
17950	—	—	11	—	—	—	—	—	19	41	47	11	—	43	37	67	11	13	17	—	—	—	—	—
18160	37	—	17	—	13	—	31	—	a9	d1	—	—	—	11	—	—	13	17	71	—	—	—	19	—
18370	17	—	31	53	—	—	79	41	—	b3	13	—	—	a3	—	—	19	—	—	—	37	59	11	17
18580	—	29	—	11	23	37	—	43	11	13	31	—	a3	29	17	23	47	—	11	—	71	19	—	11
18790	—	11	—	13	31	11	67	19	37	—	83	47	17	a9	—	13	—	b3	43	79	23	11	13	—
19000	83	—	—	23	53	—	—	79	d7	43	—	17	11	23	—	—	—	—	—	17	61	13	71	97
19210	11	—	47	—	—	71	19	—	13	—	11	—	—	37	13	11	—	a1	23	—	97	43	—	—
19420	—	—	—	—	—	53	—	11	—	—	—	—	—	13	—	a1	17	—	—	a9	13	29	d1	59
19630	73	41	13	43	11	—	71	13	a3	11	—	—	47	—	—	17	—	23	—	13	11	—	a9	—
19840	89	23	—	—	—	31	11	a3	59	—	—	a1	13	17	43	—	—	11	—	19	31	—	c7	—
20050	31	13	—	—	17	43	53	—	71	a1	—	—	—	—	11	—	—	41	13	11	—	—	—	19
20260	13	—	11	17	—	a3	—	53	79	23	19	11	—	—	29	—	11	—	—	47	—	—	—	—
20470	—	—	—	31	a3	13	—	—	73	17	—	13	—	11	19	—	—	—	61	29	—	d1	67	13
20680	d7	17	—	c7	—	d9	—	—	17	19	—	89	—	—	—	—	—	13	19	—	—	79	11	—
20890	—	—	—	11	13	—	17	—	11	—	43	—	23	19	—	—	13	67	11	—	—	31	d9	11
21100	—	11	43	—	37	11	23	—	—	—	13	—	—	61	—	31	—	59	—	—	—	11	17	c7
21310	—	—	—	83	19	—	—	37	d1	13	41	23	11	—	—	—	73	—	—	—	17	—	79	—
21520	11	—	61	13	29	23	—	—	—	—	11	—	b3	—	—	11	—	—	17	—	—	—	13	43
21730	—	—	17	—	—	47	—	11	—	29	23	—	19	71	—	—	b3	17	—	—	d9	13	83	—
21940	17	47	29	—	11	c7	—	31	13	11	—	—	—	59	13	—	97	19	—	—	11	—	—	17
22150	—	—	37	—	67	41	11	—	—	79	e9	53	97	13	17	71	—	11	37	23	13	—	19	—
22360	—	—	13	—	61	—	—	13	43	—	73	29	17	41	11	—	19	—	—	11	—	17	37	—
22570	a7	67	11	19	59	97	13	23	—	—	—	11	13	—	—	—	11	—	d9	17	d1	19	—	—
22780	—	13	23	f1	—	—	—	19	29	37	17	41	53	11	73	—	—	—	13	—	89	—	d7	47
22990	13	a9	—	—	—	—	—	—	31	—	—	19	—	—	—	—	17	—	47	—	41	—	11	—
	7	9	13	21	27	31	37	39	43	49	51	57	63	67	69	73	79	81	87	91	93	97	99	109

a = 10
b = 11
c = 12
d = 13
e = 14
f = 15

a = 10
b = 11
c = 12
d = 13
e = 14
f = 15
g = 16
h = 17
i = 18

	1	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103
23100	13	11	29	—	61	19	a1	—	17	73	—	79	13	—	19	—	17	—	13	97	—	—	—	—
23310	—	—	83	—	41	—	—	17	37	19	11	—	61	—	—	97	a3	67	19	e9	—	89	41	13
23520	43	—	a1	—	—	13	—	11	—	—	—	—	11	17	—	a3	31	—	—	—	—	11	13	—
23730	19	—	—	—	11	—	23	—	—	11	—	13	17	—	37	53	—	13	29	—	—	—	—	—
23940	89	43	17	—	13	31	11	—	—	—	29	17	—	a3	—	—	13	11	—	—	—	13	29	—
24150	—	37	73	11	—	23	—	—	19	17	13	—	—	43	11	61	53	—	—	11	—	—	—	79
24360	17	—	—	19	—	37	29	—	31	13	23	—	—	—	—	13	11	53	—	—	23	37	61	17
24570	—	47	13	23	67	—	17	73	11	—	f1	a3	—	11	—	71	41	19	f7	89	—	17	—	11
24780	—	13	—	d7	—	17	—	43	13	—	a3	11	19	59	—	—	—	29	—	23	13	—	d9	e9
24990	67	23	11	17	89	—	c7	d1	29	—	—	—	79	37	13	—	19	71	11	—	31	—	11	23
25200	11	17	19	f1	—	11	—	23	—	43	—	—	—	13	—	11	37	c7	17	d1	11	41	—	—
25410	—	11	—	47	59	29	—	13	—	31	—	—	—	—	—	73	83	17	71	13	43	23	97	31
25620	—	19	—	31	—	—	13	b3	—	67	11	—	—	—	61	17	23	—	31	—	47	—	17	29
25830	13	—	43	—	—	a3	19	11	—	41	—	b3	11	—	17	19	59	—	13	—	—	11	—	—
26040	—	a9	—	71	11	67	d1	29	89	11	—	19	97	—	43	—	—	—	—	f1	17	59	—	13
26250	—	—	—	—	a9	13	11	41	97	61	—	—	29	—	83	—	—	11	b3	17	—	—	13	19
26460	47	a3	23	11	—	71	—	59	—	—	17	13	—	23	11	41	43	13	—	11	d9	—	—	a1
26670	e9	—	—	—	13	—	—	—	17	—	—	—	—	—	—	—	11	47	23	31	—	13	19	41
26880	—	—	—	13	37	—	71	17	11	—	13	—	23	11	29	—	—	—	—	59	e9	53	—	11
27090	—	41	—	—	—	19	47	37	—	13	43	11	—	17	19	13	f7	23	a1	29	—	31	—	71
27300	23	31	11	59	17	89	—	f1	—	19	37	23	17	a9	—	—	a1	31	11	d9	61	—	11	67
27510	11	13	17	—	—	11	—	—	13	—	59	17	43	19	79	11	—	—	47	41	11	19	—	53
27720	19	11	—	—	—	—	—	—	41	17	—	—	—	—	13	37	—	—	—	—	—	—	43	—
27930	17	—	—	—	19	—	73	—	—	83	11	a1	—	13	23	—	—	41	37	a9	—	—	—	17
28140	a7	—	47	37	29	—	17	11	19	—	—	71	11	g3	—	67	—	89	—	13	—	11	31	61
28350	—	79	b3	19	11	17	13	a1	—	11	—	73	—	—	—	f7	97	43	—	—	—	—	23	37
28560	13	—	—	17	—	a1	11	—	—	37	—	—	13	—	—	—	—	11	13	—	—	—	—	—
28770	—	17	a7	11	—	—	31	83	—	47	—	—	19	c7	11	—	f1	—	17	11	—	—	—	13
28980	73	53	79	a7	47	13	—	67	—	—	—	—	—	71	b3	31	11	17	—	—	41	—	13	c7
29190	—	—	19	—	—	d1	61	—	11	—	23	13	—	11	—	17	29	13	—	73	19	—	17	11
29400	—	—	67	23	13	—	—	19	—	59	—	11	—	89	17	79	13	—	41	—	37	13	—	g3
29610	—	19	11	13	—	—	a7	—	23	e9	13	47	—	—	—	59	67	—	11	23	17	61	11	43
29820	11	23	—	—	53	11	19	—	73	13	—	—	—	—	—	11	71	g7	29	17	11	—	—	23
30030	59	11	13	—	f1	41	—	23	a7	—	17	19	67	—	—	—	31	—	—	—	—	47	29	—
30240	—	13	—	79	—	53	—	—	13	a7	11	31	—	41	f7	—	17	—	—	—	13	23	—	19
30450	37	83	41	—	—	31	29	11	43	—	—	—	11	—	13	—	23	d1	—	19	—	11	d7	—
30660	—	—	37	—	11	61	—	47	—	11	—	—	—	13	31	—	79	73	59	71	97	—	19	—
30870	—	—	89	67	17	—	11	13	31	—	19	43	17	f7	—	—	—	11	—	13	83	h3	—	47
31080	—	—	17	11	d7	19	13	53	29	—	—	17	g3	—	11	—	—	—	—	11	71	—	—	—
31290	13	b3	23	—	d1	h3	—	—	—	17	—	—	13	23	a7	—	11	79	13	d7	—	—	—	—
31500	17	—	—	—	43	29	41	—	11	—	—	—	d9	11	37	—	d1	—	23	—	31	19	—	11
31710	19	—	—	—	—	13	17	—	53	—	b3	11	23	—	—	43	61	37	83	—	—	17	13	29
31920	d7	37	11	a9	19	17	43	89	—	31	—	13	—	b3	—	29	—	13	11	—	—	a1	11	31
32130	11	—	—	17	13	11	—	29	19	53	—	23	—	—		11	13	—	31	—	11	13	g7	—
32340	—	11	—	13	—	—	—	—	—	—	13	d9	29	h9	—	23	—	—	17	—	—	g3	—	—
32550	43	—	—	29	—	—	—	31	—	13	11	37	—	—	—	13	—	17	67	—	c7	—	a3	—
32760	i1	—	13	73	—	—	—	11	—	—	—	53	11	37	23	17	—	—	—	—	a7	11	17	59
32970	—	13	—	—	11	—	—	61	13	11	—	d7	—	—	17	—	19	h3	—	—	13	43	—	—
33180	—	—	19	89	—	—	11	—	59	d9	—	e9	g7	43	13	—	41	11	79	29	17	a7	23	83
33390	—	c7	—	11	—	—	23	19	—	a1	67	29	53	13	11	—	—	a9	—	11	—	—	a7	—
33600	—	19	—	—	—	—	—	13	—	—	17	—	73	97	41	d1	11	f1	—	13	59	31	67	—
33810	—	31	e9	—	—	23	13	43	11	—	97	—	—	11	—	19	17	31	—	—	a9	41	—	11
34020	13	—	—	a1	—	59	79	17	—	—	23	11	13	53	h3	89	73	a3	13	67	23	a9	e9	—
34230	—	97	11	23	29	—	—	—	—	43	—	f1	—	17	53	—	—	—	11	—	—	—	11	13
34440	11	47	d1	—	17	11	—	—	23	29	—	—	17	—	—	11	—	—	—	19	11	—	13	—

1 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97 101 103

	7 9 13 21	27 31 37 39	43 49 51 57	63 67 69 73	79 81 87 91	93 97 99 109
23200	23 — d9 11	— 13 19 17	11 67 — 13	43 53 — 17	— 31 11 —	— — 23 11
23410	— 11 59 —	23 11 — d1	47 — 29 31	— 17 53 23	83 13 — 71	19 11 — 29
23620	— — — 47	13 67 41 59	— — — —	11 — — 19	13 d7 f1 d1	23 37 — 61
23830	11 31 b3 17	— a7 29 —	— — 11 —	— 23 — 11	— — — 19	47 71 — 37
24040	d9 — 67 —	41 — — 11	— 13 — —	— — — —	89 — 23 59	— — a1 19
24250	c7 17 19 13	11 — e9 a7	17 11 19 a9	41 — 83 13	— 29 — a1	11 97 13 —
24460	43 — — —	47 19 11 —	a7 — c7 —	d7 — 19 —	53 11 — —	43 13 41 79
24670	— 23 — —	— 17 31 —	13 19 59 79	— 29 11 a9	— 53 19 11	— — 17 71
24880	41 — 11 37	— 29 — —	— 97 a7 11	— 13 61 —	11 a9 — —	13 — — —
25090	— 19 13 —	— — — 13	41 23 31 —	— 11 d9 —	— — 17 13	— 89 — b3
25300	— — 17 —	19 73 13 —	— — a1 —	13 — 23 —	41 17 53 —	67 a9 11 —
25510	17 13 — 11	— — 59 29	11 61 — 37	a7 — — —	— f7 11 —	— 29 — 11
25720	13 11 — —	— 11 43 —	— 73 — e9	19 a7 17 —	— — d1 53	83 11 — 23
25930	37 — — —	a1 13 23 —	19 83 — 13	11 — — —	31 19 — —	53 17 — 13
26140	11 79 — —	d7 — — 47	— — 11 17	— 73 — 11	f7 13 — 17	37 — 19 —
26350	— 43 41 —	13 23 — 11	— — 17 —	61 — 29 —	13 — — d7	31 53 — —
26560	31 g3 — 19	11 — — 67	37 — 13 43	79 — 31 —	17 — — 29	11 19 53 —
26770	— 61 — 73	c7 — 11 17	— 13 — d9	— 47 — 17	— 11 a7 —	— 67 97 —
26980	— d7 — 13	b3 — — 41	61 f1 — 19	— 17 11 13	— — — 11	— — 13 a3
27190	— 59 11 —	17 g3 19 73	b3 — — 11	— 97 — d7	11 — — —	— 13 29 —
27400	— — 79 17	— — — 23	13 — 97 —	29 11 13 83	— — — 37	19 31 a7 —
27610	— 71 23 —	29 d1 — 43	— 17 d9 73	— 13 89 19	— — — —	13 a3 11 53
27820	— 17 13 11	— — 89 13	11 29 47 61	— 79 g7 —	23 — 11 13	a3 — — 11
28030	23 11 29 —	— 11 13 —	67 43 — —	13 — — f7	— — 31 61	— 11 23 19
28240	47 13 19 59	23 17 — —	— — 19 —	11 — — 23	— c7 13 41	29 43 17 —
28450	11 e9 — 71	— 19 61 31	— — 11 29	— — 19 11	47 a3 — —	17 — — —
28660	a9 — 53 23	— 13 — 11	— 19 — 13	— 23 — 59	29 41 17 —	— e9 — 13
28870	67 — 17 g7	11 — d7 —	29 11 — —	— 19 43 a3	— 13 23 —	11 83 59 —
29080	17 19 47 —	13 43 11 37	— — — —	f1 — a3 —	13 11 — 31	— g3 — 17
29290	— 83 — —	19 a9 — d9	— — 13 —	e9 31 11 —	43 23 29 11	— — — —
29500	19 23 11 53	— — — a9	31 13 29 11	17 — — —	11 — — c7	a1 17 — 29
29710	— b3 — 13	d1 — f1 71	— — — 17	19 11 97 13	— 31 83 17	— 41 13 —
29920	— h3 37 79	— 61 29 —	19 23 17 31	— f7 — 89	d1 19 87 —	— 13 11 —
30130	— — 43 11	53 — 97 —	11 a3 — —	a9 — 13 —	17 — 11 47	— g7 19 11
30340	— 11 c7 97	— 11 37 17	23 — — b3	— 13 47 17	19 29 — —	13 11 61 —
30550	— — 13 19	— 53 73 13	— 37 71 c7	11 17 67 b3	a9 — — 13	— 19 — 23
30760	11 29 — —	17 41 13 19	— — 11 —	13 29 — 11	— — a9 —	— 59 — —
30970	— 13 — 17	d9 29 a1 11	— — 67 19	— 41 — 37	61 — 13 89	— 47 — —
31180	13 — — 41	11 23 19 —	— 11 — —	f7 — — —	— 43 — —	11 — 31 67
31390	— 17 31 a1	89 13 11 53	17 e9 23 13	71 83 g3 73	— 11 — —	19 23 — 13
31600	— 73 a1 a3	— 47 17 29	— — 31 —	— — 11 19	79 13 — 11	41 29 — 37
31810	— 47 11 d9	13 17 — —	53 — f1 11	— c7 71 —	11 — g7 19	61 — 17 59
32020	— — a3 h9	73 — — —	— — 13 —	— 11 — 67	— 47 97 g3	17 — — 19
32230	— a3 19 —	— — 41 23	59 13 19 83	43 — — —	— 79 17 —	— — 11 73
32440	71 37 17 11	— 19 47 —	11 53 — —	— — 19 13	31 17 11 —	— — 13 11
32650	17 11 89 37	41 11 — 97	— 19 53 —	— — — 43	23 71 19 29	d7 11 — 17
32860	23 — 71 d1	— 31 67 g7	13 — — —	11 19 13 —	— — 47 83	31 — 23 —
33070	11 19 — —	23 79 — b3	— — 11 f7	17 13 31 11	— — 71 —	13 17 41 —
33280	— — 13 —	19 — — 11	47 — — 17	— — — —	— 73 61 13	23 — 29 h3
33490	19 d9 — 23	11 — 13 —	— 11 17 —	13 23 37 —	— 59 — —	11 — — —
33700	37 13 — —	29 89 11 —	41 — — —	19 — — —	17 11 13 —	47 — 73 —
33910	13 a7 — —	— — 83 17	19 29 — —	53 61 11 17	41 19 — 11	37 31 71 —
34120	— — 11 —	— 13 — —	c7 47 — 11	— 17 h9 31	11 23 79 —	— — 19 13
34330	— 23 61 —	17 — — —	37 31 — d7	g3 11 41 —	19 13 c7 —	29 h3 — —
34540	h9 — a9 17	13 i1 71 f1	— — — 29	— — 53 —	13 89 31 —	59 19 11 —
	7 9 13 21	27 31 37 39	43 49 51 57	63 67 69 73	79 81 87 91	93 97 99 109

a = 10
b = 11
c = 12
d = 13
e = 14
f = 15
g = 16
h = 17
i = 18

a = 10
b = 11
c = 12
d = 13
e = 14
f = 15
g = 16
h = 17
i = 18
j = 19
k = 20
l = 21

	1	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103
34650	—	11	17	—	37	—	—	79	—	b3	—	13	—	61	a3	e9	—	13	—	47	—	—	19	23
34860	71	—	43	—	13	—	d9	23	—	17	11	67	—	—	47	53	13	i1	—	83	—	13	—	—
35070	17	—	—	13	—	19	—	11	—	—	13	—	11	—	19	41	—	b3	—	—	—	11	—	17
35280	—	—	29	47	11	43	17	—	—	11	—	—	89	—	59	13	23	—	19	—	b3	17	—	41
35490	—	d1	13	—	—	17	11	—	—	—	—	—	—	19	73	31	43	11	—	—	47	19	—	—
35700	19	13	71	11	23	d9	—	—	13	a3	31	—	—	—	11	47	—	83	37	11	13	—	—	—
35910	—	17	—	37	19	—	83	c7	a3	—	f7	41	—	—	13	—	11	—	17	—	—	—	—	—
36120	41	—	23	—	71	47	37	—	11	—	29	59	61	11	97	—	—	17	53	41	—	—	29	11
36330	47	—	—	19	g3	—	a3	13	41	37	—	11	—	—	f1	17	89	59	23	13	79	73	17	—
36540	—	—	11	d9	—	—	13	—	79	f7	—	—	23	—	17	—	31	19	11	53	—	—	11	—
36750	11	—	97	—	83	11	—	—	—	—	—	31	13	—	d1	11	—	23	13	—	11	—	43	d7
36960	23	11	—	a3	—	31	47	71	—	g3	—	23	—	—	—	61	19	29	—	17	—	—	—	13
37170	—	—	19	41	—	13	—	—	29	c7	11	—	—	59	31	23	g7	—	j3	—	19	83	13	—
37380	29	d9	61	—	e9	b3	—	11	17	23	—	13	11	29	—	—	17	13	47	—	89	11	37	—
37590	—	19	31	—	11	29	—	17	j1	11	—	61	—	—	23	—	13	—	d9	a1	41	13	—	—
37800	a3	—	—	13	59	a9	11	—	f7	79	13	—	—	17	—	19	—	11	—	43	—	—	f1	29
38010	—	j3	47	11	17	73	—	a9	—	13	—	19	17	—	11	13	b3	—	41	11	31	53	23	—
38220	37	—	13	—	—	g7	23	29	67	—	83	17	—	a1	—	—	11	e9	—	—	29	—	—	19
38430	—	13	37	—	—	—	—	—	11	17	79	a9	29	11	61	d7	—	d9	97	19	13	59	53	11
38640	17	—	—	29	67	23	—	—	—	47	a1	11	—	—	13	—	—	—	31	—	—	—	19	17
38850	—	—	11	—	47	—	17	59	37	—	19	97	—	13	g7	—	—	—	11	—	23	17	11	—
39060	11	89	41	23	—	11	—	13	—	61	—	—	—	—	19	11	a9	—	—	13	11	—	—	—
39270	h3	11	g3	17	a1	—	13	—	23	19	—	—	—	67	37	d9	—	—	19	23	—	—	—	—
39480	13	17	73	c7	—	—	—	—	43	—	11	29	13	19	—	71	—	37	13	—	—	19	—	23
39690	19	29	—	59	—	f1	—	11	—	67	—	79	11	—	c7	83	—	17	—	31	—	11	—	13
39900	—	a7	g7	h9	11	13	—	73	—	11	59	43	—	31	89	17	—	71	—	—	—	23	13	a9
40110	—	53	—	—	—	67	11	d7	19	—	—	13	—	—	17	—	23	11	—	—	61	31	79	—
40320	61	31	53	11	13	—	f7	—	—	—	i1	37	47	e9	11	—	13	31	71	11	17	13	83	—
40530	—	71	—	13	23	a7	—	47	b3	29	13	—	—	37	—	—	11	19	—	17	f1	—	41	h9
40740	d1	—	83	53	—	—	59	—	11	13	17	—	19	11	—	13	37	—	—	—	—	97	—	11
40950	31	—	13	71	53	—	43	a7	17	h9	—	11	d1	23	—	—	17	—	89	37	—	—	—	61
41160	—	13	11	—	—	—	—	17	13	—	—	89	—	47	—	—	—	—	11	—	13	—	11	—
41370	11	—	29	—	—	11	—	19	47	—	—	83	23	17	13	11	29	—	i1	—	11	—	b3	67
41580	43	11	—	—	17	—	—	—	—	—	a7	—	17	13	—	—	—	23	—	61	—	71	—	73
41790	23	—	17	97	—	—	19	13	f1	59	11	17	—	—	—	19	41	—	e9	13	—	—	g3	—
42000	97	43	—	—	—	—	13	11	c7	17	—	19	11	d7	—	23	—	—	29	—	—	11	—	71
42210	13	—	—	—	11	f7	—	53	83	11	29	—	13	43	41	67	—	—	13	—	—	—	29	17
42420	59	f1	—	—	31	—	11	—	—	—	—	—	—	a7	23	—	—	11	—	19	—	17	a1	13
42630	89	—	—	11	—	13	29	37	—	71	d9	—	—	—	11	—	—	—	—	11	—	—	13	f1
42840	—	73	—	17	—	—	g3	43	53	d7	19	13	59	—	—	a7	11	13	g7	—	—	—	23	—
43050	—	17	—	—	13	19	23	67	11	41	—	71	—	11	19	—	13	29	17	—	h9	13	—	11
43260	—	—	a9	13	b3	—	73	—	29	19	13	11	—	—	—	37	—	17	19	89	67	j1	d1	a3
43470	29	—	11	—	f7	23	—	41	d9	13	53	—	71	19	a1	13	—	—	11	97	43	19	11	—
43680	11	—	13	37	89	11	a9	—	—	—	23	73	a1	j1	17	11	67	—	—	a7	11	—	—	—
43890	—	11	43	23	19	—	37	g7	13	j7	—	53	—	71	—	b3	—	—	—	—	13	—	—	29
44100	—	—	31	f7	—	—	—	—	19	37	11	d1	67	—	13	29	—	g3	—	17	—	j3	—	—
44310	73	23	c7	19	97	43	a1	11	61	—	17	—	11	13	—	j9	—	—	—	a3	29	11	89	23
44520	l1	—	—	—	11	—	—	13	17	11	—	41	29	—	a9	—	17	11	a3	13	31	—	—	—
44730	41	—	a1	29	73	—	11	17	89	—	—	—	19	—	47	—	71	11	—	41	—	23	c7	a7
44940	13	79	—	11	—	—	j3	—	41	31	—	—	13	17	11	—	19	—	13	11	37	29	73	31
45150	g3	—	19	31	17	j9	—	—	73	—	43	—	17	53	29	a3	11	41	31	—	19	—	37	13
45360	—	59	17	—	23	13	—	19	11	83	—	17	—	11	53	—	i1	—	—	29	47	d1	13	11
45570	j9	19	79	—	—	c7	—	31	59	17	—	11	43	a3	—	47	—	13	j1	71	—	—	a9	—
45780	17	29	11	41	13	g3	19	61	—	—	—	—	—	23	—	19	13	—	11	—	—	13	11	17
45990	11	f7	h9	13	d9	11	17	—	—	j1	13	19	41	—	—	11	—	73	23	—	11	17	—	—
	1	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103

	7	9	13	21	27	31	37	39	43	49	51	57	63	67	69	73	79	81	87	91	93	97	99	109
34750	—	—	—	11	83	—	43	19	11	17	13	—	31	37	—	97	29	61	11	—	—	—	—	11
34960	73	11	41	—	59	11	79	31	17	13	f7	19	—	—	23	53	37	67	a1	—	—	11	—	—
35170	29	c7	f1	13	61	—	17	d7	23	41	—	—	11	g7	d1	13	a1	—	—	37	h9	—	13	—
35380	11	43	—	—	—	17	a7	—	—	71	11	—	23	—	—	11	59	—	29	79	19	13	17	23
35590	—	97	—	e9	—	h9	23	11	13	f7	29	43	a1	i1	13	19	53	—	—	31	17	c7	89	29
35800	61	—	59	b3	11	—	—	—	73	11	—	23	—	13	—	29	—	53	17	19	11	—	—	e9
36010	—	i1	13	d7	—	23	11	13	31	a7	—	—	—	43	a9	—	f1	11	—	13	79	—	—	19
36220	17	—	19	—	67	—	13	a1	—	—	19	—	13	d1	11	—	—	31	—	11	—	23	—	17
36430	83	13	11	—	—	19	—	—	—	—	j1	11	—	—	17	h3	11	29	13	59	—	—	—	61
36640	13	67	—	61	37	—	—	43	—	19	—	—	17	11	—	—	73	—	19	23	a9	17	—	—
36850	—	29	j1	—	—	13	—	37	79	—	—	13	—	19	—	—	—	—	43	17	—	—	11	13
37060	a1	19	d1	11	—	29	—	23	11	43	17	—	—	d7	a7	71	—	13	11	97	53	73	—	11
37270	—	11	23	89	13	11	—	—	—	67	—	g3	37	—	—	a7	13	41	—	—	—	11	—	—
37480	19	—	—	—	—	—	—	17	f7	—	13	—	11	—	—	17	23	—	—	—	—	53	—	—
37690	11	—	37	43	—	67	31	29	97	13	11	—	19	17	61	11	h9	a7	37	—	—	29	23	—
37900	—	g7	31	13	17	83	59	11	19	d7	—	—	—	—	43	13	g3	19	—	—	—	—	13	j1
38110	47	—	67	17	11	43	37	—	—	11	31	—	19	—	73	—	—	i1	—	—	11	13	19	—
38320	—	—	—	23	31	—	11	89	13	17	—	—	d1	23	13	—	19	11	j3	71	a7	41	a3	83
38530	89	17	—	19	—	—	—	—	17	h3	41	47	—	13	11	—	—	—	23	11	13	19	—	—
38740	—	—	11	83	—	d7	17	13	—	79	—	11	—	f1	j7	37	11	—	41	13	—	71	—	53
38950	g3	—	47	—	—	17	13	c7	—	59	43	19	13	11	—	—	31	23	a3	—	—	—	17	d9
39160	53	13	43	—	e9	—	19	—	j7	—	b3	—	61	—	—	—	—	—	13	—	17	37	11	a7
39370	13	53	—	11	—	31	f7	—	11	—	79	89	47	b3	—	—	a3	—	11	—	19	61	29	11
39580	31	11	17	j9	—	11	h3	—	—	23	—	13	29	41	31	19	—	17	—	—	97	11	—	13
39790	17	—	53	41	29	—	—	—	61	—	—	—	11	—	23	—	—	13	—	19	—	—	b3	17
40000	11	—	—	31	13	—	—	—	23	29	11	41	—	a3	17	11	13	e9	—	47	—	a1	—	19
40210	d1	37	19	—	—	—	g7	11	—	c7	13	67	17	—	47	—	—	43	59	j1	41	17	h3	23
40420	—	—	—	37	11	19	23	—	43	11	—	17	—	—	19	—	—	a1	—	17	11	31	—	—
40630	—	—	97	13	a9	73	11	67	89	19	17	23	—	—	—	13	—	11	19	43	j3	d9	13	—
40840	—	—	—	29	—	23	41	—	—	31	a3	—	—	19	11	g3	17	f1	—	11	—	13	—	—
41050	—	19	11	67	—	—	i1	17	13	73	23	11	—	—	13	17	11	—	31	—	—	23	—	79
41260	29	—	e9	—	19	f7	61	—	a3	a1	a9	79	31	11	37	—	67	—	h3	—	13	—	59	41
41470	19	—	13	—	17	47	—	13	—	—	—	d1	41	73	—	—	—	37	29	13	89	j7	11	—
41680	—	47	h3	11	h9	53	13	—	11	—	29	—	13	a9	83	43	—	—	11	—	37	—	41	11
41890	—	11	—	—	g7	11	—	23	19	17	—	—	—	—	—	29	—	19	13	—	—	11	j9	—
42100	13	17	23	73	a3	—	29	—	17	b3	61	—	11	d9	—	i1	—	—	—	31	—	—	19	—
42310	11	a1	—	—	—	13	17	—	41	—	11	13	—	31	—	11	19	—	—	a9	—	—	—	13
42520	23	71	—	19	f7	17	—	11	31	—	—	—	97	37	—	j1	41	13	d7	—	43	19	17	47
42730	—	79	—	—	11	61	—	19	—	11	h9	—	—	—	c7	23	13	31	47	—	11	b3	—	—
42940	67	29	—	—	—	97	11	—	53	—	13	19	—	29	41	—	—	11	17	37	23	—	j3	—
43150	a3	—	17	23	—	29	19	—	47	13	—	—	79	23	11	—	d9	17	—	11	83	59	61	i1
43360	17	31	11	13	43	—	—	—	—	83	—	11	h3	—	d7	13	11	—	23	—	19	—	13	17
43570	—	—	41	—	—	59	—	—	—	53	i1	—	—	11	17	19	—	—	e9	—	47	13	—	31
43780	—	—	—	—	71	j3	43	29	13	41	53	59	17	g3	13	—	61	23	—	19	73	17	11	—
43990	—	23	79	11	—	—	—	—	11	47	—	17	—	13	—	d9	c7	—	11	17	13	—	—	11
44200	—	11	13	—	47	11	31	13	f1	—	17	—	—	—	—	—	—	—	67	13	—	11	31	59
44410	—	43	31	f7	37	19	13	—	—	23	h3	53	11	79	19	—	17	—	—	—	j1	—	47	—
44620	11	13	—	—	—	—	—	17	59	19	11	43	—	—	23	11	—	—	13	—	61	97	j7	—
44830	13	—	—	—	31	13	—	11	23	—	37	—	—	17	59	83	—	97	—	29	g7	—	h9	—
45040	a7	19	—	—	11	13	—	61	—	11	67	13	23	43	79	j7	—	—	—	—	11	—	—	13
45250	g7	—	—	17	19	—	11	—	—	97	89	—	b3	—	—	61	—	11	—	—	—	d7	a1	67
45460	19	41	37	—	13	—	—	h3	—	17	71	23	—	53	11	—	13	—	37	11	—	—	29	—
45670	—	17	11	—	—	23	—	43	17	d1	13	11	19	—	53	e9	11	—	—	67	—	—	37	—
45880	—	a9	—	j7	29	31	17	47	19	13	23	71	—	11	—	—	—	19	43	—	31	23	—	—
46090	31	—	—	13	a7	17	j3	g3	—	29	—	—	—	a1	31	13	d7	—	61	—	—	—	11	—
	7	9	13	21	27	31	37	39	43	49	51	57	63	67	69	73	79	81	87	91	93	97	99	109

a = 10
b = 11
c = 12
d = 13
e = 14
f = 15
g = 16
h = 17
i = 18
j = 19

a = 10
b = 11
c = 12
d = 13
e = 14
f = 15
g = 16
h = 17
i = 18
j = 19
k = 21
l = 22
n = 23

	1	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103
46200	47	11	37	b3	—	17	—	83	—	13	d1	a3	23	g7	—	13	—	—	—	31	41	67	—	19
46410	—	61	13	17	29	59	—	—	—	—	11	—	97	31	—	—	53	23	—	19	—	—	—	j3
46620	23	13	—	e9	—	—	—	11	13	29	—	23	11	—	—	—	—	53	17	—	13	11	19	—
46830	—	31	d9	79	11	—	47	—	—	11	19	—	h3	—	13	23	—	17	61	43	—	g7	71	—
47040	—	—	k1	—	—	19	11	a3	h9	23	j7	—	—	13	19	17	—	11	—	—	—	—	17	—
47250	—	g7	f1	11	—	41	—	13	—	19	—	—	—	—	11	—	79	37	19	11	—	b3	—	—
47460	31	37	29	j7	79	a3	13	—	—	—	67	—	—	19	—	—	11	—	d7	—	17	19	j9	—
47670	13	—	41	43	a3	37	—	—	11	—	—	—	13	11	59	—	—	—	13	17	g3	37	23	11
47880	—	83	47	k1	19	—	23	—	—	h3	17	11	—	—	j1	—	—	79	j9	—	—	—	—	13
48090	—	a3	11	73	—	13	—	—	17	—	c7	37	31	89	h9	—	17	—	11	67	—	—	11	—
48300	11	—	—	19	k1	11	31	17	—	—	29	13	—	37	d7	11	—	13	a1	—	11	—	29	97
48510	d9	11	—	—	13	—	—	—	43	47	23	59	—	17	—	31	13	19	—	—	23	13	—	h3
48720	83	—	—	13	17	79	29	—	—	—	11	—	17	—	—	—	97	59	—	37	—	—	—	—
48930	g7	a9	17	—	31	—	h3	—	23	13	—	17	11	—	—	13	19	—	—	23	—	11	—	—
49140	f7	23	13	—	11	k1	—	—	—	11	d7	a1	—	—	—	—	—	29	83	—	19	53	41	23
49350	17	13	—	—	—	97	11	19	13	—	—	47	c7	—	—	—	73	11	—	—	13	j7	—	17
49560	29	19	89	11	43	h9	17	a1	—	j3	—	b3	—	29	11	—	31	—	—	11	d1	17	53	—
49770	71	67	—	—	—	17	19	—	—	—	a9	31	—	13	—	19	11	—	79	—	73	47	—	53
49980	f1	—	—	17	—	31	43	13	11	—	—	19	—	11	g3	—	—	—	b3	13	—	—	61	11
50190	53	17	61	—	23	e9	13	—	—	—	j1	11	47	a9	31	29	—	—	17	—	d7	—	—	19
50400	13	—	11	—	c7	—	k1	29	31	—	73	61	13	—	—	a9	41	17	11	19	29	—	11	—
50610	11	l3	23	—	j7	11	79	89	—	—	37	h9	29	23	—	11	59	—	h3	g3	11	—	17	13
50820	—	11	—	29	—	13	—	k1	—	i1	19	—	—	83	17	f1	—	—	23	a9	—	59	13	—
51030	—	43	—	—	71	19	—	—	l3	—	11	13	23	47	19	37	d7	13	—	79	17	29	—	—
51240	—	53	a7	—	13	—	g7	11	47	19	—	—	11	43	29	—	13	23	19	17	—	11	—	—
51450	23	—	53	13	11	—	—	—	—	11	13	23	—	19	—	—	—	67	l7	29	—	19	—	31
51660	19	g3	—	31	—	—	11	—	17	13	e9	29	—	—	—	13	17	11	31	59	—	73	j1	37
51870	—	29	13	11	19	—	—	17	—	23	—	j3	d7	—	11	g7	—	c7	—	11	l3	f7	—	—
52080	—	13	b3	59	53	—	a7	31	13	—	47	—	37	17	23	—	11	—	43	—	13	—	—	—
52290	—	—	j3	19	17	—	b3	—	11	43	59	j9	17	11	13	41	—	—	—	83	—	—	—	11
52500	—	—	17	—	29	53	—	d1	a7	—	—	11	—	13	—	—	—	19	—	—	43	e9	23	41
52710	—	—	11	—	67	—	23	13	—	17	71	—	19	—	b3	89	47	—	11	13	37	—	11	—
52920	11	41	43	—	g7	11	13	—	—	k1	—	—	—	31	—	11	19	j7	—	—	11	—	37	17
53130	13	11	19	—	—	23	17	—	79	—	—	41	13	—	43	—	—	83	13	c7	19	17	—	—
53340	41	31	—	l9	—	17	83	19	—	—	11	j7	a7	67	—	—	—	31	—	41	23	—	—	13
53550	—	19	29	17	—	13	d1	11	41	—	—	—	11	—	—	—	29	—	—	—	—	11	13	—
53760	37	17	—	—	11	—	19	—	23	11	h3	13	—	—	a7	19	—	13	17	23	—	—	—	61
53970	31	23	37	—	13	—	11	—	53	—	—	19	89	97	71	—	13	11	—	j1	—	13	d9	23
54180	—	47	—	11	83	67	f1	23	—	59	13	k1	j3	73	11	17	—	l7	29	11	—	—	17	19
54390	a9	—	—	41	—	—	—	—	37	13	29	—	—	—	17	13	11	a7	—	19	f7	23	29	—
54600	—	97	13	—	j3	—	—	—	11	a1	53	—	31	11	47	—	23	—	—	e9	17	83	19	11
54810	59	13	73	a9	—	—	29	h3	13	—	19	11	83	—	37	—	—	71	d1	17	13	—	43	89
55020	—	b3	11	47	23	19	—	—	—	—	17	53	—	—	13	31	89	37	11	—	—	—	11	j9
55230	11	37	—	a1	—	11	—	73	17	19	31	g7	59	13	—	11	17	29	19	—	11	61	—	—
55440	—	11	23	—	31	37	—	13	29	a9	b3	—	k1	19	—	47	—	43	59	13	—	19	—	67
55650	19	—	—	—	h9	—	13	—	n3	—	11	—	53	17	—	—	—	a3	23	—	d9	a7	j7	c7
55860	13	—	59	71	17	29	—	11	—	—	—	37	11	j9	—	—	—	—	13	43	—	11	a7	j1
56070	47	—	17	—	11	—	—	—	19	11	—	17	—	37	—	73	31	23	—	n3	89	—	—	13
56280	23	i1	41	19	—	13	11	—	j9	17	f1	23	—	53	a3	29	37	11	—	f7	—	—	13	—
56490	17	—	—	11	—	31	—	29	—	—	—	13	—	j3	11	23	g3	13	—	11	29	71	—	17
56700	—	—	—	43	13	d1	17	—	—	23	h9	—	19	k1	31	—	11	—	—	—	a9	13	79	43
56910	—	—	—	13	—	17	97	—	11	—	13	—	—	11	23	l7	19	—	—	—	—	a9	47	11
57120	n9	—	19	17	—	—	—	67	61	13	—	11	—	—	k1	13	—	—	47	—	19	29	—	—
57330	—	17	11	—	—	83	41	19	—	a3	—	i1	—	—	29	—	61	d7	11	—	67	—	11	79
57540	11	13	67	—	—	11	23	—	13	71	89	—	—	n9	—	11	53	17	f7	29	11	—	—	59
	1	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103

	7 9 13 21	27 31 37 39	43 49 51 57	63 67 69 73	79 81 87 91	93 97 99 109
46300	— — 29 11	— a7 — e9	11 — — f1	71 j9 89 79	19 — 11 23	17 13 — 11
46510	i1 11 — 19	h3 11 89 —	13 — a1 —	— 47 13 37	— — 17 —	29 11 c7 —
46720	— 83 17 43	— — — 19	a1 — — 29	11 13 71 73	53 17 — —	13 — — —
46930	11 73 13 29	— f1 67 13	a7 a9 11 19	— — 43 11	29 53 — 13	59 31 d1 17
47140	— — 61 —	a1 43 13 11	29 — 41 a9	13 — 17 31	23 — 83 73	e9 — 97 37
47350	23 13 — c7	11 — — —	83 11 a7 —	17 — — 47	43 — 13 —	11 17 23 —
47560	13 — b3 —	23 — 11 —	i1 — 47 17	— 97 — 19	— 11 29 17	— — — 73
47770	— — 71 —	— 13 — —	d7 — 17 13	31 — 11 —	59 a9 — 11	23 f1 — 13
47980	47 37 11 23	61 41 — 31	— — 43 11	a7 23 — 29	11 13 71 53	— d1 — 19
48190	— f7 19 37	13 — 29 17	d9 — 19 —	73 11 — 17	13 — 23 —	53 a9 43 —
48400	— — — 41	79 19 — 59	j3 — 13 47	— 17 19 —	— — — —	71 — 11 h9
48610	61 — — 11	17 c7 — —	11 13 — 41	— — — 89	i1 23 11 31	b3 53 67 11
48820	f7 11 47 13	— 11 — —	d1 — — 37	— 19 — 13	a7 79 — 59	41 11 13 b3
49030	— 19 — i1	— 71 d9 —	31 17 — j1	11 29 37 —	— 67 — —	— 13 73 —
49240	11 17 — —	19 29 — —	13 23 11 —	47 — 13 11	e9 31 a7 —	— a3 — 61
49450	19 — — 61	— — 17 11	43 — 59 31	67 13 23 —	— — — a7	13 — — —
49660	— — 13 —	11 17 — 13	23 11 — 83	19 — l3 41	— — — 13	11 — 17 f7
49870	— 31 83 —	41 d9 11 29	19 — — —	13 — — —	j9 11 — 47	17 29 a7 23
50080	— 13 — —	89 — 23 —	— — — i1	41 — 11 —	— a3 13 11	d1 — 19 31
50290	13 h9 11 —	67 — 59 —	— 71 — 11	43 37 — —	11 17 — 83	— — 41 a1
50500	17 53 — 19	— 13 97 —	— — — 13	59 11 61 a3	37 — — —	— 19 — 13
50710	41 67 — 97	b3 — 31 19	— j3 23 —	— — 17 43	— 13 79 37	a1 23 11 89
50920	c7 — 31 11	13 — — d1	11 — — 19	17 67 — —	13 — 11 29	d9 17 g3 11
51130	— 11 j9 —	— 11 19 —	73 61 13 17	— — — —	41 83 — 17	i1 11 — —
51340	— — 89 —	31 47 83 j1	— 13 17 a3	11 — a1 —	— — — —	19 — — —
51550	11 47 — 13	— — 79 23	— — 11 —	— 71 41 11	17 — — b3	43 — 13 —
51760	— — 23 53	— 67 — 11	— a3 j7 —	29 — — 17	— 47 d9 19	— 13 — —
51970	— 59 l7 —	11 e9 d1 —	13 11 — —	61 17 13 71	23 — — 79	11 — — 19
52180	23 — 19 —	17 a9 11 79	— 29 19 —	89 13 — —	— 11 — g7	13 61 23 —
52390	f1 61 13 17	23 19 a3 13	— 41 i9 h9	— — 11 23	71 d7 97 11	31 73 — 47
52600	31 — 11 a1	— — 13 —	61 17 37 11	13 — 31 —	11 d9 19 —	23 — f1 —
52810	— 13 a1 23	— 53 43 41	17 — — 29	37 11 — —	— l7 13 —	— j1 f7 —
53020	13 19 i1 29	— — 17 97	47 — 73 —	a9 — — —	29 — 23 h3	— — 11 —
53230	d9 — 37 11	19 13 — —	11 — — 13	d7 l3 — f1	— 89 11 71	— — 17 11
53440	19 11 — j3	c7 11 53 —	79 89 e9 61	— — 73 59	a9 13 — j9	17 11 37 —
53650	— 23 a3 j1	13 — 37 53	— — 83 43	11 — — 31	13 — 17 61	l3 71 59 —
53860	11 a3 17 —	— — — —	19 31 11 —	— — j9 11	— 17 73 —	g3 79 — 29
54070	17 41 — —	47 — 61 11	53 13 — b3	— 43 — 29	h3 — 31 41	— — 19 17
54280	— n3 — 13	11 — 29 —	— 11 — 67	31 — 17 13	19 — — —	11 — 13 d7
54490	— — — 19	— — 11 31	23 — — —	17 89 — —	j7 11 — —	— 13 79 71
54700	l7 — — —	— l9 c7 19	13 53 — 17	23 — 11 —	— 29 — 11	f7 37 — 23
54910	— — 11 g3	d7 — 23 —	h9 — 17 11	— 13 — —	11 c7 43 —	13 67 — 37
55120	— 29 13 67	— d1 19 13	— 43 — 23	d9 11 l9 97	17 — — 13	— — — —
55330	— — — —	j7 23 13 17	— 79 — 97	13 31 — 17	67 — f1 f7	19 43 11 —
55540	— 13 73 11	i1 61 e9 —	11 — 23 53	— 17 — 19	— — 11 —	— 23 — 11
55750	13 11 — 43	17 11 — 47	— — 41 —	— — — —	— 31 — 19	— 11 — 83
55960	— 97 l3 17	— 13 — 29	— — 79 13	11 h9 43 d7	— — 41 23	— 29 61 13
56170	11 — 19 83	— 43 — —	67 17 11 59	53 — — 11	— 13 a1 c7	— — — g7
56380	b3 17 — —	13 19 — 11	17 73 — —	— 47 19 —	13 d1 — e9	— — — —
56590	— — 23 —	11 41 17 —	— 11 13 37	i1 53 — —	61 — 19 —	11 — 83 31
56800	— — — —	— 17 11 b3	— 13 d9 —	a1 19 29 —	23 11 g3 —	— — 17 —
57010	23 19 c7 13	— — — 89	59 — 43 e9	— — 11 13	— 37 — 11	17 — 13 —
57220	89 f1 11 —	19 — 31 —	h3 — — 11	— — 59 23	11 — 17 l3	37 13 31 —
57430	19 71 17 73	— 37 — a1	13 l9 47 —	— 11 13 —	d1 17 b3 97	23 — — g3
57640	17 — — 23	— a1 d7 —	37 — 31 —	19 13 — —	— j7 — —	13 — 11 17
	7 9 13 21	27 31 37 39	43 49 51 57	63 67 69 73	79 81 87 91	93 97 99 109

a = 10
b = 11
c = 12
d = 13
e = 14
f = 15
g = 16
h = 17
i = 18
j = 19
k = 21
l = 22
n = 23

a = 10
b = 11
c = 12
d = 13
e = 14
f = 15
g = 16
h = 17
i = 18
j = 19
k = 21
l = 22
n = 23
p = 24
q = 25
r = 26

	1 11 13 17	19 23 29 31	37 41 43 47	53 59 61 67	71 73 79 83	89 97 101 103
57750	— 11 47 61	41 — 19 —	— — — 29	— — 13 17	67 53 — f1	— — 17 —
57960	e9 29 — —	37 23 a3 —	59 31 11 19	— 13 17 —	— d1 c7 —	— — — 31
58170	— 73 83 31	— — — 11	— — 23 —	11 — — —	d9 — 31 13	17 11 — 19
58380	79 — — 23	11 — 13 —	— 11 37 —	71 — — k1	— — 53 17	59 — — r3
58590	13 — — a3	29 — 11 31	23 — 17 j1	13 l3 89 —	— 11 13 23	— — 19 —
58800	c7 23 a3 11	d1 59 89 —	17 29 19 83	l9 71 11 37	17 l3 97 11	— — — 13
59010	— — — 67	— 13 43 17	d7 — — 73	— — 19 —	11 — 37 —	b3 — 13 —
59220	— 61 — 37	— — h9 j3	11 19 — 13	— 11 — a1	k1 13 19 31	c7 23 d7 11
59430	a3 — — —	13 — 37 97	— — — 11	17 19 41 —	13 f7 — —	53 13 59 37
59640	19 — 11 13	— — — —	83 37 13 17	— — l7 —	29 k1 11 —	— 31 11 —
59850	11 31 — d1	19 11 — n3	— 13 a1 89	37 d9 i1 11	— 31 — 73	11 f1 — g7
60060	17 11 13 —	73 — — —	19 — — —	47 79 59 —	f7 — — d7	— 43 — 17
60270	— 13 23 19	— — 17 47	13 41 11 —	h9 23 — —	83 — 29 —	13 17 73 —
60480	31 p1 — —	a1 17 — 11	73 — 29 —	11 — 13 j1	f1 19 23 71	37 11 29 47
60690	d7 a1 — 17	11 a9 — 41	— 11 — —	19 13 79 —	— — 67 —	— 89 31 —
60900	— 17 — —	— — 11 13	— e9 — 59	— 47 — 41	19 11 17 13	71 i1 — 53
61110	23 — 19 11	— b3 13 —	47 — — 23	31 — 11 d1	j3 17 43 11	19 97 — 41
61320	13 — — 83	— — 31 19	— 43 — a9	13 — — 17	11 29 13 —	— — 17 n9
61530	37 19 — —	61 — — —	11 23 67 d9	— 11 17 31	i9 — — —	43 — — 11
61740	29 — 37 —	f1 13 19 l3	g3 — 31 11	61 29 23 19	l3 — — k1	17 — 13 —
61950	41 — 11 —	31 29 — —	— — 47 13	— 59 — —	a9 13 11 17	— — 11 —
62160	11 — 79 97	13 11 — —	37 — 17 —	— — 43 11	13 — a9 67	11 13 23 19
62370	97 11 — 13	89 43 23 —	17 d9 13 —	— g3 e9 29	17 41 j7 19	— — h9 —
62580	— — 53 —	59 — d7 17	— 13 11 —	— — 37 13	31 — — l3	29 n3 19 —
62790	— — 13 i1	a7 23 — 11	— 83 19 31	11 17 — n9	— 37 — —	l7 11 61 a9
63000	q1 13 61 29	11 19 — —	13 11 23 67	17 — 19 —	59 — — j9	13 — 89 —
63210	— j1 17 23	53 37 11 —	— 19 43 17	41 f1 13 —	— 11 19 g7	— 29 — —
63420	— d7 l9 11	— — 67 a7	23 17 — —	— 13 11 —	h3 — — 11	41 19 — d9
63630	17 23 31 —	— 53 — 13	— — 41 37	43 — — —	11 — — 13	— — a1 17
63840	— 67 — —	19 — 13 23	11 c7 j3 29	i1 11 — —	79 — 41 97	— 17 43 11
64050	13 29 — —	79 17 d9 —	19 — a7 11	13 — 61 97	37 — 13 59	31 23 — —
64260	h9 — 11 17	— — 53 n9	b3 — — a7	73 — d1 —	23 — 11 37	l9 d9 11 13
64470	11 17 — 59	— 11 — 53	q1 31 — e9	b3 h3 47 11	n3 19 17 —	11 — 13 31
64680	71 11 — 31	23 89 — g3	— 61 59 13	19 41 a1 —	73 13 31 —	n9 k1 — —
64890	— — 41 47	13 d9 — —	— 29 11 —	a1 a7 — 17	13 g7 — 43	i1 13 17 a3
65100	— — 19 13	— — — 11	53 — 13 —	11 23 17 —	— — — —	19 11 l3 —
65310	p1 83 — —	11 79 l3 19	a1 11 — —	g3 d1 — 13	— f1 23 —	17 — e9 —
65520	— 19 13 —	— — 11 —	— 53 — h3	23 — — —	a7 11 — 17	— — k1 d7
65730	— 13 29 11	37 47 19 —	13 89 17 —	f7 — 11 19	29 23 — 11	13 — — 43
65940	23 — a1 —	71 — 41 37	17 — — 19	— 31 13 e9	11 q1 a7 a3	— — — k1
66150	83 — a9 c7	— — — 17	11 — 37 53	n9 11 73 23	— 47 a3 a7	— 31 97 11
66360	— 31 — —	41 — j7 13	67 23 — 11	— 17 c7 i1	— 31 29 13	— — 41 —
66570	— d9 11 —	17 — 13 —	43 59 29 —	17 — 23 37	a3 — 11 —	j1 g3 11 61
66780	11 — 17 —	67 11 — 71	a9 — 19 17	13 89 — 11	— — 13 —	11 — 47 —
66990	31 11 — 37	b3 19 29 —	97 17 — 43	— — 19 —	— j9 47 —	— 73 23 13
67200	17 — — —	— 13 23 —	71 19 11 —	a9 a3 — d7	— — 19 61	— h3 13 17
67410	— — j1 —	— — 17 11	— 37 — 13	11 19 a9 —	— 13 — —	— 11 — i1
67620	19 — 47 n9	11 17 61 —	29 11 71 f7	31 — 53 b3	13 d9 — 79	— 13 p1 —
67830	29 h9 — 13	19 — 11 79	— 67 13 a3	— 29 — 43	— 11 59 b3	23 — — —
68040	— 17 — 11	— 29 43 —	19 13 a3 —	e9 — 11 13	— — 17 11	j3 61 — 83
68250	d1 — 13 19	n3 67 — —	23 47 31 g3	g7 83 — 53	11 17 — 23	37 41 — 29
68460	l3 13 — —	31 — — —	11 — 61 —	d1 11 — 17	— 19 — —	13 h9 17 11
68670	43 h3 — —	e9 73 — 23	c7 — — 11	19 — 13 —	53 — — j7	29 — — 97
68880	— — 11 —	— — — d7	— 41 f7 —	29 13 71 —	19 53 11 —	17 23 11 a1
69090	11 43 19 29	— 11 — 13	— 73 q7 47	— — — 11	23 — i3 13	11 43 — —
	1 11 13 17	19 23 29 31	37 41 43 47	53 59 61 67	71 73 79 83	89 97 101 103

	7	9	13	21	27	31	37	39	43	49	51	57	63	67	69	73	79	81	87	91	93	97	99	109
57850	47	—	13	11	31	—	a7	13	11	—	—	79	29	—	17	—	53	19	11	13	—	—	g7	11
58060	—	11	—	p1	29	11	13	—	97	—	—	89	13	37	—	61	47	53	—	—	—	11	19	—
58270	a1	13	g7	71	97	h3	j9	—	—	29	—	17	11	—	l7	41	19	23	13	17	—	—	—	—
58480	11	23	29	19	41	—	g3	d9	43	a7	11	—	—	c7	—	11	31	f7	—	37	—	19	—	41
58690	79	—	47	—	71	13	—	11	—	f1	—	13	41	—	67	—	17	—	53	43	29	—	—	13
58900	—	—	—	—	11	31	—	17	—	11	g7	19	—	—	a9	17	—	13	61	—	11	—	41	—
59110	31	—	—	29	13	—	11	—	e9	—	67	—	47	17	23	—	13	11	—	53	73	—	—	—
59320	41	79	—	—	17	—	—	—	23	—	13	—	43	—	11	—	—	j1	—	11	19	—	—	67
59530	29	—	11	17	—	—	—	71	41	13	—	11	23	61	a7	19	11	—	—	—	a9	—	—	23
59740	—	e9	—	13	59	—	23	—	j1	17	—	—	79	11	—	13	41	g3	29	19	—	53	13	97
59950	—	17	61	—	37	—	l3	n9	17	—	29	23	—	—	47	j3	—	h3	—	—	97	13	11	19
60160	—	—	19	11	d9	23	17	37	11	—	19	—	—	l9	13	29	59	a7	11	—	89	—	—	11
60370	h3	11	—	d1	—	11	29	j3	—	31	23	—	l3	13	19	—	—	61	—	a3	13	11	17	j7
60580	43	—	13	—	—	—	—	13	—	19	—	—	11	—	—	d1	—	—	19	13	17	47	—	—
60790	11	g3	41	—	61	—	13	59	c7	83	11	71	13	19	—	11	—	29	17	23	a7	—	—	—
61000	—	13	17	d9	—	—	67	11	—	41	—	—	l7	79	h3	f7	a3	17	13	—	j9	a7	—	53
61210	13	29	—	—	11	47	73	23	—	11	—	j7	71	29	n3	—	g7	—	—	59	11	a1	37	17
61420	19	47	23	—	43	13	11	41	—	—	—	13	—	—	17	—	89	11	—	—	d7	l7	—	13
61630	—	53	—	—	—	j7	—	83	—	37	—	—	17	a3	11	—	23	13	—	11	—	17	—	a7
61840	23	c7	11	—	13	—	43	—	19	j9	59	11	a3	31	—	a1	11	19	—	17	—	p1	23	—
62050	—	l9	53	—	23	—	47	29	31	—	13	h3	h9	11	—	23	—	—	—	—	—	29	19	61
62260	71	73	—	61	j9	g7	—	—	—	13	—	a1	—	—	f7	83	17	31	—	—	23	c7	11	47
62470	—	43	—	11	—	—	—	17	11	a1	d3	31	—	23	—	13	—	71	11	73	—	19	13	11
62680	—	11	71	—	73	11	59	19	—	e9	—	43	—	17	d1	—	97	—	23	41	—	11	67	37
62890	—	31	—	53	17	—	—	—	13	—	b3	19	11	f7	13	79	—	—	71	—	—	—	—	73
63100	11	l3	—	17	—	—	19	a3	n3	—	11	d7	83	13	i1	11	—	23	h9	29	13	—	—	31
63310	—	23	13	—	—	97	—	11	—	17	—	—	c7	—	61	p1	—	—	—	13	19	g3	—	—
63520	—	17	—	—	11	a3	13	—	17	11	f1	—	13	—	—	19	—	—	—	—	11	—	b3	—
63730	—	13	—	37	a3	—	11	43	—	23	—	l7	—	d1	—	—	—	11	13	19	—	83	29	—
63940	13	—	31	g7	47	17	—	d7	a9	61	89	—	29	—	l1	—	—	73	43	11	—	—	17	19
64150	—	83	11	—	29	13	—	—	23	43	19	11	f7	—	e9	—	11	—	—	l7	17	41	47	13
64360	j1	59	—	—	31	19	71	—	—	29	41	37	23	11	19	—	—	13	17	—	—	43	73	23
64570	—	—	17	—	13	—	23	—	—	19	—	—	—	a9	37	c7	13	17	19	—	—	—	11	—
64780	17	67	—	11	l9	—	—	53	11	p1	13	23	61	19	—	—	79	37	11	—	29	—	—	11
64990	—	11	—	—	79	11	—	—	—	13	j3	29	—	67	17	—	31	—	59	f1	37	11	—	—
65200	j7	61	—	13	19	37	89	—	53	71	23	—	11	—	—	13	29	97	—	a9	—	17	13	—
65410	11	—	—	59	—	31	—	—	29	67	11	17	n3	41	—	11	43	79	—	17	31	13	a9	—
65620	29	—	—	41	—	—	—	11	13	97	17	—	19	—	13	h9	—	—	—	23	—	—	—	—
65830	—	—	—	—	11	67	—	j9	19	11	—	41	d1	13	—	59	17	19	29	—	11	—	—	n3
66040	—	q7	13	31	—	—	11	13	—	—	29	f7	—	—	—	17	37	11	89	13	41	—	19	29
66250	59	h3	23	—	j1	79	13	f1	—	g7	—	61	13	17	11	29	19	l3	—	11	—	—	43	—
66460	—	13	11	19	17	—	29	—	73	—	l7	11	—	71	—	—	11	—	13	61	—	19	a1	—
66670	13	d1	—	17	—	—	41	19	—	d7	—	53	—	11	—	31	—	—	p1	a1	—	h9	23	43
66880	h1	—	f1	e9	23	13	61	—	—	17	—	13	—	—	—	23	—	29	g7	j3	—	—	11	13
67090	l9	17	—	11	41	—	19	—	11	—	—	83	—	—	n9	47	—	13	11	—	23	—	—	11
67300	—	11	83	23	13	11	17	—	—	—	47	j3	31	23	—	89	13	43	79	—	19	11	—	—
67510	a7	q1	—	—	—	17	—	31	43	—	13	—	11	—	—	19	—	q7	23	—	67	—	17	—
67720	11	89	—	—	37	—	—	—	—	13	11	—	—	53	—	11	f1	—	—	19	17	73	—	—
67930	41	—	—	13	—	—	—	11	a1	—	f7	—	—	97	53	13	47	23	17	q1	—	59	13	19
68140	—	23	17	—	11	—	79	29	41	11	19	47	p1	—	—	—	—	17	—	31	11	13	—	d9
68350	17	j7	d7	—	a1	19	11	—	13	—	73	67	37	31	13	53	41	11	—	89	—	—	—	17
68560	—	j1	47	—	a7	b3	—	i1	31	19	—	59	g3	13	11	—	—	83	19	11	13	71	—	—
68770	—	a9	11	—	89	a7	83	13	—	—	—	11	17	19	23	43	11	31	37	13	—	17	61	—
68980	e9	19	—	—	f1	—	13	—	23	—	—	17	13	11	29	j9	59	—	—	17	—	67	37	59
69190	—	13	—	67	19	—	37	a7	—	—	17	—	23	—	—	—	b3	53	13	29	79	j3	11	23
	7	9	13	21	27	31	37	39	43	49	51	57	63	67	69	73	79	81	87	91	93	97	99	109

a = 10
b = 11
c = 12
d = 13
e = 14
f = 15
g = 16
h = 17
i = 18
j = 19
k = 21
l = 22
n = 23
p = 24
q = 25

a = 10
b = 11
c = 12
d = 13
e = 14
f = 15
g = 16
h = 17
i = 18
j = 19
k = 21
l = 22
n = 23
p = 24
q = 25
r = 26
s = 27
t = 28

	1	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103
69300	37	11	—	—	a3	i1	13	19	—	—	17	31	l3	43	d9	71	—	h3	—	—	—	29	—	—
69510	13	19	37	q1	23	31	—	j7	17	f7	11	—	13	73	29	41	17	e9	13	—	79	47	f1	67
69720	b3	a3	d7	—	—	97	19	11	79	—	—	—	11	—	31	19	a1	71	l3	29	—	11	—	13
69930	—	—	23	b3	11	13	—	43	31	11	g7	19	47	17	—	—	—	—	—	53	—	n9	13	59
70140	—	29	31	—	17	—	11	47	—	—	—	13	17	—	—	—	61	11	23	—	—	—	—	19
70350	—	71	17	11	13	—	—	—	59	43	—	17	23	i1	11	67	13	—	—	11	—	13	—	47
70560	41	—	—	13	g3	—	—	73	l7	17	13	—	p1	—	—	—	11	23	—	41	31	—	19	—
70770	17	37	—	71	29	—	83	a1	11	13	19	23	—	11	j3	13	—	—	—	—	59	—	d1	11
70980	—	—	13	—	—	19	17	—	47	29	—	11	q1	—	19	23	l7	41	—	h9	—	17	—	31
71190	—	13	11	31	—	17	l9	67	13	19	—	—	j1	—	43	—	—	—	11	r3	13	—	11	—
71400	11	—	—	17	—	11	—	61	—	j9	—	37	—	19	13	11	—	—	—	—	11	19	c7	—
71610	19	11	67	41	83	—	71	31	—	d7	79	d1	—	13	—	l9	43	97	17	—	—	—	—	—
71820	—	a9	29	—	19	—	—	13	i1	—	11	—	41	—	—	—	29	17	—	13	—	—	23	71
72030	—	61	—	—	a9	—	13	11	19	97	—	—	11	—	—	17	—	—	—	37	41	11	17	53
72240	13	—	—	19	11	c7	—	—	—	11	41	—	13	j7	17	—	g7	—	13	31	f1	—	—	73
72450	53	—	n3	—	—	23	11	—	h3	71	—	—	—	31	59	c7	47	11	29	—	17	—	—	13
72660	—	—	—	11	—	13	—	f7	d9	—	23	—	19	—	11	—	q7	—	—	11	23	31	13	—
72870	—	31	—	23	—	—	r9	—	—	—	17	13	—	n3	—	—	11	13	—	—	—	d1	43	—
73080	a7	—	19	67	13	41	29	b3	11	—	83	—	—	11	—	j3	13	j1	e9	23	19	13	—	11
73290	—	23	—	13	—	g7	f7	17	—	—	13	11	71	41	—	a9	—	—	—	n9	—	—	79	23
73500	31	19	11	—	37	—	—	23	f1	13	q1	—	—	17	—	13	—	29	11	—	—	—	11	89
73710	11	—	13	—	17	11	19	37	29	—	d1	—	17	71	—	11	89	—	b3	a9	11	23	31	l3
73920	29	11	17	a7	—	—	73	—	13	—	37	17	—	29	g7	p1	23	61	—	43	13	—	—	79
74130	—	f1	—	53	—	29	—	—	—	17	11	—	31	—	13	—	—	—	—	47	—	j9	—	19
74340	17	e9	—	—	23	—	31	11	—	—	—	73	11	13	47	37	—	—	—	19	r3	11	—	17
74550	—	—	h3	—	11	—	17	13	—	11	97	—	61	—	—	29	71	—	37	13	a1	17	19	—
74760	—	—	23	37	—	17	11	29	—	d1	19	n9	79	23	—	—	—	11	67	—	29	—	—	43
74970	13	97	g7	11	31	19	37	h9	a7	—	—	—	13	—	11	—	—	a1	13	11	47	s1	41	37
75180	—	17	—	29	d9	f7	—	—	—	19	—	—	23	—	67	47	11	—	17	73	—	—	83	13
75390	—	—	—	—	73	13	53	j9	11	—	p1	—	37	11	j7	61	59	17	g3	71	—	19	13	11
75600	19	—	83	—	—	47	—	53	43	—	67	11	—	—	29	17	31	13	—	—	—	59	17	—
75810	47	—	11	j1	13	—	i1	e9	73	a1	—	31	a7	—	17	23	13	—	11	29	71	13	11	—
76020	11	—	d9	13	—	11	b3	59	19	23	13	29	e7	—	—	11	—	47	—	—	11	a3	g3	—
76230	—	11	—	19	—	—	—	—	53	13	89	83	—	—	23	13	41	—	d7	17	g7	c7	37	—
76440	—	89	13	a1	f7	—	47	—	31	—	11	—	—	l7	b3	—	—	19	—	59	a3	—	—	—
76650	—	13	31	—	43	—	—	11	13	53	s1	—	11	79	41	—	17	73	s7	—	13	11	23	—
76860	a1	—	—	59	11	—	23	17	d1	11	53	—	—	—	13	43	19	a7	47	—	—	41	—	—
77070	37	—	19	f7	c7	—	11	—	83	29	59	67	n3	13	d7	—	—	11	h9	—	19	—	—	l9
77280	a9	—	37	11	17	23	97	13	—	g7	—	53	17	—	11	—	—	a3	—	11	—	—	l3	—
77490	—	19	17	h9	—	—	13	—	—	31	23	17	—	—	—	—	11	—	—	—	23	—	—	31
77700	13	—	—	23	—	—	19	—	11	17	—	—	13	11	—	19	83	—	13	—	a7	—	—	11
77910	17	67	29	e9	—	—	59	41	23	—	d7	11	53	—	a3	—	29	—	g7	23	—	—	i1	13
78120	—	23	11	—	—	13	17	31	—	47	—	—	—	—	37	41	—	—	11	—	j7	17	11	19
78330	11	—	f7	—	47	11	c7	23	—	a9	i1	13	a3	43	s7	11	—	13	89	19	11	—	a7	41
78540	—	11	—	17	13	q1	—	—	—	h9	—	89	—	53	83	—	13	c7	29	—	61	13	19	—
78750	61	17	79	13	l7	37	—	—	—	—	11	—	—	—	53	r9	23	—	17	31	—	37	29	—
78960	t1	f7	f1	—	—	19	—	11	j7	13	j9	41	11	31	19	13	—	17	—	—	d7	11	h3	—
79170	41	—	13	—	11	—	29	—	a3	11	b3	37	l7	—	—	17	—	a9	19	41	—	31	17	—
79380	g3	13	—	—	—	s1	11	—	13	43	—	—	—	19	17	53	—	11	i1	l9	13	19	—	61
79590	19	—	23	11	—	—	a3	—	—	—	—	97	73	23	11	—	37	29	—	11	17	—	—	—
79800	—	—	—	—	19	—	—	97	29	—	—	—	47	13	—	—	11	—	23	17	—	a9	—	—
80010	29	—	43	79	j1	g3	—	13	11	—	17	l3	23	11	—	—	73	53	t3	13	h3	—	—	11
80220	—	—	—	19	—	29	13	—	17	83	—	11	—	—	43	—	17	23	59	d1	—	—	31	47
80430	13	q7	11	—	—	43	61	17	67	—	—	23	13	—	—	a1	79	19	11	—	73	—	11	29
80640	11	—	59	—	79	11	—	—	—	—	—	—	19	17	—	11	43	—	53	89	11	—	r3	13
	1	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103

	7	9	13	21	27	31	37	39	43	49	51	57	63	67	69	73	79	81	87	91	93	97	99	109
69400	13	31	41	11	—	—	23	—	11	37	*j*9	—	—	—	*c*7	—	17	—	11	—	—	—	—	11
69610	43	11	—	*h*9	83	11	*q*7	17	—	41	—	13	19	—	59	17	*l*7	—	—	47	43	11	—	13
69820	—	—	—	*k*1	—	23	—	—	19	*a*9	*a*7	—	11	17	47	37	—	13	53	—	*f*1	*d*9	29	—
70030	11	—	89	—	13	—	—	41	79	—	11	*a*9	29	*j*1	—	11	13	—	—	—	—	23	19	—
70240	*j*9	—	*g*3	17	29	—	31	11	67	—	13	—	*l*9	*g*7	—	—	19	—	—	53	61	37	31	*a*3
70450	—	—	31	19	11	—	—	—	*f*7	11	—	—	*a*7	*f*1	97	*a*9	—	*q*1	—	23	11	19	—	37
70660	—	17	29	13	—	*l*3	11	19	17	—	31	—	*j*7	*a*7	—	13	*c*7	11	*r*3	*d*9	—	*h*3	13	—
70870	—	—	73	—	31	—	17	23	—	—	—	19	89	—	11	61	—	—	—	11	29	13	—	—
71080	67	—	11	97	*k*1	17	19	—	13	—	83	11	—	—	13	—	11	—	—	—	*a*3	*a*9	17	*q*7
71290	83	37	*b*3	29	—	73	—	—	—	—	—	—	—	11	—	—	23	*e*9	*d*7	41	13	—	—	—
71500	23	43	13	37	—	*n*3	—	13	29	—	—	*g*3	—	59	—	19	31	47	17	13	—	—	11	*a*1
71710	29	—	17	11	23	—	13	*f*7	11	73	—	43	13	—	*h*9	23	—	17	11	19	59	—	—	11
71920	17	11	—	—	—	11	47	*l*7	—	79	—	*g*7	—	—	*j*3	—	—	89	13	*a*7	23	11	—	17
72130	13	—	19	23	59	—	—	—	—	89	19	37	11	23	17	*a*3	*g*3	—	*q*7	—	—	—	—	29
72340	11	71	—	*r*9	—	13	*f*7	—	—	*j*1	11	13	17	61	19	11	*d*9	—	23	—	*b*3	17	*a*7	13
72550	37	—	*e*9	31	—	*i*1	29	11	*l*9	19	79	17	—	—	*a*1	—	59	13	19	17	—	—	—	*b*3
72760	—	53	61	73	11	83	—	43	47	11	17	—	—	19	67	*h*3	13	23	97	*r*3	11	41	—	—
72970	—	19	59	47	—	37	11	—	—	—	13	*a*3	*j*9	—	—	—	17	11	43	—	—	31	89	—
73180	*g*3	—	53	71	19	*h*9	*k*1	17	37	13	67	—	—	89	11	17	—	61	41	11	47	—	*c*7	83
73390	19	29	11	13	—	—	*a*1	97	—	23	*s*1	11	—	17	—	13	11	—	—	*j*7	—	43	13	67
73600	—	—	—	83	17	29	—	*k*1	—	47	—	73	19	11	23	—	—	—	31	59	—	13	—	—
73810	97	—	—	17	47	41	—	—	13	—	*n*3	—	31	—	13	—	37	19	—	67	*r*3	—	11	*j*3
74020	—	*i*1	*a*1	11	—	—	*a*3	31	11	17	—	—	23	13	43	—	—	—	11	37	13	*d*7	19	11
74230	61	11	13	41	—	11	23	13	17	—	59	—	—	—	*j*1	67	19	—	—	13	—	11	*n*9	79
74440	*a*9	—	—	19	*b*3	—	13	71	*k*1	—	*g*3	23	11	—	—	*r*9	43	—	—	—	73	19	*d*1	*c*7
74650	11	13	*j*7	89	53	17	—	19	*b*3	—	11	—	—	—	—	11	—	—	13	31	41	—	17	—
74860	13	—	—	*a*3	—	—	—	11	—	*h*3	23	19	—	31	—	—	*d*7	—	*e*9	*p*1	17	23	—	61
75070	*j*3	—	—	61	11	13	19	—	31	11	43	13	—	*l*7	29	*g*3	—	*l*3	17	—	11	—	—	13
75280	79	—	17	*q*7	—	*c*7	11	*a*9	—	—	71	—	59	—	*f*1	—	*h*9	11	—	23	19	—	43	—
75490	17	*a*3	—	—	13	—	—	47	—	—	—	31	—	—	11	19	13	—	—	11	—	*d*1	*r*9	17
75700	—	—	11	—	41	—	53	23	—	*k*1	13	11	*n*9	—	17	—	11	—	—	19	—	—	*l*9	41
75910	89	31	23	—	—	—	*h*3	53	*f*1	13	37	—	17	11	—	—	—	—	—	—	—	17	29	19
76120	*r*9	—	19	13	—	*s*1	—	—	—	59	19	17	29	47	61	13	23	*i*1	—	17	—	*j*9	11	31
76330	23	97	—	11	29	19	—	—	11	—	17	—	79	*p*1	19	—	*a*9	43	11	—	—	13	23	11
76540	41	11	37	—	23	11	73	—	13	19	*j*1	—	—	—	13	23	17	*j*3	19	—	*j*7	11	*h*3	—
76750	—	59	29	—	—	—	31	17	41	61	—	89	11	13	—	17	—	—	—	43	13	—	31	*f*1
76960	11	19	13	23	*g*7	—	37	13	—	53	11	—	—	17	—	11	41	—	—	13	29	*q*1	*r*3	—
77170	71	*b*3	79	—	17	—	13	11	—	37	31	29	13	—	—	—	—	67	23	—	—	—	—	—
77380	19	13	*j*3	17	11	*j*9	—	—	*d*9	11	—	*k*1	43	—	41	73	29	71	13	—	11	—	—	—
77590	13	73	71	—	—	—	11	*e*9	29	17	—	—	19	79	—	37	*a*1	11	*h*3	—	*d*1	—	—	—
77800	29	17	—	59	*l*3	13	*s*7	—	17	—	*c*7	13	—	—	11	43	47	19	71	11	—	61	—	13
78010	—	61	11	—	73	—	17	—	89	—	*q*1	11	*a*1	*g*3	—	*b*3	11	13	29	—	83	37	19	*j*1
78220	*d*7	—	—	—	13	17	*d*9	—	61	23	29	—	—	11	79	59	13	—	—	—	71	—	17	29
78430	—	—	47	19	67	31	—	*d*1	97	—	13	—	53	—	23	29	—	—	—	*n*3	17	19	11	—
78640	31	—	—	11	97	*f*1	29	19	11	13	—	—	*k*1	—	31	—	*l*3	—	11	*d*1	43	—	71	11
78850	—	11	17	13	—	11	—	—	—	*q*7	—	19	23	53	—	13	—	17	*j*3	—	89	11	13	23
79060	17	37	*a*7	31	—	*d*9	19	83	—	*n*9	—	61	11	67	53	—	—	29	—	—	—	13	—	17
79270	11	—	—	37	*h*9	—	71	—	13	—	11	23	—	—	13	11	—	73	—	61	19	—	*d*9	—
79480	*a*1	29	—	*a*7	43	23	*d*1	11	*t*1	67	—	—	17	13	—	19	—	—	*q*1	47	13	17	—	—
79690	—	—	13	79	11	29	61	13	71	11	23	17	*h*3	—	47	31	—	*p*1	—	13	11	23	73	*j*9
79900	—	41	*f*7	*l*9	*q*7	67	11	—	—	31	17	37	13	—	*k*1	—	—	11	—	41	*g*7	—	—	19
80110	*b*3	13	19	*l*7	*c*7	—	—	—	—	71	19	—	—	—	11	*i*1	17	—	13	11	*d*9	—	—	97
80320	13	—	11	—	—	19	*a*7	17	—	—	*h*9	11	31	—	19	17	11	37	—	*j*1	97	29	*d*7	—
80530	—	43	*n*9	*a*9	—	13	—	23	*j*7	19	61	13	83	11	—	—	*e*9	—	19	—	37	—	—	13
80740	—	—	23	—	17	37	—	—	—	—	*h*3	43	—	19	—	*k*1	—	13	*d*1	—	—	*l*9	11	—
	7	9	13	21	27	31	37	39	43	49	51	57	63	67	69	73	79	81	87	91	93	97	99	109

a = 10
b = 11
c = 12
d = 13
e = 14
f = 15
g = 16
h = 17
i = 18
j = 19
k = 21
l = 22
n = 23
p = 24
q = 25
r = 26
s = 27
t = 28

a = 10
b = 11
c = 12
d = 13
e = 14
f = 15
g = 16
h = 17
i = 18
j = 19
k = 21
l = 22
n = 23
p = 24
q = 25
r = 26
s = 27
t = 28
u = 29

	1 11 13 17	19 23 29 31	37 41 43 47	53 59 61 67	71 73 79 83	89 97 101 103
80850	n3 11 — j3	17 13 31 29	47 23 41 —	17 — — —	19 — — —	29 61 13 —
81060	a3 — 17 —	89 — d1 83	— — 11 13	29 — 23 31	— 13 41 53	19 — s7 —
81270	67 — — 29	13 — — 11	— 17 31 n3	11 g7 — g3	13 — — —	— 11 — —
81480	17 19 l7 13	11 e9 — 37	— 11 13 —	— 67 73 —	— — — —	— 29 23 17
81690	f1 — — —	a1 41 11 71	— 13 37 —	43 — 29 13	— 11 — —	53 17 89 r3
81900	— a1 13 11	— 17 — —	— 67 — 19	— 41 11 —	— — 73 11	g3 g7 43 —
82110	f7 13 41 17	— 23 — —	13 b3 — 29	— c7 — 37	11 — — —	13 — l9 19
82320	j1 17 t1 d7	— 67 — —	11 — 23 31	— 11 13 —	47 — 17 19	23 73 — 11
82530	— 59 j7 23	— 31 — —	— — 71 11	r9 13 — f1	— 17 — —	— 53 19 —
82740	97 83 11 —	— — 37 13	23 — 19 —	— — 31 17	— — 11 13	b3 — 11 37
82950	11 23 — g3	29 11 13 —	31 37 e9 —	— — 17 11	61 — 79 43	11 — 53 23
83160	13 11 31 —	l3 j3 41 23	s1 19 — —	13 — — —	— — 13 —	17 — d9 53
83370	r3 j9 — 61	— 89 — —	— n9 11 —	— 19 — —	i1 — — 17	— 19 — 13
83580	19 — h9 —	41 13 — 11	— — 17 p1	11 — — n3	23 — r9 —	31 11 13 67
83790	— 47 i1 43	11 — 79 a9	17 11 — 13	— j1 71 —	17 13 — —	37 e9 — 43
84000	g7 — 29 —	13 73 11 17	19 31 l9 —	— — — —	13 11 83 47	— 13 37 31
84210	— — — 11	— d1 — 61	— h3 13 a9	— 17 11 71	s1 89 31 11	— — 59 —
84420	— — 23 —	17 — — 79	— 13 — —	17 23 — 13	11 19 — —	— l3 — —
84630	— 53 13 47	— — — 31	11 l7 — 17	19 11 — —	— 71 23 —	— j3 — 11
84840	37 13 53 —	— b3 — —	13 17 29 11	23 73 59 j7	19 — — g3	13 f7 29 h3
85050	17 — 11 q7	97 p1 e9 —	— — — 43	— — 13 47	— 23 11 —	19 — 11 17
85260	11 71 r9 53	a7 11 17 19	— j7 — 23	— 13 41 11	— — 61 31	11 17 — —
85470	c7 11 73 —	53 17 j3 13	37 n3 — —	— 31 — 23	b3 d1 — 13	67 41 — 83
85680	47 — 67 17	43 — 13 —	— 23 11 59	— 83 h9 19	— 29 j1 d9	j9 31 — a9
85890	13 17 — s1	— 53 f1 11	29 — — 19	11 61 23 43	67 31 13 e9	c7 11 — b3
86100	29 — — —	11 71 43 —	— 11 — s7	a1 29 — j9	— 17 — —	79 — — 13
86310	— 37 — h3	d1 13 11 —	79 — — —	67 — — 17	— 11 — 19	— 71 13 —
86520	31 — — 11	— 37 23 41	a1 — a7 13	— — 11 —	d1 13 — 11	q7 37 19 29
86730	43 c7 — l3	13 — a1 53	— — 19 a7	— 59 l9 29	11 61 47 —	17 13 31 71
86940	l7 — 89 13	— 19 — 29	11 — 13 37	— 11 19 g7	— — h3 17	29 — — 11
87150	— 43 a1 67	61 h9 — —	— 13 17 11	29 37 — 13	— — 19 83	23 43 — —
87360	j9 41 11 23	59 — 31 t1	17 71 — —	61 19 — —	17 — 11 —	f7 19 11 e9
87570	11 13 — —	— 11 q1 17	13 79 — 41	— — — 11	— — — 23	11 29 — 73
87780	41 11 — —	19 — s7 —	d7 53 31 71	— 17 13 a7	59 — a3 41	— — — 23
87990	— — — —	17 t3 — 23	19 47 11 —	17 13 j1 h3	a7 83 — 29	— 59 d7 —
88200	j3 — 17 19	47 — 83 11	— — 79 17	11 — — 61	a3 41 43 13	— 11 — l7
88410	— 29 — —	11 j1 13 59	p1 11 j7 53	— — — a3	23 19 a7 —	— 67 61 —
88620	13 r3 61 f1	d7 — 11 —	— — — —	13 71 — d1	31 11 13 a7	43 79 — 17
88830	k1 73 — 11	23 — 17 —	— i1 — 31	— a3 11 —	19 — 67 11	— 17 b3 13
89040	— — 19 —	29 13 — —	t1 l9 — —	41 d9 — —	11 — — —	19 — 13 97
89250	e9 — 23 17	— — 73 19	11 29 — 13	— 11 31 —	h9 13 — f7	41 47 j9 11
89460	d7 17 d1 —	13 43 a9 —	31 — 37 11	— — — —	13 — 17 f1	e9 13 — —
89670	— — 11 13	— q7 19 s1	a9 t3 13 73	23 53 61 19	43 17 11 —	— — 11 a7
89880	11 — p1 —	— 11 — 47	— 13 — 19	d9 — 53 11	u3 23 — —	11 — 17 —
90090	23 11 13 —	q1 97 l7 —	— j3 h3 23	a9 — 17 89	29 — 37 —	31 — — 19
90300	73 13 — 37	i1 41 59 a3	13 61 11 g7	— — a9 23	— — — 19	13 — — —
90510	— d1 — —	— — 37 11	— 23 83 d7	11 41 13 53	n9 — f7 17	— 11 19 31
90720	q7 — 41 31	11 a3 — f1	47 11 17 d9	43 13 23 —	g3 — 29 —	71 j7 — —
90930	— k1 j9 —	a3 19 11 13	17 — 29 —	37 — 19 —	17 11 — 13	— l7 29 —
91140	— — — 11	— — 13 17	73 19 — 67	— — 11 l3	j7 53 19 11	— — 23 —
91350	13 a3 k1 —	— — 23 —	— 59 — —	13 17 — b3	11 — 13 —	61 19 a9 —
91560	19 — — —	17 — 67 —	11 d9 47 a1	17 11 — 59	— 43 — b3	37 f1 71 11
91770	— — 17 r3	19 13 41 —	— — — 11	— l9 d1 —	— 29 53 31	97 — 13 —
91980	59 67 11 —	j7 — — a1	19 17 23 13	— 31 — 83	— 13 11 43	23 — 11 —
92190	11 d7 — 19	13 11 — —	— e9 — —	— 29 — 11	13 q7 — 53	11 13 41 17
	1 11 13 17	19 23 29 31	37 41 43 47	53 59 61 67	71 73 79 83	89 97 101 103

	7	9	13	21	27	31	37	39	43	49	51	57	63	67	69	73	79	81	87	91	93	97	99	109
80950	73	19	—	11	13	47	*a*9	—	11	*a*7	—	59	—	—	—	—	13	—	11	—	—	—	—	11
81160	23	11	—	—	19	11	—	—	—	17	13	*p*1	—	43	29	—	—	*d*7	*b*3	31	*j*3	11	23	*i*1
81370	19	17	97	*j*9	23	—	*c*7	—	17	13	—	*a*7	11	31	—	23	79	47	—	29	—	41	*q*7	59
81580	11	83	*d*9	13	79	—	17	—	31	—	11	—	19	—	—	11	37	*c*7	—	—	23	—	13	—
81790	*f*7	—	*h*9	23	—	17	47	11	19	—	*l*3	—	—	23	*a*9	71	—	19	41	37	—	13	17	—
82000	—	—	—	—	11	—	—	—	13	11	—	31	*d*7	—	13	—	*k*1	79	23	*a*3	11	53	19	47
82210	—	—	—	—	—	—	11	*n*3	83	43	—	—	29	13	—	*a*7	19	11	17	—	13	—	53	*r*3
82420	*d*9	31	13	19	29	41	—	13	—	—	—	67	—	—	11	—	—	17	—	11	*a*9	19	*h*9	—
82630	17	23	11	—	—	*d*1	13	19	47	29	89	11	13	41	—	*j*1	11	*a*7	*i*1	—	—	—	—	17
82840	—	13	29	41	*h*3	79	*h*9	67	—	—	—	19	—	11	17	—	*l*3	*a*1	13	*c*7	*n*9	*j*7	—	*a*9
83050	13	—	—	—	—	*q*1	19	—	—	23	—	41	17	—	43	*a*1	97	59	—	71	29	17	11	*d*7
83260	—	—	—	11	37	13	31	—	11	*l*7	—	13	97	*a*3	23	*g*7	—	—	11	17	19	—	31	11
83470	—	11	31	29	—	11	*b*3	37	23	47	17	*a*1	*a*3	—	*d*9	19	29	13	—	—	—	11	*j*3	—
83680	53	—	*c*7	—	13	97	—	—	29	*a*1	31	—	11	83	89	61	13	—	*k*1	19	—	—	*j*9	23
83890	11	53	—	—	31	—	23	17	—	—	11	*c*7	37	59	*b*3	11	—	*d*1	79	*d*7	—	—	47	19
84100	*f*1	*p*1	19	—	—	—	—	11	—	13	19	23	—	17	73	41	—	—	29	—	59	*r*9	—	*a*7
84310	—	—	37	13	11	19	—	—	67	11	29	*n*9	*d*9	—	19	13	—	—	37	—	11	—	13	29
84520	*i*1	*d*7	—	17	59	—	11	—	*a*3	19	23	83	41	*q*1	—	29	31	11	19	*k*1	*j*1	13	37	—
84730	—	*a*1	83	—	*d*1	—	29	*a*3	13	17	*e*9	—	—	19	11	*d*7	—	—	89	11	*s*1	—	41	43
84940	—	17	11	—	—	31	—	—	17	37	—	11	*g*7	13	—	*f*1	11	—	—	23	13	—	*s*7	—
85150	31	—	13	53	19	*a*3	17	13	—	—	—	*d*9	—	11	31	—	—	29	—	13	—	—	*g*3	—
85360	19	—	59	—	*a*3	17	13	23	41	*l*3	—	*l*9	13	—	—	37	—	43	—	—	—	97	11	—
85570	—	13	23	11	—	—	—	59	11	—	—	—	19	29	—	—	41	97	11	—	17	—	—	11
85780	13	11	—	*n*9	53	11	—	—	19	—	—	—	—	—	*u*3	—	23	19	17	43	79	11	*f*7	—
85990	23	—	17	—	—	13	—	—	*l*7	97	*d*9	13	11	47	41	89	—	17	—	59	—	31	19	13
86200	11	—	73	*f*1	23	53	83	—	—	—	11	—	—	*t*1	—	11	19	13	—	—	—	—	*k*1	17
86410	*a*3	89	—	19	13	—	*d*7	11	—	31	—	—	43	—	17	*j*7	13	—	67	—	23	19	—	*p*1
86620	—	—	41	23	11	73	*j*3	19	79	11	13	—	17	23	—	—	*i*1	*s*7	31	—	11	17	—	—
86830	—	37	—	—	—	—	11	—	*a*9	13	*t*3	17	31	*b*3	67	43	*n*3	11	23	17	—	—	—	—
87040	61	—	*r*3	13	83	—	19	31	—	73	17	*q*1	—	—	11	13	—	—	*f*1	11	—	79	13	—
87250	—	71	11	*j*7	—	—	*j*1	41	—	—	67	11	—	—	29	—	11	23	—	*g*7	19	13	*b*3	—
87460	47	23	—	—	89	—	59	17	13	—	—	—	—	11	13	17	—	—	—	29	—	—	—	67
87670	43	—	—	—	—	—	*l*9	*d*9	*n*9	—	—	37	59	13	—	—	47	—	*c*7	19	13	—	11	61
87880	—	*h*9	13	11	17	—	—	13	11	23	—	47	—	31	37	*t*1	—	—	11	13	—	—	97	11
88090	37	11	19	17	—	11	13	—	31	53	19	*i*1	13	*j*9	23	*d*1	—	37	—	*a*9	*g*3	11	29	89
88300	*n*3	13	47	—	—	19	—	—	23	17	53	*e*9	11	97	19	67	—	31	13	*f*7	37	—	*a*9	*k*1
88510	11	17	—	*l*3	29	37	—	73	17	19	11	31	23	*a*1	*t*3	11	—	—	19	41	*q*1	—	—	23
88720	83	—	89	—	—	13	17	11	37	29	—	13	47	19	—	—	—	—	—	—	—	—	—	13
88930	—	19	29	—	11	17	43	—	*j*3	11	*a*1	23	—	—	61	—	—	13	—	—	11	*c*7	17	*r*9
89140	*n*9	59	—	*g*3	13	23	11	*q*7	*a*1	—	79	*j*1	—	37	—	—	13	11	—	—	17	—	*n*3	31
89350	19	*j*3	—	—	*d*9	—	—	71	—	—	13	29	—	—	11	*l*3	37	—	17	11	—	23	—	—
89560	—	43	11	29	*a*1	—	—	—	—	13	—	11	19	—	47	—	11	17	*f*7	37	—	—	—	—
89770	17	—	—	13	—	89	31	—	19	—	—	43	—	11	—	13	—	19	59	23	73	—	13	17
89980	29	—	31	—	—	—	—	—	—	*j*7	—	*h*9	*c*7	53	17	—	—	*b*3	—	—	—	13	11	—
90190	—	—	—	11	—	83	—	23	11	—	31	—	17	43	13	—	19	—	11	—	*d*7	17	—	11
90400	—	11	23	19	31	11	—	—	*e*9	*f*1	29	17	61	13	—	—	*h*3	—	41	17	13	11	—	29
90610	—	—	13	—	*n*3	—	—	13	*r*9	—	17	71	11	—	—	29	23	89	—	13	—	61	—	83
90820	11	61	—	—	—	47	13	43	—	89	11	19	13	—	97	11	17	—	—	—	*l*9	—	29	79
91030	59	13	*i*1	83	23	41	19	11	61	—	—	79	71	—	—	17	31	*h*9	13	—	*u*3	—	—	—
91240	13	—	—	*r*3	11	*a*7	97	37	—	11	—	—	—	17	—	*c*7	53	29	*s*1	—	11	*e*9	*p*1	*g*7
91450	—	—	—	23	17	13	11	*j*1	—	—	37	13	—	23	71	19	—	11	*n*9	—	31	43	83	13
91660	31	29	—	17	*s*7	—	47	*a*7	—	*u*3	—	41	37	29	11	—	*j*9	13	23	11	—	—	89	*g*3
91870	79	*d*9	11	43	13	29	73	—	*a*7	17	—	11	*e*9	89	—	—	11	—	—	—	41	—	—	19
92080	71	17	19	31	—	—	*q*1	—	17	*i*1	13	*j*9	—	11	43	—	*f*7	23	37	61	—	—	—	—
92290	—	23	*p*1	—	—	19	17	*c*7	—	13	*a*7	—	—	—	19	—	—	71	—	—	—	—	11	—
	7	9	13	21	27	31	37	39	43	49	51	57	63	67	69	73	79	81	87	91	93	97	99	109

a = 10
b = 11
c = 12
d = 13
e = 14
f = 15
g = 16
h = 17
i = 18
j = 19
k = 21
l = 22
n = 23
p = 24
q = 25
r = 26
s = 27
t = 28
u = 29

a = 10
b = 11
c = 12
d = 13
e = 14
f = 15
g = 16
h = 17
i = 18
j = 19
k = 21
l = 22
n = 23
p = 24
q = 25
r = 26
s = 27
t = 28
u = 29
v = 30
x = 31

	1	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103
92400	—	11	—	13	—	29	17	—	23	97	13	j3	59	—	—	—	89	19	—	23	—	17	n3	—
92610	37	23	—	—	k1	17	—	—	—	13	11	—	19	—	—	13	—	—	59	—	—	—	83	23
92820	—	—	13	17	r3	l7	—	11	—	—	—	—	11	d1	u3	29	19	—	—	61	53	11	—	43
93030	31	13	19	—	11	—	—	29	18	11	g3	—	—	—	c7	—	f7	—	17	—	13	23	—	—
93240	—	—	—	—	h9	—	11	19	37	—	—	—	29	79	13	—	23	11	—	—	—	—	31	r9
93450	b3	19	—	11	f1	k1	—	—	—	—	—	—	—	13	11	17	41	—	—	11	89	d9	17	—
93660	l9	47	t3	b3	23	—	19	13	43	—	—	83	31	—	17	19	11	67	—	13	p1	29	—	—
93870	—	r9	l3	—	—	—	13	—	11	—	—	19	—	11	29	—	—	37	—	47	17	—	—	11
94080	13	37	23	73	—	d9	—	—	—	—	61	11	13	23	47	31	—	—	13	17	—	41	53	19
94290	—	i1	11	—	—	37	q7	—	—	—	17	29	—	—	—	f7	c7	j7	11	19	—	37	11	13
94500	11	29	—	47	31	11	—	—	17	—	—	—	23	—	—	11	17	—	s1	—	11	—	13	—
94710	53	11	—	—	43	61	k1	17	—	41	19	13	j3	97	—	—	—	13	—	—	47	b3	—	59
94920	23	59	—	d9	13	19	—	—	r9	—	11	23	73	17	19	43	13	—	—	—	—	13	—	g7
95130	—	89	—	13	17	—	43	11	59	19	13	—	11	—	—	23	31	—	19	—	—	11	—	—
95340	67	97	17	g7	11	47	—	t3	c7	11	—	17	—	19	—	13	73	—	—	37	—	19	—	—
95550	19	—	13	l7	—	31	11	—	61	17	a9	—	—	67	23	—	—	11	—	—	59	a1	—	41
95760	17	13	—	11	19	—	—	—	18	—	—	e9	—	—	11	79	61	47	n9	11	13	—	q7	17
95970	—	41	53	—	—	59	17	—	19	67	—	—	d1	a9	13	d7	11	—	d9	—	—	17	23	j1
96180	—	43	29	19	—	17	23	—	11	—	—	41	—	11	f7	a9	29	a1	—	—	—	43	—	11
96390	41	—	e9	17	l9	67	—	13	k1	—	73	11	—	43	—	—	—	19	—	13	—	—	47	—
96600	—	17	11	79	53	23	13	71	41	p1	—	c7	19	g3	—	—	—	s7	11	a9	31	—	11	—
96810	11	—	—	—	37	11	h9	b3	—	—	23	—	13	f7	73	11	19	17	13	—	11	—	—	j9
97020	—	11	19	23	—	53	a7	37	71	31	29	b3	—	j3	—	17	79	f1	89	—	19	—	17	13
97230	—	—	47	31	79	13	—	19	23	k1	11	89	—	s1	17	e9	—	—	31	23	v7	—	13	d1
97440	—	19	—	41	—	—	29	11	a7	43	71	13	11	—	—	t1	—	13	b3	—	17	11	a3	23
97650	—	61	c7	a1	11	—	19	23	—	11	k1	f1	41	j1	—	19	13	79	—	17	43	13	n9	67
97860	—	—	97	13	—	—	11	53	l3	47	13	19	h9	—	i1	—	—	11	37	—	41	23	—	g3
98070	a1	—	43	11	47	n3	r3	—	17	13	41	59	—	—	11	13	17	—	61	11	a3	89	c7	19
98280	29	l7	13	—	—	j7	37	17	—	—	—	—	a7	29	43	—	11	59	41	19	—	—	d1	37
98490	—	13	d7	—	23	29	—	83	11	37	—	k1	—	11	d9	67	—	—	p1	—	13	x1	19	11
98700	89	—	—	—	17	r9	—	—	—	u3	19	11	17	61	11	t3	43	—	—	h3	l3	31	—	29
98910	—	31	11	—	—	19	—	g3	—	53	—	17	—	13	19	29	—	31	11	—	—	i1	11	—
99120	11	—	—	—	—	11	—	13	l9	17	53	d1	—	41	—	11	—	t1	19	13	11	47	x3	—
99330	17	11	41	—	—	73	13	67	—	—	43	—	23	19	—	—	—	a7	—	89	37	19	—	17
99540	13	—	b3	29	—	—	17	—	—	—	11	53	13	d7	a3	—	—	23	13	—	67	17	37	—
99750	23	—	67	—	19	17	b3	11	—	73	—	23	11	—	f1	—	h3	—	—	—	—	11	31	13
99960	—	—	q7	17	11	13	—	—	19	11	—	97	a3	—	29	23	67	g7	71	—	—	—	13	47
100170	a9	17	—	19	—	—	11	97	—	23	—	13	31	73	b3	—	59	11	17	29	a7	—	—	j7
100380	37	—	—	11	13	—	31	—	—	d7	n3	29	67	47	11	—	13	17	—	11	—	13	89	—
100590	—	29	37	13	—	—	n9	—	47	a3	13	f7	19	—	q1	17	11	43	—	—	83	a7	17	—
100800	—	—	73	i1	41	—	—	59	11	13	31	—	—	11	17	13	19	e9	t1	79	n3	g3	23	11
101010	83	—	13	—	31	71	23	79	37	—	d9	11	—	k1	53	61	—	s1	—	43	17	—	—	—
101220	—	13	11	67	29	d7	a3	19	13	a9	d1	—	—	—	—	—	j9	—	11	17	13	71	11	—
101430	11	19	61	l9	—	11	71	p1	—	29	17	—	—	—	13	11	—	—	83	—	11	—	—	—
101640	—	11	—	59	s7	—	19	u3	17	—	23	61	—	13	—	19	17	37	—	—	23	—	—	71
101850	h9	37	—	23	—	—	—	13	d9	—	11	19	i1	a1	l3	—	—	l7	—	13	—	97	r9	43
102060	—	—	a3	—	—	31	13	11	23	—	—	—	11	17	—	73	41	a9	—	23	—	11	—	19
102270	13	23	29	n3	11	—	—	—	r3	11	a1	—	13	—	31	—	29	53	13	19	—	—	g7	23
102480	—	b3	17	—	—	—	11	23	31	f7	—	17	—	—	41	—	—	11	—	—	a9	67	19	13
102690	a3	—	31	11	s1	13	59	d9	43	17	19	71	c7	37	11	k1	—	—	—	11	79	23	13	—
102900	17	—	—	97	a1	19	—	—	79	x1	b3	13	—	e9	19	—	11	13	29	—	i1	c7	—	17
103110	97	a1	—	t1	13	f1	17	—	11	19	29	43	71	11	—	—	13	—	19	37	31	13	29	11
103320	s7	j1	—	13	23	17	—	i1	—	41	13	11	g7	19	67	—	—	—	—	53	—	19	—	—
103530	19	47	11	17	—	—	29	—	—	13	—	—	—	71	—	13	k1	x3	11	—	—	h8	11	31
108740	11	17	13	31	19	11	—	41	f7	59	67	—	s1	23	—	11	—	—	17	47	11	—	—	—
	1	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103

	7	9	13	21	27	31	37	39	43	49	51	57	63	67	69	73	79	81	87	91	93	97	99	109
92500	—	79	71	11	67	17	37	29	11	19	—	—	f1	—	—	13	43	—	11	53	—	29	13	11
92710	—	11	—	47	—	11	g3	d7	—	23	—	—	b3	19	—	31	—	—	71	—	17	11	—	a1
92920	—	19	j9	—	41	—	—	—	13	31	n9	a9	11	—	13	—	b3	—	17	t1	47	j1	g7	41
93130	11	—	17	—	19	59	f1	—	23	—	11	—	41	13	—	11	83	17	31	73	13	53	—	—
93340	17	s7	13	89	73	—	—	11	—	47	61	59	23	—	29	a9	—	a3	—	13	n3	l3	41	17
93550	—	—	—	d7	11	—	13	31	h3	11	—	—	13	h9	17	q1	—	a9	—	29	11	37	71	73
93760	41	13	79	j1	—	71	11	97	19	—	—	23	17	—	a1	a3	a7	11	13	—	c7	17	47	37
93970	13	—	—	j3	—	23	—	—	41	e9	g7	17	—	s1	11	f7	—	g3	—	11	—	a9	19	—
94180	97	d1	11	—	—	13	71	—	59	—	17	11	73	79	v7	—	11	—	a7	31	—	23	29	13
94390	—	—	67	19	r3	—	—	89	—	—	—	—	29	11	59	—	17	13	—	a7	—	19	61	53
94600	89	37	—	—	13	h3	a1	17	31	—	—	a3	i1	d7	41	17	13	73	—	23	—	t1	11	—
94810	53	—	—	11	—	—	—	—	11	29	13	19	—	17	79	n9	—	31	11	43	—	—	a7	11
95020	—	11	29	a1	17	11	19	23	—	13	—	31	—	—	—	—	61	—	—	—	l7	11	73	q1
95230	d1	—	23	13	—	—	—	47	—	—	f1	—	11	n3	f7	13	j1	—	—	j9	19	—	13	—
95440	11	31	53	—	—	—	v7	—	—	17	11	29	43	—	e9	11	23	59	—	—	83	13	—	—
95650	23	17	s1	29	p1	g3	a3	11	13	83	—	—	—	—	13	—	29	—	—	19	67	—	23	31
95860	37	—	—	—	11	—	17	41	29	11	—	—	—	13	—	23	j7	37	—	l9	11	—	—	19
96070	29	—	13	v7	—	17	11	13	l3	s7	19	97	q1	—	c7	79	—	11	—	13	23	—	17	—
96280	73	—	—	23	j3	19	13	61	—	—	—	—	13	23	11	—	g7	h3	29	11	17	—	31	b3
96490	—	13	11	a3	—	r3	—	83	37	19	29	11	—	—	l3	61	11	r9	13	—	59	—	—	29
96700	13	97	17	x1	j7	—	—	—	89	—	31	—	—	11	—	29	—	17	—	f1	43	—	—	d1
96910	17	19	a3	—	31	13	29	67	—	—	47	13	—	37	—	u3	—	23	—	—	—	—	11	13
97120	—	23	d7	11	19	—	—	—	11	—	—	—	f7	—	17	83	37	13	11	41	—	67	j1	11
97330	19	11	x1	67	13	11	—	—	—	—	—	—	17	—	h3	q7	13	29	61	37	—	11	—	d9
97540	—	—	—	—	43	—	—	—	—	23	13	17	11	—	—	—	31	41	n3	17	89	g3	q1	—
97750	11	29	59	—	—	s7	—	—	19	23	11	47	—	29	23	11	—	19	l7	—	—	—	—	—
97960	—	x3	—	13	—	29	43	11	23	—	—	—	83	61	g7	13	17	—	—	71	31	—	13	t1
98170	31	—	47	e9	11	t3	—	17	—	11	—	—	23	j3	31	17	19	—	—	97	11	13	—	23
98380	—	—	61	19	—	—	11	—	13	—	q7	h3	—	17	13	—	—	11	—	59	—	19	—	e9
98590	—	43	f1	31	17	—	—	19	53	—	—	23	47	13	11	—	—	79	a1	11	13	29	—	l9
98800	—	—	11	17	37	23	—	13	97	—	41	11	a9	—	—	—	11	61	—	13	—	—	—	—
99010	—	83	—	g7	97	—	13	37	—	17	23	f7	13	11	—	—	—	j7	41	b3	—	23	—	—
99220	67	13	—	—	61	—	—	—	17	53	37	—	a1	43	—	31	a9	j9	13	47	19	—	11	71
99430	13	—	s7	11	s1	79	17	—	11	31	53	—	37	—	29	19	f1	j1	11	23	—	—	—	11
99640	q1	11	l7	—	—	11	r3	—	83	—	d1	13	h9	—	—	—	—	—	31	19	—	11	17	13
99850	61	—	37	—	—	—	59	23	j1	t3	—	—	11	41	g3	—	—	13	37	d9	17	89	c7	19
100060	11	—	19	41	13	a1	j9	31	—	—	11	53	59	l3	—	11	13	n9	17	—	—	47	37	—
100270	e9	—	17	—	—	19	37	11	—	43	13	41	—	r9	19	—	23	17	—	—	—	g7	29	—
100480	17	x7	—	—	11	—	—	—	—	11	l9	—	29	—	—	j3	—	l7	19	g3	11	43	23	17
100690	a1	—	—	13	23	47	11	r3	—	d1	—	—	53	19	17	13	—	11	h9	31	97	—	13	—
100900	—	19	—	43	—	—	—	j3	—	29	f7	—	17	31	11	37	p1	—	—	11	23	13	—	—
101110	—	—	11	23	19	—	41	—	13	—	—	11	—	23	13	—	11	47	—	17	—	—	—	c7
101320	19	a7	—	—	—	43	79	—	—	g7	17	—	—	11	53	41	—	31	23	—	13	37	—	—
101530	—	59	13	h3	41	—	47	13	—	f7	—	29	19	t3	—	—	17	—	v7	13	f1	—	11	37
101740	—	—	97	11	e9	—	13	17	11	—	d7	—	13	—	61	17	29	19	11	79	—	—	—	11
101950	—	11	—	a7	—	11	—	79	29	—	—	83	—	17	—	—	q7	—	13	67	—	11	19	—
102160	13	71	83	—	17	—	—	—	—	h9	43	—	11	f1	—	—	19	—	59	—	—	u3	—	31
102370	11	37	43	17	—	13	—	—	47	23	11	13	—	—	89	11	53	—	29	—	79	19	43	13
102580	—	h3	—	37	—	—	89	11	41	17	29	j7	—	—	23	—	q1	13	—	83	—	—	—	29
102790	—	17	l3	—	11	l9	31	—	17	11	—	19	g3	73	—	29	13	—	—	—	11	d7	31	43
103000	—	n9	31	71	r9	j7	11	g7	—	—	13	q7	23	—	—	59	—	11	—	—	—	d1	—	23
103210	—	n3	a9	—	—	17	23	l3	79	13	31	37	61	d9	11	h9	—	—	53	11	19	—	17	—
103420	59	u3	11	13	31	—	—	v7	f7	a7	—	11	—	n9	37	13	11	29	89	—	17	61	13	—
103630	37	61	—	—	—	23	83	—	43	j9	—	—	97	11	—	—	d7	37	17	19	—	13	47	l7
103840	b3	29	17	t3	—	p1	a9	73	13	—	23	a7	—	29	13	—	—	17	a3	43	37	23	11	19
	7	9	13	21	27	31	37	39	43	49	51	57	63	67	69	73	79	81	87	91	93	97	99	109

a = 10
b = 11
c = 12
d = 13
e = 14
f = 15
g = 16
h = 17
i = 18
j = 19
k = 21
l = 22
n = 23
p = 24
q = 25
r = 26
s = 27
t = 28
u = 29
v = 30
x = 31

R (7) = 7, 49, 77, 91.

a = 10
b = 11
c = 12
d = 13
e = 14
f = 15
g = 16
h = 17
i = 18
j = 19
k = 21
l = 22
n = 23
p = 24
q = 25
r = 26
s = 27
t = 28
u = 29
v = 30
x = 31
z = 32

	1	11	13	23	19	23	29	31	37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103
103950	—	11	—	—	—	h3	—	—	13	—	—	—	—	—	47	41	—	17	23	—	13	—	67	—
104160	—	73	—	19	—	—	43	31	29	79	11	—	23	89	13	17	—	—	—	—	61	d7	17	41
104370	29	—	—	47	d9	—	—	11	d1	r3	j3	—	11	13	17	i1	71	19	e9	67	—	11	—	—
104580	23	41	—	—	11	29	73	13	n3	11	—	23	19	—	r9	l7	—	l9	—	13	17	—	—	—
104790	43	—	—	x1	g3	t1	11	37	—	—	79	41	59	—	—	23	19	11	—	17	—	53	—	29
105000	13	h3	19	11	—	—	c7	—	—	23	17	73	13	31	11	29	—	h9	13	11	19	—	l7	61
105210	—	43	d9	—	—	47	—	19	17	—	—	67	—	—	23	—	11	c7	k1	71	29	31	53	13
105420	47	19	59	—	97	13	—	17	11	g3	r3	—	29	11	x1	37	—	31	—	—	—	—	13	11
105630	73	e9	89	29	—	—	19	f7	—	q1	—	11	—	17	—	19	—	13	37	61	71	—	23	—
105840	53	f1	11	37	13	—	23	—	n9	b3	—	19	17	—	d7	—	13	—	11	73	—	13	11	—
106050	11	67	17	13	73	11	37	43	—	s7	13	17	—	—	29	11	—	—	—	k1	11	h9	a1	19
106260	—	11	—	—	—	23	f7	—	—	13	—	—	41	—	—	13	—	b3	43	19	—	—	31	—
106470	17	n3	13	—	83	a9	t1	—	73	43	11	29	37	v7	—	—	—	—	47	c7	23	61	19	17
106680	—	13	—	23	—	—	17	11	13	—	19	—	11	—	h3	—	—	—	—	p1	13	11	—	—
106890	d9	53	—	—	11	17	31	—	23	11	61	—	l9	—	13	—	—	—	41	23	—	83	97	—
107100	—	23	43	17	—	—	11	e9	—	19	v7	a9	83	13	a1	31	—	11	19	—	37	—	—	23
107310	n9	17	—	11	29	i1	—	13	—	—	31	—	a1	19	11	—	g7	73	17	11	k1	19	37	n3
107520	19	u3	j1	53	31	41	13	d1	59	29	—	r3	97	h9	—	s1	11	17	—	—	—	23	—	i1
107730	13	—	g3	—	19	s7	j7	—	11	47	—	—	13	11	—	17	23	67	13	d1	d7	—	17	11
107940	—	—	41	89	47	a7	a1	—	19	—	83	11	79	—	17	—	—	—	a9	—	59	—	—	13
108150	37	—	11	19	23	13	—	q1	—	—	—	q7	—	p1	—	—	31	—	11	—	17	—	11	a3
108360	11	v7	29	—	—	11	t3	a7	61	—	43	13	—	i1	—	11	29	13	—	17	11	—	—	—
108570	—	11	23	—	13	31	d1	l3	67	x1	17	47	19	23	—	—	13	—	—	h9	j3	13	s1	a9
108780	i1	—	—	13	—	—	53	n3	17	—	11	—	43	c7	31	89	17	j9	23	—	—	—	—	—
108990	—	—	19	61	67	—	41	11	31	13	a9	—	11	—	g7	13	j1	—	29	—	19	11	43	c7
109200	—	—	13	e9	11	n9	—	19	x3	11	29	a7	—	17	37	—	b3	23	—	a3	u3	—	29	—
109410	23	13	—	73	17	—	11	—	13	—	—	23	17	—	—	83	—	11	a3	l3	13	—	41	97
109620	—	37	17	11	—	83	19	47	53	—	—	17	—	67	11	19	l9	43	g3	11	31	—	—	b3
109830	—	—	—	—	—	37	—	61	i1	17	—	19	—	13	—	—	11	—	d1	—	—	37	k1	47
110040	17	—	g7	f7	—	—	—	13	11	31	—	t3	89	11	23	a3	e9	29	—	13	—	p1	83	11
110250	—	—	71	31	—	—	13	—	29	—	53	11	73	47	—	a7	—	—	31	19	—	17	g3	k1
110460	13	61	11	—	—	17	x3	—	47	—	—	59	13	29	79	—	a7	—	11	—	l7	—	11	—
110670	11	—	f1	17	71	11	23	31	e9	—	19	53	r3	—	—	11	37	59	—	—	11	q7	—	13
110880	—	11	h3	43	—	13	—	j7	—	—	—	—	—	—	19	—	—	i1	17	37	—	—	13	29
111090	—	p1	—	d7	—	23	—	—	—	19	11	13	—	—	41	29	89	13	19	a7	73	—	—	q1
111300	—	79	f7	—	13	—	g3	11	—	—	23	—	11	19	j3	17	13	—	c7	31	23	11	17	a1
111510	19	—	l9	13	11	—	—	71	z1	11	13	t1	29	31	17	—	—	p1	f1	—	—	n3	—	n9
111720	—	—	—	29	19	d1	11	—	23	13	73	—	—	—	—	13	—	11	—	23	17	31	—	67
111930	h3	23	13	11	—	—	—	a3	19	41	—	—	b3	53	11	—	47	31	a1	11	—	29	—	23
112140	c7	13	—	19	59	—	l3	23	13	—	17	43	f1	—	29	—	11	—	u3	—	13	—	—	a7
112350	t3	—	—	x3	37	a3	a9	41	11	g7	71	—	—	11	13	79	17	19	—	29	l9	23	d9	11
112560	31	—	—	—	a3	—	—	17	a9	—	—	11	19	13	—	41	23	g3	73	—	c7	—	b3	—
112770	—	29	11	—	43	e9	—	13	—	97	37	a1	q7	17	—	53	19	—	11	13	—	59	11	41
112980	11	a3	19	—	17	11	13	—	—	—	—	—	17	—	—	11	—	d1	g7	—	11	73	—	—
113190	13	11	17	79	—	—	43	19	—	j9	—	17	13	r9	a9	37	53	j1	13	l7	—	—	j3	s7
113400	f1	19	23	—	29	a1	31	67	—	17	11	41	—	23	83	—	n3	53	37	t3	—	—	—	13
113610	17	—	—	37	j9	13	19	11	—	29	89	—	11	j7	71	19	79	—	23	41	67	11	13	17
113820	43	89	67	—	11	—	17	q7	41	11	31	13	23	r3	47	61	—	13	—	—	—	17	—	37
114030	—	—	—	59	13	17	11	g7	—	37	—	—	—	—	s1	71	13	11	53	—	d9	13	61	19
114240	23	43	61	11	—	g3	—	l9	—	—	13	23	37	—	11	f1	—	79	—	11	—	43	a9	—
114450	—	17	29	—	b3	—	—	n9	—	13	—	61	67	43	v7	13	11	71	17	53	47	—	19	—
114660	—	—	13	41	—	73	—	—	11	23	19	q1	—	11	89	47	31	17	h9	—	—	—	—	11
114870	x3	13	—	d1	—	19	89	—	13	f1	—	11	41	t1	19	17	—	d7	71	d9	13	—	17	—
115080	f7	71	11	h9	—	31	59	43	—	19	—	—	—	97	13	b3	—	—	11	—	41	e9	11	—
115290	11	—	—	67	—	11	—	—	—	—	29	—	—	13	31	11	—	—	43	b3	11	19	23	q7
	1	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103

	7	9	13	21	27	31	37	39	43	49	51	57	63	67	69	73	79	81	87	91	93	97	99	109
104050	17	—	19	11	j9	29	—	—	11	41	19	—	—	13	—	—	31	a1	11	l3	13	—	—	11
104260	c7	11	13	—	—	11	—	13	37	—	—	73	—	—	17	a1	a3	f1	—	13	p1	11	79	—
104470	j1	—	g3	—	83	31	13	41	—	19	c7	—	11	—	a7	—	—	—	19	—	31	17	53	—
104680	11	13	—	—	—	—	—	23	—	—	11	17	—	19	31	11	—	—	13	17	—	29	—	—
104890	13	19	23	—	—	n9	x7	11	—	a1	17	—	—	a3	—	43	37	—	b3	61	s7	—	67	—
105100	—	89	q7	81	11	13	—	47	—	11	71	13	a3	—	q1	—	17	a7	u3	37	11	59	—	13
105310	19	—	—	—	—	—	11	17	d7	—	—	—	—	g7	—	17	—	11	—	—	a9	—	23	s1
105520	—	—	—	—	13	59	—	t3	—	l9	j3	71	19	17	11	23	13	—	—	11	—	31	—	53
105730	43	41	11	—	17	—	—	—	19	d9	13	11	67	47	p1	31	11	19	—	29	23	97	—	a9
105940	53	a1	—	17	—	—	—	d1	—	13	83	—	71	11	l7	—	—	97	l9	—	—	a7	19	h3
106150	83	53	—	13	89	—	—	—	a3	17	61	—	—	—	—	13	19	41	23	d1	—	i1	11	59
106360	—	17	—	11	j1	—	—	a3	11	97	—	—	31	—	71	—	g3	—	11	—	—	13	29	11
106570	j7	11	53	—	37	11	17	19	13	—	—	—	29	—	13	47	—	23	—	—	—	11	—	a7
106780	—	23	r9	—	29	17	l3	37	—	x7	47	19	11	13	59	—	—	—	—	—	13	—	17	89
106990	11	67	13	b3	a3	—	19	13	—	29	11	g7	—	—	f1	11	—	—	—	13	17	h8	—	—
107200	47	—	29	h9	—	f7	13	11	—	23	—	t3	13	67	—	—	—	71	17	31	19	41	61	—
107410	g3	13	17	53	11	—	d9	—	—	11	41	—	—	31	23	19	47	17	13	j3	11	—	—	79
107620	13	43	37	—	—	83	11	j9	23	67	—	29	q7	—	b3	—	—	11	37	19	—	—	—	17
107830	—	—	—	29	—	13	—	r9	—	n3	—	13	23	—	11	—	29	31	x1	11	—	—	37	13
108040	a3	g7	11	—	53	67	23	—	29	—	19	11	17	—	—	73	11	13	—	—	71	17	—	83
108250	29	73	—	—	13	19	—	—	—	37	—	17	89	11	19	e9	13	c7	d1	17	—	—	97	—
108460	79	31	67	83	f7	23	—	—	—	19	13	—	47	41	—	—	x1	—	19	73	—	—	11	f1
108670	—	j1	q1	11	73	71	—	—	11	13	23	—	l7	19	—	37	17	—	11	—	61	23	—	11
108880	—	11	—	13	—	11	—	17	—	—	97	41	—	—	—	13	—	—	—	—	59	11	13	73
109090	—	79	—	—	19	—	29	61	—	—	—	—	11	17	—	h3	—	—	43	23	41	13	d7	—
109300	11	t1	—	—	17	—	31	53	13	43	11	—	—	—	13	11	—	89	—	—	d9	—	31	37
109510	—	—	31	17	—	—	—	11	71	89	z1	—	19	13	—	—	—	29	—	o7	13	43	—	—
109720	h9	j7	13	—	11	—	41	13	19	11	31	f1	x1	a1	—	—	59	19	—	13	11	j3	—	—
109930	—	17	—	43	31	—	11	s7	17	71	a9	—	13	29	x7	41	23	11	—	r9	—	47	19	—
110140	23	13	59	—	41	29	17	n9	—	q1	a1	r3	j3	j1	11	v7	19	—	13	11	—	—	23	41
110350	13	—	11	19	23	17	g7	59	a1	53	l3	11	41	a9	—	23	11	—	—	—	h9	19	17	—
110560	—	—	—	—	—	13	—	19	—	—	53	13	—	11	—	x7	31	—	—	—	17	n9	41	13
110770	—	47	d9	23	a1	h9	—	29	—	—	—	19	d7	23	s1	j9	—	13	17	59	—	29	11	—
110980	41	—	17	11	13	31	19	67	11	—	—	37	—	u3	—	—	13	17	11	a9	31	s7	b3	11
111190	17	11	61	—	—	11	—	—	41	h3	13	53	—	71	31	—	—	—	l3	q7	19	11	a9	17
111400	37	—	43	67	—	—	47	—	—	13	59	l7	11	—	17	19	41	23	—	—	—	—	43	—
111610	11	23	—	13	—	—	97	x1	—	—	11	—	17	i1	29	11	67	61	—	19	37	17	13	47
111820	—	—	—	97	—	37	—	11	—	—	—	17	53	c7	41	—	e9	x7	47	17	—	13	—	19
112030	j9	i1	19	89	11	—	—	—	13	11	17	—	j7	—	13	—	71	—	j1	—	11	31	—	—
112240	—	—	—	—	d1	19	11	—	47	—	—	—	—	13	19	31	17	11	—	—	13	—	—	—
112450	a7	—	13	47	d7	—	j7	13	23	19	—	—	59	37	11	17	d1	43	19	11	—	p1	29	—
112660	61	v7	11	t1	—	—	13	q1	43	41	r9	11	13	17	d9	79	11	—	31	d7	47	—	—	23
112870	—	13	f7	79	17	—	23	—	—	—	—	—	31	11	—	53	h9	—	13	37	83	—	h3	—
113080	13	—	—	17	19	—	—	31	—	29	—	23	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	11	—
113290	19	d7	29	11	47	13	—	—	11	17	—	13	r3	—	—	—	73	—	11	—	—	71	e9	11
113500	l3	11	—	61	a7	11	—	—	17	s1	23	—	19	—	z7	d7	53	13	97	—	29	11	47	a3
113710	—	—	—	—	13	a7	17	—	19	—	—	29	11	—	—	—	13	19	—	31	x7	73	—	—
113920	11	59	—	29	—	17	—	83	—	—	11	u3	—	31	—	11	29	—	h3	23	—	b3	17	a1
114130	x1	f7	—	k1	—	—	—	11	29	13	l7	89	—	—	—	—	19	i1	—	—	17	a3	—	71
114340	29	41	h3	13	11	—	—	23	a7	11	73	d9	n3	—	j1	13	—	31	17	41	11	19	13	j3
114550	97	a9	17	—	—	e9	11	19	—	—	—	31	—	—	61	83	79	11	29	—	—	13	—	—
114760	17	—	—	—	79	j1	—	—	13	—	29	19	j9	—	11	—	23	41	—	11	43	z1	—	17
114970	23	31	11	59	—	—	19	47	—	—	—	11	37	13	17	29	11	a3	—	—	13	—	23	—
115180	l9	c7	13	—	23	—	29	13	—	61	d9	—	17	11	—	23	—	79	73	13	19	17	—	31
115390	g7	—	37	d1	k1	—	13	—	89	p1	67	17	13	r3	—	19	—	—	87	17	23	53	11	—
	7	9	13	21	27	31	37	39	43	49	51	57	63	67	69	73	79	81	87	91	93	97	99	109

a = 10
b = 11
c = 12
d = 13
e = 14
f = 15
g = 16
h = 17
i = 18
j = 19
k = 21
l = 22
n = 23
p = 24
q = 25
r = 26
s = 27
t = 28
u = 29
v = 30
x = 31
z = 33

DEUXIÈME MÉMOIRE

SUR LA

STRUCTURE DES CORPS

RECHERCHE DE LA FORME DES PARTICULES DES CORPS SOLIDES

PAR A. BAUDRIMONT

Professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux.

INTRODUCTION.

Le premier Mémoire a eu pour but principal de rechercher la structure des fluides et les formes des éléments qui les constituent. Cette étude m'a conduit à discuter la théorie de l'*éther* considéré comme milieu transmettant la lumière. Dans ce deuxième Mémoire, je me propose de rechercher la structure des corps solides cristallisés, et de déterminer les formes des particules qui les constituent.

Cette étude se rattache essentiellement à la cristallographie, et, pour l'aborder, il est indispensable d'exposer l'état de cette partie de la science et de discuter les moyens qui peuvent être employés pour la solution de ce difficile problème. Je pense ne pouvoir mieux faire que de suivre l'ordre chronologique qui exposera le développement naturel des faits : il sera facile d'en suivre la filiation, de juger leur importance relative, d'apprécier leur valeur réelle et les secours qu'il est possible d'en tirer.

Nota. — Dans le cours de ce Mémoire, par parallélogramme, il faudra entendre un parallélogramme obliquanble.

PARTIE HISTORIQUE.

Ce n'est qu'à une époque très rapprochée de nous que les naturalistes se sont occupés des corps cristallisés. Les anciens auteurs ne nous ont rien laissé sur ce sujet. Dioscorides, préoccupé des propriétés médicales des minéraux, ne les a décrits que d'une manière imparfaite; Théophraste, qui vécut de 371 à 286 ans avant notre ère, ne parle que d'une seule forme cristalline dans son livre sur les pierres (περι λιθων). Il dit, d'une espèce d'ανθραξ, que cette pierre ne peut être brûlée et qu'elle est *hexagonale.* Quoiqu'il s'occupe ailleurs du cristal, il est évident que c'est de lui qu'il est question. Pline parle de la forme hexagonale des prismes de cristal de roche et de l'admirable poli de ses faces, que l'on ne peut égaler par l'art (1).

On est étonné de voir que les anciens auteurs n'aient point été frappés de la beauté des substances cristallisées, qu'ils ne leur aient point accordé plus d'attention, et qu'ils n'aient point remarqué la constance de leurs formes. Il est vrai qu'il a fallu inventer le microscope pour observer de petits cristaux que l'on peut faire naître à volonté, ou créer des collections et des musées pour qu'il ait été possible d'étudier un grand nombre de corps cristallisés, et que ces moyens leur ont manqué. Cependant, les lapidaires, qui taillaient les pierres avec tant de perfection, devaient en voir un assez grand nombre pour en tirer quelque conséquence. Mais ces observations, lentes et difficiles à faire ont dû, comme à notre

(1) Pline, qui explique fort bien que le cristal de roche est produit par la neige jointe à une humeur céleste, s'arrête cependant devant la forme du cristal et le poli de ses faces, dont il ne peut trouver la cause.

L'homme a donc toujours été le même : il a voulu connaître et expliquer les causes des faits avant de les avoir étudiés. Qu'aurait donc pensé Pline s'il avait pu deviner qu'après bien des siècles et des travaux considérables accomplis par un grand nombre d'hommes, on n'est pas plus avancé, et que l'on est obligé de reconnaître qu'au lieu de se contenter de mots pour expliquer des faits, on doit s'estimer heureux de connaître, sans même se soucier d'en savoir davantage?

époque, se propager par tradition parmi les ouvriers, sans parvenir jusqu'aux écrivains qui pouvaient en transmettre la notion : tels que Théophraste, Dioscorides et Pline.

Guillaume Davisson est probablement le premier qui ait fait une étude sérieuse des cristaux. Il leur a consacré un chapitre spécial dans un ouvrage ayant pour titre : *Philosophia pyrotechnica seu cursus chymiatricus* (petit in-8°. Paris, 1640). Il s'exprime ainsi :

Doctrina de symbolo et mutatione elementorum cum quinque corporibus simplicibus geometricis; unde dilucidè aperietur vera causa diversarum formarum numerorum, variorumque proportionum in compositis, ut figura hexagonali, cubica, pentagonali, octaëdrica rhombica, in sale cornu cervi; in nive sexangulari, in crystallo, smaragdo, adamante, vitriolo, caulibus, floribus et foliis stirpium, alveolis apum, nitro, sale gemmæ et vulgari (1).

Opus novum, et à nullo ante me, quod sciam elaboratum.

Davisson dit devoir beaucoup à *Bourselette* et à de la *Noüe*, qui ont fait une étude approfondie des cristaux, et qui lui en ont fait voir des échantillons remarquables.

Il cite la forme hexagone et pyramidale du cristal (quartz), celle de l'émeraude; la forme octaédrique non fortuite du diamant, celle du vitriol de fer qu'il dit cubique (2), les faces hexagones du sulfate de cuivre, les formes du sel gemme, du nitre, de la neige, etc.

Il donne une planche assez bien gravée qui représente tous ces produits, plus les cinq polyèdres réguliers de la géométrie, dont il indique le nombre des faces, des arêtes et des angles; et, imitant Platon (3), il rapporte le feu au tétraèdre, la terre au cube,

(1) Cette phrase est incorrecte, mais elle est copiée textuellement.

Il a fallu arriver jusqu'à nos jours pour trouver un savant, M. Bravais, qui ait soumis la symétrie des végétaux à des formules mathématiques, et qui, plus que personne ne l'a fait jusqu'à lui, ait approfondi la théorie des formes polyédriques des cristaux.

(2) On sait que ce sulfate ne cristallise pas en cubes, mais en prismes obliques ressemblant à des rhomboèdres.

(3) Selon Diogène Laerce, Platon admettait que l'essence de la matière produit les quatre éléments, qui sont : le feu, l'air, l'eau et la terre; que cette dernière seule serait exempte de transmutation, et il en donne pour raison que les parties du feu sont tétraédriques, celles de l'air octaédriques,

l'eau à l'octaèdre et l'air à l'icosaèdre. Il ajoute en plus la quintescence qui affecte la forme du dodécaèdre pentagonal.

Il donne ensuite plusieurs figures très remarquables, dans lesquelles on reconnaît le dodécaèdre pentagonal, le cubo-octaèdre, le cubo-octo-dodécaèdre, etc. Il ajoute ensuite :

Ut quinque regularia corpora formam irregularibus prœbent.
Sic simplicia elementa omnibus mixtis formam exhibent.

Linnée a fait remarquer que les corps organiques ont en général des formes arrondies, tandis que les minéraux ont des formes angulaires.

Dans la sixième édition de son *Systema naturæ*, imprimé à Stockolm en 1748, il donne la forme des cristaux, comme étant caractéristique pour les reconnaître et les distinguer. Mais il est évident que ce grand naturaliste n'a pas eu d'autre pensée; qu'il n'a point considéré les formes en elles-mêmes, et qu'il n'en a pas reconnu les relations géométriques.

En 1753 est paru à Londres un ouvrage de Baker, ayant pour titre : *Employement for the microscope, etc.*

On trouve dans cet ouvrage la description d'un grand nombre de sels cristallisés, tels qu'on les obtient en faisant évaporer spontanément leur dissolution, et tels qu'on les observe à l'aide du microscope.

Ces descriptions sont accompagnées de figures d'une netteté suffisante pour donner une idée de la forme des cristaux qu'elles représentent. Le livre contient, en outre, des observations générales sur la cristallisation qui ont une certaine importance.

Baker dit que la constance de la forme observée dans la production des cristaux d'un même sel prouve que leurs parties constituantes ont une même forme générale, et que, de même, la différence des formes des cristaux de natures variées conduit à penser que les parties composantes de chaque forme ne sont pas les mêmes, et qu'elles varient selon les cristaux qu'elles produisent [1].

celles de l'eau icosaédriques, et que celles de la terre sont cubiques; que les premières se résolvent en triangles, et que cela ne peut avoir lieu pour les parties terrestres.

[1] As that coustancy of figure, observable, in the production of crystals

De Romé Delisle a publié, en 1772, un *Essai de cristallographie ou description des figures géométriques propres à différents corps du règne minéral, connus vulgairement sous le nom de cristaux* (¹).

Ce savant s'exprime ainsi :

« Il faut nécessairement supposer que les molécules intégrantes des corps ont chacune, suivant la nature qui lui est propre, une figure constante et déterminée, et que celles de ces molécules qui ont entre elles quelque analogie tendent réciproquement à se rapprocher et à s'unir (²). »

Rouelle avait déjà démontré que les trémies du sel marin étaient fournies par un assemblage de petits cubes (*Mémoire de l'Académie royale des Sciences,* année 1745). De Romé Delisle se sert de cette observation pour distinguer la forme primitive et essentielle des formes accidentelles.

Il conclut :

1° Que l'effet immédiat de la cristallisation est la réunion de plusieurs molécules salines en masses polyèdres déterminées;

2° Que ces molécules ont l'admirable propriété de s'unir plusieurs ensemble, en gardant entre elles un ordre symétrique tel qu'elles forment des corps réguliers et différemment figurés suivant la nature de chaque sel.

3° Que cette réunion ne peut s'opérer, si ces molécules n'ont été probablement dissoutes et séparées les unes des autres par l'interposition d'un fluide.

Ce savant s'était occupé de la mesure des angles plans des faces des cristaux, angles dont la mesure ne pouvait être obtenue avec précision.

Copiant et classant les diverses formes d'un même corps, de Romé Delisle n'a pu manquer de s'apercevoir qu'une foule de formes secondaires se rattachaient à des formes principales.

from the same salt; provers their components particles to have some determined and universal shape, so the difference of figure peculiar to the crystals of differents salts, induces one to believe, that the component particles of each kind differ no less in shape from the particles of every other kind than the crystals they compose do.

(¹) 1 vol. in-8°. Paris, 1772.

(²) *Discours préliminaire*, p. 13.

Dans son grand *Traité de Cristallographie,* en 4 volumes in-8°, publié en 1783, de Romé Delisle a reconnu la constance de l'inclinaison des faces des cristaux les unes sur les autres dans une même espèce, et il la considère comme caractéristique. Elle a lieu, dit-il, sans que les dimensions respectives et très variables des faces entre elles, les nouveaux angles produits par les troncatures et la multiplicité même de ces troncatures ou facettes subordonnées, puissent y apporter aucun changement [1].

Il reconnaît six formes primitives : le *tétraèdre,* le *cube,* l'*octaèdre,* le *parallélipipède rhomboïdal* [2], l'*octaèdre rhomboïdal* et le *dodécaèdre* à plans *triangulaires.*

Aux quatre dernières formes primitives, il en ajoute d'autres, telles que des octaèdres rectangles et rhomboïdaux, à triangles isocèles et à triangles scalènes; des parallélipipèdes rhomboïdaux, et même plusieurs dodécaèdres à plans triangulaires isocèles.

L'idée que l'on attache à la forme des cristaux a changé depuis de Romé Delisle, car on admet généralement qu'une même substance définie ne peut avoir qu'une seule forme primitive, et il résulte des formes auxquelles il a donné un nom, qu'une substance qui cristallise en cubes et en octaèdres qui appartiennent au même système, comme le fer bi-sulfuré par exemple, peut avoir deux formes primitives.

Les formes primitives de ce savant se confondent donc avec les formes dominantes.

En 1784, Haüy publia son *Essai d'une théorie de la structure des cristaux.*

En brisant un prisme hexaèdre de calcaire, il s'aperçut qu'il donnait naissance à des rhomboèdres, et il comprit que tous les cristaux, même ceux qui n'étaient point clivables, devaient être formés d'un noyau principal, dont les modifications représentaient les formes observées.

Il admet de plus que ce noyau est formé de plus petits solides affectant la même forme (P. 19).

Il introduisit donc le clivage dans la détermination des formes primitives des cristaux (Introduction, p. 10).

(1) T. I, p. 72-73.
(2) Ce solide est le rhomboèdre actuel.

Il fait remarquer que des formes, qui avaient paru semblables dans les cristaux de natures diverses, diffèrent entre elles par les angles plans de leurs faces, par les inclinaisons respectives de ces mêmes faces, et par les hauteurs des axes des pyramides qui se réunissent souvent base à base pour former un seul cristal. Il fit, en outre, remarquer que ces angles et ces axes sont constants dans la même variété de cristal, quel que soit le pays d'où elle a été apportée.

Il s'est borné à rechercher la forme des molécules constituantes des cristaux, et la manière dont elles sont arrangées entre elles dans chaque cristal. C'est cet arrangement qu'il a nommé *structure*.

De plus, il a donné les lois géométriques de la production des formes secondaires ou du *décroissement;* il est enfin arrivé à la solution de ce théorème général : *Étant donné un cristal, déterminer la forme précise de ses molécules constituantes, leur arrangement respectif, et les lois que suivent les variations des lames dont il est composé* (P. 25).

En l'an V de la République, Haüy publiait un *Extrait d'un Traité élémentaire de Minéralogie,* dans lequel il faisait l'application des principes développés dans l'ouvrage précédent.

Ces deux publications n'étaient que les prodromes d'ouvrages beaucoup plus considérables qui ont été publiés en 1822 : le *Traité de Cristallographie,* en 2 volumes in-8°, et le *Traité de Minéralogie,* en 4 volumes du même format, accompagnés, l'un et l'autre, d'un atlas magnifique rempli de figures dessinées et reproduites avec une grande perfection.

Les travaux d'Haüy ne se sont pas bornés à poser les lois de la cristallographie géométrique; on lui doit de nombreuses expériences sur la pyroélectricité, et il fait remarquer que les corps pyroélectriques présentent des défauts de symétrie éminemment remarquables, de telle manière qu'il a signalé une relation entre la forme et la propriété qu'ont certains corps de s'électriser par la chaleur. Ces observations ont été étendues par M. Becquerel père, et par M. Hankel, qui l'a observée jusque dans des substances organiques : l'acide tartrique, le sucre, etc. (*Revue scientifique,* t. IV, p. 5 et 305.)

Il a reconnu la principale loi de la symétrie des corps cristallisés.

Après avoir défini ce que l'on doit entendre par *identité* en cristallographie, il dit qu'*elle consiste en ce qu'une même espèce de décroissement se répète sur toutes les parties du noyau qui sont identiques.*

Il fait remarquer qu'il connaît des exceptions à cette loi, et il cite comme exemples la tourmaline et les corps cristallisés en dodécaèdre pentagonal.

La première est due à la pyroélectricité; la seconde l'est à l'hémiédrie, dont il avait senti l'importance, mais qu'il n'a point généralisée, et qui, plus tard, a été l'objet d'une étude toute spéciale de la part de M. Weiss et de M. Gustave Rose, qui l'ont signalée à l'attention des cristallographes.

Il a reconnu cinq formes primitives : le *parallélipipède,* l'*octaèdre,* le *tétraèdre régulier,* le *prisme hexaèdre régulier* et le *dodécaèdre rhomboïdal régulier.*

Ces formes lui étaient révélées par le clivage des cristaux ou par les phénomènes optiques auxquels ils donnent naissance (P. 45 et 46).

Il considérait chaque forme primitive comme un *noyau,* autour duquel s'opéraient toutes les modifications observées ou possibles.

En opérant par une méthode inverse et par la sous-division des noyaux, Haüy arrive aux *molécules intégrantes,* dont il ne reconnaît que trois espèces : le *tétraèdre*, le *prisme à bases triangulaires* et le *parallélipipède*. Le clivage semble conduire directement à ce résultat.

Dans le Mémoire précédent, on a reconnu la réalité de cette observation en parlant des divers arrangements que peuvent prendre les molécules entre elles. Cependant, ce résultat de l'observation sera discuté, et l'on verra qu'il ne peut être admis sans restriction.

Les travaux d'Haüy sont remarquables par l'application constante qu'il a faite des mathématiques à la cristallographie. D'une science de pure observation, il a fait une science exacte. Ses recherches ont, pour la constitution des corps, la même valeur que la découverte des proportions chimiques. Indépendamment de sa théorie du décroissement, il a fait connaître les dimensions relatives des côtés des prismes ou des axes des octaèdres; dimensions qui,

aujourd'hui, sont considérées comme celles des axes qui caractérisent les systèmes géométriques.

Au-delà des molécules intégrantes, et comme entrant dans leur composition, Haüy distingue les *molécules principes* ou *molécules élémentaires,* que l'on peut aussi désigner par le nom de *molécules chimiques,* parce qu'elles sont représentées par les corps de diverses natures qui entrent dans la formation des corps composés.

L'incertitude de la détermination des formes primitives a conduit les cristallographes à adopter diverses opinions. Ils ont eu recours aux *formes dominantes* et aux *systèmes purement géométriques.*

Brochant de Villiers [1] s'est surtout attaché aux formes dominantes; il les définit ainsi : *Le solide géométrique simple, auquel on peut rapporter un cristal en ne considérant que l'ensemble de ses faces les plus étendues, et l'on peut ajouter en voyant par son aspect général à quelle forme élémentaire il appartient.*

Il les rapportait à neuf polyèdres géométriques principaux, qui sont : le *tétraèdre,* le *parallélipipède,* l'*octaèdre,* le *prisme hexagonal,* le *dodécaèdre rhomboïdal,* le *dodécaèdre pentagonal,* le *dodécaèdre triangulaire,* l'*icosaèdre triangulaire* et le *trapézoèdre.*

Ce savant cristallographe a distingué trois espèces de prismes obliques : un prisme incliné sur une arête, un autre incliné sur un angle, et enfin un troisième prisme, qui est incliné sans reposer sur un angle ni sur une arête. Le prisme incliné sur une arête est évidemment le prisme rectangulaire oblique, et le prisme incliné sur un angle est le prisme rhomboïdal oblique. Quant au troisième prisme, qui ne repose ni sur un angle, ni sur une arête, on verra ultérieurement qu'il comprend deux prismes différents.

Aujourd'hui, on ne considère plus que deux sortes de prismes obliques : celui qui, parmi ses axes, en a de rectangulaires, et celui qui n'en a pas.

Il expose enfin comment les neuf polyèdres géométriques principaux donnent vingt-quatre variétés de formes dominantes. On verra, en considérant le tableau de ces variétés, que les

(1) *Grand Dictionnaire des Sciences naturelles.*

parallélipipèdes et les octaèdres étant classés séparément, il en résulte une dispersion des systèmes géométriques, puisque chaque parallélipipède a un octaèdre qui lui correspond.

Brochant de Villiers a établi les généralités suivantes, qui sont remarquables par leur netteté :

« Les cristaux sont des solides polyédriques terminés par des plans.

» A l'exception du tétraèdre régulier, les formes polyédriques des cristaux ont ordinairement leurs facettes parallèles deux à deux.

» Les plans qui composent les cristaux sont en général ordonnés symétriquement, soit tous ensemble, soit par parties, par rapport à une ligne que l'on peut considérer comme un axe.

» On observe plusieurs formes *(dominantes)* dans les cristaux d'un même minéral, quoique, dans ces différents cas, les autres caractères de ce minéral, et notamment sa composition chimique, ne présentent aucune différence appréciable.

» Les différents angles des cristaux sont toujours constants et invariables dans chacune des formes d'une même substance.

» Dans une même substance, il peut y avoir plusieurs sortes de clivages.

» Les clivages les moins évidents et les moins faciles prennent quelquefois le nom de *clivages surnuméraires*.

» Dans une même substance, les clivages de même ordre sont toujours semblablement disposés, et forment toujours les mêmes angles, soit entre eux, soit avec les faces du cristal.

» La réunion des plans de clivage peut être considérée comme constituant réellement une forme géométrique intérieure constante, que l'on peut appeler *sòlide de clivage* (1).

» Le plus souvent, les plans de clivage sont parallèles à différentes faces, qui existent, soit dans le cristal même, soit dans d'autres cristaux de la même substance. Dans tous les cas, ils représentent des faces qui peuvent être déterminées par les lois de la symétrie des cristaux.

(1) Ce paragraphe devrait être rédigé ainsi : Les clivages de même ordre peuvent circonscrire un solide qui leur est intérieur, et que l'on peut appeler *solide de clivage*.

» Les divers solides formés par la réunion des clivages de différents ordres ont entre eux des rapports géométriques, tels que ceux qui relient les faces d'un même système. »

Il admettait qu'il y a une relation intime entre la composition chimique et la forme cristalline; par exemple, qu'une même composition indique toujours la même forme, et *vice versâ;* mais la découverte ultérieure de l'isomorphisme et du polymorphisme a permis de beaucoup modifier cette proposition, qui ne peut être exprimée d'une manière aussi absolue.

Brochant de Villiers a fait faire un véritable progrès à la cristallographie descriptive. Il est évident qu'au point de vue de l'histoire naturelle, les formes dominantes ont un caractère tout spécial, et qu'elles offrent, comme conséquence immédiate, un avantage réel pour définir et déterminer les minéraux, non seulement parce qu'elles sont le résultat direct de l'observation, mais encore parce qu'il est bien rare qu'elles puissent donner lieu à plusieurs interprétations.

Après cette première partie du développement de la science des cristaux, une nouvelle ère s'est présentée : l'école purement géométrique a pris naissance.

En 1824 est parue la première édition du *Traité élémentaire de Minéralogie* de Beudant.

Ce savant a adopté sept systèmes géométriques fondamentaux, dont toutes les formes des cristaux lui parurent pouvoir être dérivées. Il a distingué le prisme oblique à base de parallélogramme rectangle, et le prisme droit à base de parallélogramme obliquangle.

Les descriptions de ces deux prismes, telles qu'elles ont été données pages 104 et 107, démontrent qu'ils sont identiques.

Il suffit de prendre successivement pour base les différentes faces de ces prismes, pour voir qu'ils se confondent en un seul.

La notation de la symétrie des angles et des arêtes est, pour l'un comme pour l'autre prisme : angles $4 + 4'$; arêtes $4 + 4' + 2'' + 2^{\bullet}$.

Dans la deuxième édition du même ouvrage, parue en 1830, ce savant a corrigé cette erreur; il n'admet plus alors que six formes types :

I. Le tétraèdre régulier.
II. Le rhomboèdre.
III. Le prisme à bases carrées.
IV. Le prisme rectangulaire droit.
V. Le prisme rectangulaire oblique.
VI. Le prisme oblique à bases de parallélogrammes obliquangles.

Jusqu'à ce jour, on a effectivement cru pouvoir rapporter toutes les formes cristallines connues, régulières ou symétriques, aux six types qui précèdent. Cependant, il a pu y avoir des erreurs commises, parce qu'il y a un système cristallin dont Beudant n'a pas eu connaissance. Mais, en outre, il peut arriver que les formes adoptées pour types n'aient qu'un rapport purement géométrique, soit avec la forme des particules, soit avec la forme dominante, soit avec celle donnée par le clivage. Il est encore très probable, comme on le verra par la suite, qu'il est des cristaux dont la forme prismatique oblique ne se rapporte à aucun des systèmes de Beudant.

La science, arrivée à ce degré de développement, ne pouvait s'arrêter. L'indécision qui résulte des diverses formes d'un même système lorsqu'il s'agit de choisir la forme primitive, a dû conduire à une idée plus générale, à une pensée plus profonde, pour caractériser les systèmes cristallographiques. C'est ce qu'ont fait M. Weiss et M. Gustave Rose, en caractérisant les systèmes par leurs axes.

En 1834, parurent, en France, les *Éléments de cristallographie* de M. Gustave Rose, traduits par M. V. Regnault, qui s'est illustré depuis par tant de magnifiques travaux de physique expérimentale. Antérieurement, un extrait de ce même ouvrage avait été publié par le même savant dans les *Annales des Mines*.

Ce traité se distingue, parmi ceux qui l'ont précédé, par sa grande simplicité. M. Gustave Rose admet les mêmes formes primitives que Beudant; mais il les distingue et les définit par leurs axes, ainsi que cela vient d'être dit.

Effectivement, les faces, les angles, les arêtes d'un solide, pris pour forme primitive, peuvent disparaître; les axes existent toujours, car ils dépendent de la structure interne des cristaux dont

la forme n'est qu'une conséquence. Voici les systèmes d'axes que ce savant admet et les noms des formes principales qui leur correspondent :

1er *Système cristallin.* — Trois axes de même espèce et perpendiculaires entre eux........	Système régulier.
2e *Système.* — Trois axes perpendiculaires entre eux dont deux seulement sont de la même espèce..............................	Prisme à bases carrées.
3e *Système.* — Quatre axes dont trois sont de même espèce et se coupent sous des angles de 60°, le quatrième est d'espèce différente et perpendiculaire aux trois autres...........	Système rhomboédrique.
4e *Système.* — Trois axes d'espèces différentes, mais perpendiculaires entre eux...........	Prisme rectangulaire.
5e *Système.* — Trois axes obliques et perpendiculaires..............................	Prisme oblique rectangulaire.
6e *Système.* — Trois axes obliques d'espèces différentes..........	Prisme oblique à faces de parallélogrammes obliquangles.

M. Rose, comme M. Weiss, a de plus distingué les formes *homoédriques, hémiédriques, tétratoédriques.* Les premières sont celles qui sont complètes dans leur simplicité et ne peuvent admettre un plus grand nombre de faces; les secondes sont celles qui ne présentent que la moitié des faces qu'elles peuvent avoir, et les troisièmes n'en présentent que le quart.

M. Gustave Rose distingue aussi les formes en *simples* et en *composées.* Par exemple, le cube et l'octaèdre réguliers sont des formes simples; le cubo-octaèdre est une forme composée.

J'avais la même pensée, qui d'ailleurs était dans le domaine de la science, et la fis prédominer dans mon Traité élémentaire de minéralogie.

M. A. Dufrénoy, dans son Traité de minéralogie, publié de 1844 à 1847, a adopté six types cristallins pour formes primitives : le cube, le prisme droit à bases carrées, le prisme droit rectangulaire, le rhomboèdre, le prisme oblique rhomboïdal et le prisme oblique non symétrique.

Il s'exprime ainsi (P. 135) : « Les six types cristallins que nous avons décrits dans le chapitre précédent embrassent les différentes combinaisons possibles des axes, autour desquels des plans doivent s'ordonner pour former un cristal ; ils comprennent par conséquent toutes les formes que la nature peut offrir. »

Cependant il est certain qu'il existe sept types cristallins dont trois obliques à axes inégaux, ainsi que je le démontrerai ultérieurement.

Dans le *Dictionnaire universel d'histoire naturelle,* publié sous la direction de M. Ch. d'Orbigny (1849), M. Delafosse a publié plusieurs articles de cristallographie, très concis, mais remarquables par leur netteté. Ce savant minéralogiste distingue avec soin la structure d'avec les formes cristallines et les formes simples d'avec les formes composées. Il définit les systèmes cristallins et les séries de formes : les premiers soumis à la loi de symétrie, et les secondes à la loi de dérivation, trouvées par Haüy. Comme la plupart des cristallographes français, il ne distingue que six formes fondamentales, déterminées par leurs axes ; mais il rapporte à chacune d'elles les principales formes dominantes qui leur conviennent.

Dans son nouveau cours de minéralogie, publié de 1858 à 1862 [1], M. Delafosse a donné des développements très considérables à la partie qui traite de la cristallographie. Les principales formes connues y sont indiquées avec soin et rapportées à chaque système déterminé par les axes.

On lit, t. Ier, p. 161 :

« Si le fait de l'hémiédrie n'existait pas, c'est à dire si dans toutes les formes cristallines les parties extérieures qui sont géométriquement égales, étaient toujours physiquement identiques, et, par conséquent, toujours modifiables ensemble et de la même manière, il n'y aurait que six systèmes cristallins, parce qu'il n'y a que six combinaisons d'axes géométriquement différentes ; mais, à cause des cas d'hémiédrie reconnus et dûment constatés, il existe en réalité un plus grand nombre de systèmes...... »

Ces systèmes sont les suivants :

[1] *Nouvelles suites à Buffon,* 3 vol. in-8°, accompagnés d'un atlas. (Paris, Roret, éditeur.)

I. Système cubique ou régulier.

Trois axes inégaux et rectangulaires.

II. Système rhomboédrique ou hexagonal.

Un axe principal perpendiculaires à trois axes secondaires, égaux et se coupant sous des angles de 60°.

III. Système quadratique ou tétragonal.

Un axe principal et deux axes secondaires égaux.

IV. Système orthorhombique.

Trois axes inégaux et rectangulaires.

V. Système klinorhombique.

Trois axes inégaux, dont deux obliques entre eux, et le troisième perpendiculaire aux deux autres.

VI. Système klinoédrique.

Trois axes inégaux et obliques.

Ce dernier système contient deux variétés : une à deux axes perpendiculaires entre eux, une dernière à trois axes obliques.

On ne comprend point comment la variété à deux axes perpendiculaires peut se trouver dans un système dont les trois axes sont inégaux et obliques. Il est évident que cette variété constitue un système particulier bien déterminé, qui vient se classer entre le cinquième et le sixième.

La méthode géométrique pure appliquée à l'étude abstraite des corps cristallisés, a été poussée par M. Bravais beaucoup plus loin encore que par les auteurs précédents. Ce savant a présenté plusieurs Mémoires à l'Institut, qui malheureusement n'ont pas tous été publiés. On trouve dans les Comptes Rendus de l'Académie des sciences, t. 29, p. 133 (6 août 1849), un rapport de Cauchy sur un Mémoire de ce savant, relatif à la cristallographie.

Cauchy s'exprime ainsi : « Considérant trois séries de plans » tellement disposés que divers plans d'une même série soient » parallèles entre eux et équidistants, sans être jamais parallèles » à aucun plan d'une autre série. L'assemblage des points suivant » lesquels se couperont tous ces plans qu'on appelle un *système* » *réticulaire,* et ce système, suivant la remarque déjà faite par » M. Delafosse, sera éminemment propre à représenter le système » des points avec lesquels coïncident dans un cristal quelconque

» les centres des diverses molécules. D'ailleurs ces trois séries de » plans, dont chacun est appelé, par M. Bravais, *plan réticulaire,* » partageront l'espace en *parallélipipèdes élémentaires,* tous » égaux entre eux; et les divers points du système, compris dans » un même plan réticulaire, formeront un réseau dont les *mailles,* » les *fils* et les *nœuds* seront, d'une part, les parallélogrammes » élémentaires qui servirent de bases aux parallélipipèdes......

» Après avoir établi les propriétés des réseaux, M. Bravais a » recherché celles des assemblages réticulaires...... »

En partant de ces principes, M. Bravais établit l'existence de sept systèmes définis par leurs axes, qui correspondent à des polyèdres spéciaux.

Ces sept systèmes ne se rapportent pas précisément aux sept prismes ou cuboïdes fondamentaux de la cristallógraphie; par exemple, un des systèmes, celui de la troisième classe, comprend un prisme droit à bases triangulaires équilatérales.

Quoiqu'il soit difficile d'apprécier un travail de cette valeur par les simples renseignements donnés par Cauchy, on peut dire qu'il est absolument incomplet. Effectivement, on ne peut pas, avec trois espèces de plans parallèles seulement, représenter tous les polyèdres élémentaires de la cristallographie.

Dans le *Journal des Mathématiques pures et appliquées* de M. Joseph Liouville, M. Bravais a publié, sur le même sujet, un travail fort étendu et beaucoup plus complet.

Il fait abstraction des faces et des arêtes des polyèdres pour ne considérer que leurs sommets, et, à l'aide de cinquante huit théorèmes qu'il a posés, il établit 23 classes de ces solides.

Les principes qui ont servi de base au travail de M. Bravais n'ont sans doute pas reçu un développement suffisant, car, en s'appuyant sûr ceux qui ont été posés par Ampère et en leur donnant le développement qu'ils comportent, on trouverait un nombre de polyèdres beaucoup plus grand. Cependant, on ne trouverait parmi eux ni le dodécaèdre ni l'isocaèdre réguliers qui n'ont pas encore été rencontrés dans la nature, parce qu'ils se trouvent éliminés par l'application de cette méthode.

M. Bravais admet des polyèdres qui ont des sommets d'une seule espèce, et cela en accroît le nombre. Cependant, sans les faire intervenir en aucune manière, et même en admettant que chacun

des polyèdres ou plutôt des polymérons élémentaires, qui entre en combinaison, a tous ses sommets de même nature, les polymérons 4, 6, 8, 12 et 24, sans même en faire intervenir de plus élevés, donnent en les comptant 23 dispositions spéciales, ou 23 molécules, ou 23 polyèdres, dont les sommets représentent la série des nombres pairs en commençant par 4 jusqu'à 50, non compris 48 qu'ils ne peuvent produire.

Quoique le nombre de ces polyèdres soit le même que celui trouvé par M. Bravais, il s'en faut de beaucoup qu'ils soient comparables.

M. Bravais admet plusieurs tétraèdres et un polyèdre à 60 sommets, tandis qu'un seul tétraméron a servi pour obtenir les combinaisons précédentes, et que le polyèdre à 60 sommets n'y est pas compris.

Si, partant de la donnée élémentaire qui a servi pour trouver les 23 solides précédents, on en recherchait les variétés en admettant, contrairement à ce qui a eu lieu précédemment, que le tétraèdre seul pût avoir des sommets simples et non opposés deux à deux toujours semblables, puisque ce solide ne comporte pas cette disposition, on trouve :

Tétraèdres ou tétramérons	5
Octaèdres ou hexamérons	3
Hexaèdres ou octomérons	5
Dodécamérons	11
Icositétramérons	73
Polymérons élémentaires	97

Ces polymérons combinés par 2, 3 et 4 [1], donnent 1,925 variétés.

Si l'on faisait intervenir le polyméron à 48 sommets, le nombre des combinaisons deviendrait immense.

La cristallographie purement géométrique a encore reçu un développement spécial par la projection sphérique imaginée par M. Neumann.

Ce mode de projection a été adopté par M. Descloizeaux dans son

[1] Le cube ou octoméron ne pouvant être pénétré avec le tétraèdre ou tétraméron, les cinq polymérons ne peuvent être combinés en un seul.

Manuel de minéralogie, dont le premier volume est paru en 1862.

Ce dernier ouvrage, qui n'est point encore entièrement publié, est éminemment remarquable par les développements cristallographiques qu'il présente. Chaque cristal y est décrit avec soin et les moindres variations de ses formes y sont indiquées avec les mesures qui leur conviennent.

Si la cristallographie a été créée en France, elle n'a pas moins fait de grands progrès à l'Étranger. Les travaux de M. Gustave Rose, qui ont été analysés précédemment, sont là pour le démontrer.

Les travaux de MM. Weiss, Naumann, Whewel, Miller et Lévy témoignent du haut intérêt qu'elle a excité dans l'Europe savante.

La description des cristaux, tant naturels qu'artificiels, la valeur de leurs angles, les rapports de leurs diverses formes ont acquis une grande extension et une nouvelle précision. Mais la théorie s'est arrêtée à peu près où nous venons de le voir. Les formes observées ont été généralement rapportées à six types géométriques. Cependant il y a une exception pour M. Naumann qui en a admis sept, en distinguant trois prismes obliques : le *monoclinoïdrique,* le *diclinoïdrique* et le *triclinoïdrique* qui existent réellement, mais dont l'existence n'a pas été universellement reconnue.

En général, on a varié sur les noms des types et sur leur forme; mais ceux adoptés pour représenter un système défini ont toujours été une des modifications appartenant au groupe des axes caractérisant ce système. C'est ainsi que l'on a le prisme hexaèdre pour le rhomboèdre, le prisme droit rhomboïdal pour le prisme rectangulaire, et le prisme oblique rhomboïdal pour le prisme oblique rectangulaire.

On peut déduire de tous les faits qui constituent la cristallographie qu'il n'y a pas de formes primitives proprement dites, mais des systèmes d'axes définis. C'est pour cela qu'abandonnant les nomenclatures employées, qui n'ont rien de précis ni de fixe, j'en ai fondé une qui est déduite uniquement de la disposition et de la valeur relatives des axes. Perdue dans une note de mon *Traité de Chimie,* elle n'a pu attirer l'attention d'aucun savant. Mais les nécessités de la science ont voulu que les diverses nomenclatures créées depuis cette époque s'en soient incessamment rapprochées. Elle sera reproduite dans le cours de ce travail.

S'il n'y a pas de forme primitive proprement dite, mais, comme on le verra par la suite, des particules et des structures définies qui en tiennent lieu, il ne peut y avoir de forme secondaire, et il n'y en a pas effectivement. Il n'y a que des formes élémentaires et des formes composées réunissant les faces de plusieurs formes élémentaires, ou enfin des formes surnuméraires insuffisantes pour circonscrire un solide dans l'espace.

En 1847, j'ai publié des *Recherches sur la Structure et la Tératologie des corps cristallisés* (1). Dès cette époque, j'avais émis l'opinion que l'étude géométrique des cristaux était insuffisante, et je reproduirai ici ce qui a été inséré dans les Comptes Rendus de l'Académie des sciences, en y ajoutant quelques développements.

« L'étude géométrique des cristaux a été poussée jusque dans ses dernières limites, et semble ne plus pouvoir offrir rien de nouveau depuis que, par l'abstraction la plus profonde, les systèmes cristallographiques ont été déterminés et classés par la considération de leurs axes. Cependant les corps cristallisés sont, en général, loin de se présenter à notre observation tels que les lois d'identité et de symétrie de la cristallographie nous les donnent; cela tient à ce qu'elles s'attachent trop à leur forme et point assez à leur structure. Or, celle-ci domine toutes les modifications, tous les accidents, toutes les anomalies, et son étude est de la plus haute importance pour parvenir à les comprendre et à les coordonner.... Pénétré de la pensée que la plupart des anomalies offertes par les cristaux étaient elles-mêmes soumises à des lois, j'ai rassemblé le plus de matériaux que j'ai pu pour les soumettre à l'étude. Mes observations, dont plusieurs datent de vingt années, portent actuellement sur *le calcaire rhomboédrique et ses isomorphes, le quartz, l'émeraude, le sulfate, le chromate potassiques et le carbonate barytique, les carbonates calcoïdiques en général, les pyrites, les aluns et la pyroélectricité*....... J'ai invoqué tour à tour *les clivages, l'homoédrie, l'hémiédrie, le polymorphisme, les défauts de symétrie ou d'identité des parties correspondantes des cristaux, les formes anomales, douteuses ou transitoires, les trémies, les carcasses, les macles, les pénétrations, les transpositions, les*

(1) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. 25, p. 668.

imprégnations, les mélanges, les phénomènes optiques, caloriques, magnétiques, électriques, mécaniques, etc. C'est parce que les observations à faire roulent sur de prétendues anomalies ou des monstruosités, que je donne à cette partie de la science le nom de Tératologie, ainsi que cela a été fait pour le règne animal par MM. Geoffroy-Saint-Hilaire père et fils, et M. Serres, créateurs de la Tératologie des êtres organiques, qui a jeté une si vive lumière sur les lois de l'organogénie et, en général, sur les sciences anatomico-physiologiques. »

Les observations consignées dans ce Mémoire avaient pour but l'étude des nombreuses anomalies présentées par le spath d'Islande et par les spathoïdes en général. J'ai fait voir, entre autres choses, que des angles, que l'on regarde comme identiques, varient entre certaines limites chez presque tous les cristaux.

Quoiqu'il y ait 17 ans que ce Mémoire ait été présenté à l'Institut, et par conséquent 37 ans que les observations sont faites, je n'ai pas encore eu le temps de les publier, quoique l'étude qui leur est relative ne laisse que peu de chose à désirer.

Parmi les mémoires qui ont trait à la structure des corps, il convient d'en citer un de M. de Sénarmont, qui est éminemment remarquable par les observations qu'il renferme et par les conclusions auxquelles il est arrivé [1]. Ce savant a été amené à déduire de ses recherches, contrairement à des opinions acquises et trop absolues, que *les causes mécaniques déterminantes de la forme géométrique sont d'un autre ordre que les causes déterminantes des propriétés optiques*, et à entrevoir que cette voie d'induction, ainsi que plusieurs autres, *conduirait à concevoir les cristaux comme des édifices complexes constitués par des systèmes moléculaires d'ordres différents.*

Depuis longtemps F. Savart a démontré que le cristal de roche, ou le quartz, qui appartient au système monotriaxique par sa forme et ses propriétés optiques, se comporte d'une toute autre manière au point de vue de l'élasticité. Ayant continué les expériences de ce savant, je crois pouvoir dire qu'au point de vue de l'élasticité le quartz se comporte comme un corps appartenant au système triorthaxique. Enfin, devant le Congrès scientifique qui s'est réuni à

[1] *Ann. de chimie et de physique*, 3me série, t. 33, 1851, p 391.

Bordeaux en 1861, j'ai exposé que les corps étaient constitués par différents ordres de corpuscules pénétrés les uns dans les autres et qu'à chacun d'eux appartenait un ordre particulier de propriétés, ou, en d'autres termes, que chacun d'eux est propre à faire naître une nature spéciale de phénomènes : les mérons produisent la lumière ordinaire accompagnée d'une élévation de température, les molécules produisent la chaleur obscure ; aux particules et aux masses qu'elles forment seraient dévolus les phénomènes d'élasticité.

Il existerait, et il y a réellement, trois espèces d'électricité, dont chacune correspond à chacun de ces éléments corpusculaires : l'électricité mécanique, produite par les vibrations de particules; l'électricité thermique, dévolue aux molécules, et l'électricité chimique appartenant aux éléments de ces dernières ou aux mérons.

Tous ces faits, toutes ces observations tendent à confirmer l'existence d'un ordre corpusculaire intermédiaire aux molécules et aux corps tels que nous les observons, et c'est pour cela que je les ai cités.

Pour compléter l'histoire de la cristallographie, il faudrait la suivre dans ses rapports avec les propriétés mécaniques et physiques des cristaux et avec leur composition chimique.

De toutes les propriétés des corps cristallisés, il n'y a, en réalité, que la forme, le clivage et l'élasticité qui offrent des rapports *immédiats* avec leur structure et la forme de leurs particules. Voulant éviter ces longs détails, je me bornerai à former un tableau qui présente le résumé des observations qui ont été faites dans les trois ordres de propriétés qui viennent d'être signalés. Ce tableau offrira, en outre, l'indication de plusieurs ordres de phénomènes que je me propose de faire connaître ou de développer ultérieurement.

Cristallographie dans ses rapports avec la géométrie.

Particules ou molécules intégrantes.
Structure.
Clivage.
Formes élémentaires ou formes dominantes.
Formes composées.
Homoédrie ou holoédrie.
Hémiédrie, tritoédrie, tétartoédrie et atélédrie, ou formes incomplètes ayant moins de faces qu'il n'en faut pour circonscrire l'espace.
Plagiédrie ou faces disposées dans un seul sens autour d'un axe.
Carcasses donnant naissance à des cristaux.
Cadres et trémies formées par des cristaux.
Systèmes de formes déterminés par les axes.
Tératique ou accidents anomaux des cristaux.
Poikilogonie ou variabilité des angles d'un même cristal.
Amphimorphose. Formes d'un système présentant les modifications d'un autre système.
Métamorphose. Changement de nature avec conservation de la même forme.
Pseudomorphose. — Moulage, etc.
Cristallogénie géométrique.

Cristallographie dans ses rapports avec la physique.

Élasticité. — Corps isophones, hétérophones, etc.
Conductibilité thermique.
Modifications apportées par la chaleur dans la valeur des angles des cristaux et dans les phénomènes optiques.
Pyro-électricité.
Phénomènes optiques. — Réfraction. — Polarisation, etc.
Phénomènes tératiques dépendant de modifications de la structure.
Phénomènes de polarisation en rapport avec la plagiédrie.
Polychroïsme.
Cristallogénie au point de vue physique.

Cristallographie dans ses rapports avec la composition chimique.

Isodynamie.
Types (simple, double, triple, quadruple).
Types (numérique, géométrique, chimique).
Isarithmie.
Isomorphisme.
Polymorphisme.
Cristallogénie au point de vue chimique.

Cristallographie dans ses rapports avec la mécanique.

Dureté
Ténacité.
Résistance à l'écrasement.
Pression modifiant la valeur des angles et les phénomènes optiques.
Densité.

EXPOSITION DU PLAN ET DU BUT DU TRAVAIL.

L'étude historique de la cristallographie nous a fait voir que la recherche de la forme primitive des cristaux a été abandonnée et que chaque système cristallographique a été défini par les axes qui lui conviennent spécialement. C'est là un véritable progrès, car toutes les parties principales d'un cristal : faces, angles, arêtes, peuvent disparaître pour être remplacées par d'autres éléments du même ordre, et il ne reste réellement que les axes qui sont invariables pour chaque espèce définie. Ce sont eux qui peuvent effectivement caractériser chaque système de la manière la plus précise et la plus exacte. Cependant, en agissant ainsi, on a substitué une donnée purement géométrique à des notions du domaine des sciences naturelles. La géométrie, au lieu de servir à étudier la constitution des corps, a été substituée à cette condition fondamentale de la nature anorganique; au lieu de demeurer un instrument, un moyen, elle est devenue la base unique sur laquelle s'appuie la cristallographie.

Évidemment elle est un guide certain, et, par la manière heureuse dont elle a été appliquée jusqu'à ce jour, elle démontre l'admirable simplicité des lois qui régissent l'action relative des éléments matériels des corps; mais elle ne peut donner que ce qui est en elle, elle ne peut servir que pour étudier les relations des formes, et tout serait dit si l'on s'arrêtait là. Il faut pourtant aller plus loin : il faut approfondir la constitution des corps, il faut déterminer avec précision la forme de leurs particules intégrantes. La géométrie sera toujours employée comme l'auxiliaire le plus puissant auquel on puisse avoir recours; mais elle ne devra pas faire oublier le but principal des recherches : l'étude de la nature.

Ainsi que cela a été dit en commençant, le présent travail a spécialement pour but de déterminer la structure immédiate des corps cristallisés et la forme de leurs particules.

Brochant de Villiers et Ampère ont admis l'existence des particules. Selon ce dernier savant, elles seraient le dernier résultat de la division mécanique des corps. Il s'exprime ainsi : « J'appelle » particule une portion infiniment petite d'un corps et de même » nature que lui, en sorte qu'une particule d'un corps solide est

» solide; celle d'un liquide, liquide, et celle d'un gaz, à l'état » aériforme (1). »

Il résulte de cette définition d'Ampère que la particule serait un corpuscule intermédiaire entre les molécules et les assemblages formant les corps tels que nous les connaissons.

L'existence des particules liquides est évidente; elles sont représentées par des sphéroïdes visibles au microscope. Il suffit d'agiter ensemble deux liquides immiscibles pour que l'un d'eux au moins se divise en particules fort petites. L'huile divisée dans un mucilage visqueux nous en donne un exemple; le beurre est à l'état de particule dans le lait et s'en sépare par le repos sous forme de crême. Toutes les substances gélatineuses ou qui l'ont été sont en particules quelquefois assez volumineuses. Les gelées, les gommes, les fécules, la cellulose, le soufre mou, les silex, les agathes sont dans ce cas. Ces particules, qui ont un volume très considérable relativement aux atomes qui entrent dans leur constitution, doivent contenir un nombre immense de molécules et leur volume doit être très grand relativement à celui des particules cristallines (2).

Que peuvent être les particules gazeuses? Je n'hésite pas à émettre la pensée qu'elles se confondent avec les molécules proprement dites (3). La proportionnalité du nombre des molécules

(1) On peut critiquer cette définition. Une particule ne peut pas être infiniment petite : elle a forcément un volume défini pour chaque nature de corps.

Une particule liquide, qui doit prendre la forme sphérique, ne peut non plus participer à toutes les propriétés des liquides.

(2) La particule gazeuse peut cependant différer de la molécule, en ce sens que cette dernière est un système défini d'atome, circonscrit à la limite même des éléments qui le constituent, tandis que la particule peut et doit s'étendre partout où elle exerce son action. A ce point de vue, la molécule ne serait, pour ainsi dire, que le squelette de la particule. Définie ainsi, le volume de la particule gazeuse serait variable avec la température; il augmenterait quand celle-ci s'accroît, et il diminuerait quand elle s'abaisse.

(3) Dans le tome I de mon *Traité de Chimie*, j'ai divisé les corps organiques en moléculaires et en particulaires. Ces derniers jouissent de propriétés spéciales. Ils communiquent aux dissolvants de la viscosité ou l'apparence gélatineuse; ils ne passent point aux travers de filtres serrés et se détruisent par une dissolution réelle.

aux volumes des gaz, quelle que soit leur nature, pourvu qu'ils soient tous à la même température et à la même pression, et que ces deux conditions soient suffisamment éloignées du point de liquéfaction de ces gaz, ne permet pas de penser qu'il puisse en être autrement, car il faudrait admettre que toutes les particules des fluides élastiques, malgré la variabilité de leur composition chimique et de leur constitution mécanique, sont semblables et formées d'un même nombre de molécules, parce que sans cela la loi précédente ne pourrait exister.

Dans mon *Traité de Chimie,* t. I, p. 9, j'ai combattu l'existence des particules cristallines, telles qu'Ampère les a définies. Je me suis demandé en quoi elles peuvent différer des molécules; combien il faut de molécules pour constituer une particule, et si, entre un clivage et le clivage voisin, il peut y avoir plus d'un lit de molécules.

Cependant on peut concevoir que les cristaux sont formés par de petits polyèdres semblables juxtaposés les uns contre les autres. Il s'agit simplement alors d'en rechercher la forme. Cette forme sera celle de la particule telle que nous devons nous la figurer.

La division mécanique des cristaux conduit effectivement à des polyèdres définis, et les particules doivent être considérées comme les éléments les plus petits qu'il est possible d'obtenir par ce mode de division. Elles sont intermédiaires entre les molécules, qui les constituent, et les cristaux qu'elles forment par leur réunion. Envisagées à ce point de vue, elles se confondent avec les molécules intégrantes d'Haüy.

Si les *particules* ont une existence spéciale, elles doivent être formées par un groupe défini de molécules, et la distance qui existe entre elles doit être plus grande que celle qui existe entre les molécules qui les forment [1].

Plusieurs phénomènes, et notamment ceux qui sont relatifs à l'élasticité et à l'acoustique, semblent effectivement démontrer qu'il

[1] S'il n'en était point ainsi, les molécules d'une particule passeraient dans la particule voisine, parce qu'elles seraient plus attirées par celles des particules qui les entourent que par celles du même groupe particulaire auquel on suppose qu'elles appartiennent, et finalement les particules ne pourraient pas exister dans cette condition.

existe des groupes définis d'un ordre supérieur à celui des molécules, ou intermédiaire à ces dernières et aux cristaux ou aux assemblages qu'elles forment.

Si les centres des *molécules* constituantes d'un corps sont situés à la même distance les uns des autres, il est évident qu'il n'y a point de particules proprement dites; cependant on comprend très bien que, dans ce cas même, selon le mode d'arrangement des molécules, des groupes particuliers pourraient être circonscrits par l'intersection de plusieurs plans passant entre les lits des molécules et donner naissance à des polyèdres définis qui, réunis entre eux, constitueraient des masses à structure cristalline.

Quand même il n'y aurait point de véritables particules ayant une existence réellement distincte de celle des molécules, la recherche de la forme de ces petits polyèdres n'offrirait pas moins un véritable intérêt. En outre, elle aurait l'avantage de donner des renseignements immédiats sur la forme qu'il convient d'assigner aux molécules qui appartiennent à l'ordre cryptoritique, renseignements que les systèmes cristallins ne peuvent donner d'une manière suffisante.

En résumé, le but de ce travail est de rechercher la structure immédiate des corps cristallisés et la forme des éléments qui les constituent, ou, dans un ordre inverse, de trouver la forme des particules et la manière dont elles sont agrégées entre elles pour produire les cristaux.

DÉFINITIONS. — PRINCIPES. — MÉTHODE D'INVESTIGATION.

Les corps cristallisés présentent à l'observation plusieurs ordres de faits bien dignes d'intérêt.

On remarque d'abord que ce sont des polyèdres terminés par des faces planes dont le poli et l'éclat ne laissent souvent rien à désirer.

Pour une substance déterminée, ces faces font entre elles des angles qui varient dans des limites si étroites qu'on les a longtemps crus invariables (1).

(1) J'ai démontré, par un grand nombre d'observations, que les divers angles d'un même cristal, même très pur, comme le sont en général

Une seule substance peut affecter des formes très distinctes et présenter des faces dont le nombre diffère beaucoup de l'une à l'autre; mais toutes ces formes, si différentes qu'elles paraissent, sont enchaînées les unes aux autres par des lois d'une admirable simplicité qui en règlent la symétrie.

Toutes ces faces sont ordonnées relativement à des axes dont les dimensions relatives sont dans des rapports constants.

Lorsque les cristaux sont détruits par le choc ou par l'action d'un instrument tranchant, on voit avec étonnement que de nouvelles faces apparaissent et que les débris obtenus sont des lames ou des fragments qui sont eux-mêmes des polyèdres.

La division s'opère par des plans parallèles les uns aux autres, et ces plans forment entre eux des angles déterminés. Ces angles et les polyèdres auxquels ils appartiennent sont reliés au système des formes de la substance qui a subi le clivage.

Enfin, si l'on interroge la composition chimique, on trouve que les substances cristallisées ont généralement une composition nettement définie, et que, lorsque le contraire paraît avoir lieu, cela est dû à ce que des molécules de substance isomorphes ont cristallisé ensemble et à ce qu'elles sont déposées symétriquement les unes à côté des autres (1).

Il n'y a probablement pas que les molécules isomorphes proprement dites qui peuvent cristalliser ensemble. Des corps qui affectent la même forme, quoiqu'ils n'aient point la même constitution, peuvent probablement se réunir molécule à molécule s'ils sont produits dans le même temps. Tel est peut-être le cas de

ceux de spath d'Islande, sont variables au lieu d'être constants, comme on le croyait généralement. (*C. R. de l'Académie des sciences*, t. xxv, p. 668 cité précédemment.)

(1) Laurent a émis l'opinion que les variations de compositions observées dans les minéraux ont lieu dans l'intérieur des molécules.

Dans un mémoire que j'ai adressé à l'Académie des sciences (*C. R.*, t. xx, p. 500), et qui a été reproduit en partie dans mon *Traité de Chimie*, t. ii, p. 393 et suivantes, j'ai démontré que chaque molécule proprement dite a une composition nettement définie et que le mélange est dû à l'agrégation de molécules isomorphes de nature différente.

J'ai exposé, en partant de ce principe, qu'il y a seize espèces de grenats essentiellement distinctes qui peuvent donner un nombre infini de variétés par leur mélange en toutes sortes de proportions.

la *Lanarkite* et de la *Léadhillite,* qui pourraient être formées de molécules sulfate de plomb juxtaposées contre celles du carbonate. Il est vrai que les angles des prismes de l'anglésite et de la céruse (noms donnés à ces dernières espèces), sont assez éloignés de ceux qui appartiennent à la léadhillite : 103° 38', 117° 14' au lieu de 120° 20'. Mais cela est peut être dû à l'influence que les molécules exercent les unes sur les autres. Puisque sous des influences diverses les composés définis peuvent être dimorphes ou polymorphes, c'est à dire qu'ils peuvent changer de forme et passer d'un système cristallographique dans un autre, il n'y aurait rien d'étonnant que la valeur des angles produits par les molécules d'une substance observée à l'état de pureté pût changer par l'influence réciproque de molécules de natures différentes.

Il pourrait bien se faire aussi que la *kérasine* CO_2 Pb, Cl P, dont la particule a la forme d'un prisme droit à bases carrées, ne contînt pas ces deux composés dans la même molécule, mais qu'ils cristallisent ensemble et se réunissent par simple juxtaposition.

Plusieurs espèces minérales sont formées de trois molécules de phosphate ou d'arséniate tribasique reliées ensemble par une molécule de fluorure ou de chlorure des mêmes bases.

Dans ces cas bien remarquables la particule existe de toute évidence, et elle pourrait être formée d'une molécule de chloroïdure qui se trouverait au centre d'un groupe de trois molécules d'azotoïdate; ou bien encore, elle pourrait être formée par un hexaméron de chloroïdure dont chaque méron serait au centre d'une molécule d'azotoïdate tribasique et en réunirait six ensemble. Ces groupements sont d'autant plus probables que la vanadinite est dans le même cas, et qu'elle possède la même forme que ces corps, quoique les vanadiates soient fort différents des azotoïdates tribasiques.

Les feldspaths présentent aussi des cas spéciaux dont il serait assez difficile de se rendre compte si l'on voulait en faire une seule espèce minérale. Ils peuvent jouer le même rôle dans la nature et constituer, si l'on peut s'exprimer ainsi, un seul genre et une seule espèce géologique; mais comment admettre que l'on puisse en faire soit une seule espèce, soit un seul genre minéralogique, puisque leur composition et leur forme varient tout à la fois. Cependant, comme dans ces composés l'analyse a toujours donné le même rapport entre les équivalents des bases RO et l'alumine;

que la silice seule varie par conséquent, ainsi que M. Delafosse le fait fort bien remarquer, il pourrait se faire que la silice fût polymorphe et qu'elle s'unît molécule à molécule, dans divers rapports, avec les molécules feldspathiques proprement dites.

Cette opinion peut paraître d'autant plus probable que, malgré l'opinion généralement admise, les feldspaths n'ont pas été produits par la fusion ignée, car le feldspath, fondu dans nos fourneaux, a une densité très différente de celle des feldspaths naturels, et un tout autre aspect, car ils sont simplement translucides et opalins comme les émaux ou les verres, qui contiennent un corps à l'état de simple mélange (1).

Les observations qui précèdent semblent démontrer que des molécules *hétéromorphes* peuvent cristalliser ensemble; cependant, comme le polymorphisme est une loi générale de la nature, il peut fort bien arriver que ces corps deviennent isomorphes dans des circonstances spéciales. D'ailleurs, que faut-il pour qu'il en soit ainsi? Que la concordance de leurs axe s'établisse, et rien de plus.

En dehors de l'action chimique qui se manifeste entre les mérons pour la formation des molécules, il pourrait encore y avoir une espèce d'agrégation symétrique de parties dissimilaires, mais présentant des rapports qui leur permettraient de se réunir.

Les observations qui précèdent ne se rapportent qu'à un petit

(1) Je renouvelle ici les idées que j'ai émises il y a trente ans dans mon *Traité de Minéralogie*. On a les opinions les plus mal fondées et les plus fausses sur l'origine des terrains primitifs que l'on considère sans aucune espèce de démonstration comme des terrains ignés ou produits par le feu.

Depuis cette époque, j'ai rencontré en Bretagne des gneiss parfaitement stratifiées, qui se changent insensiblement en roches schistoïdes et en granites. Le premier fait a d'ailleurs été généralement reconnu, et il est de nature à porter une atteinte sérieuse à la théorie que l'on continue d'admettre.

De nombreuses expériences que j'ai faites sur la production de silicates par la fusion ignée démontrent que ces composés diffèrent essentiellement de ceux que l'on observe dans la nature, et par leur densité et par leur dureté, excepté, bien entendu, lorsque l'on sait positivement que les cristaux naturels ont été produits dans les mêmes circonstances, comme cela a lieu dans les volcans. On sait aujourd'hui que l'émeraude est colorée par une matière organique. Les cristaux de quartz que l'on observe dans les calcaires et même dans le marbre blanc de Carare n'ont pu être produits par le feu. Tout ces faits démontrent que l'on sait beaucoup, mais que l'on conclut trop vite à l'adoption d'une théorie avant qu'elle ait été démontrée.

nombre de faits qui étend les observations générales et ne peut leur porter aucune atteinte. Il n'en résulte pas moins que les cristaux ont une structure spéciale, qu'ils sont formés de lames faisant entre elles des angles déterminés, et que ces lames sont elles-mêmes produites par des assemblages de petits polyèdres.

Les lois qui président à la symétrie des cristaux et la régularité de leur structure démontrent que ces petits polyèdres, pour une substance déterminée, ont tous la même forme, le même volume, qu'ils se réunissent entre eux, en établissant la continuité et le parallélisme de leurs axes, sans laisser d'autres intervalles vides que ceux qui existent entre leurs faces et qui peuvent varier selon la nature même de ces faces. Il résulte de ces conditions que les axes de ces polyèdres doivent être de même nature que ceux des cristaux qu'ils forment en s'adaptant les uns aux autres.

Si l'on admet que les petits polyèdres dont il vient d'être question sont les plus petits qu'il soit possible d'obtenir par la division mécanique, ils ne différeront en rien des particules cristallines dont les principales propriétés se trouvent maintenant définies.

Il résulte des considérations précédentes que, pour déterminer les formes affectées par les particules cristallines, on pourra principalement puiser des renseignements dans les formes et les clivages des cristaux, en s'appuyant sur les relations géométriques qu'ils présentent. Cependant d'autres moyens d'interroger la nature peuvent aussi être employés. Tels sont principalement ceux qui dépendant de la physique et de la mécanique. Il y aurait un véritable intérêt à passer en revue les propriétés optiques, therniques et électriques des substances cristallines; à exposer les résultats des expériences entreprises sur leur élasticité et leur dureté; mais, devant traiter ces sujets dans des mémoires spéciaux, je n'entrerai ici dans aucun détail ni dans aucune discussion. Je le ferai d'autant moins que cette étude, tout en confirmant les résultats obtenus par les méthodes qui seront suivies, n'ajouterait à ce travail rien qui fût d'une importance réelle.

En général, deux méthodes se présentent pour atteindre ce but : l'une d'elles, essentiellement analytique, consiste à rechercher dans les formes cristallines, données par l'observation ou par le clivage, celles qui remplissent les conditions assignées à l'existence des particules; l'autre, synthétique, conduira à rechercher les for-

mes qui résulteraient des divers groupements de sphères compressibles et susceptibles de devenir des polyèdres par la pression qu'elles exerceraient les unes sur les autres.

On verra dans le cours de ce travail que la cristallographie suffit pour trouver les formes assignables aux particules cristallines de tous les systèmes, mais qu'il est indispensable d'interroger les clivages pour connaître la structure d'un corps déterminé et la forme de la particule qu'il convient de lui assigner; car, des corps de formes *identiques* peuvent être le résultat de structures différentes, et des corps de formes différentes peuvent avoir des structures *semblables*.

Enfin, le but de ce travail sera atteint en établissant les relations qui existent entre les particules, la structure et les formes des cristaux.

PARTIE ANALYTIQUE.

EMPLOI DE LA FORME DES CRISTAUX POUR TROUVER CELLES DE LEURS PARTICULES.

I

Aucun cristallographe ne doute que la forme cristalline ne soit complètement subordonnée à la structure des corps. La forme n'est que la limite du cristal dans l'espace, et cette limite dépend des particules, de leurs axes et des circonstances qui ont présidé à leur agrégation.

L'admirable théorie des décroissements d'Haüy est fondée sur cette observation, et elle a donné des preuves irrécusables de la réalité de ce fait.

Cette preuve, on peut surtout la trouver dans l'existence du dodécaèdre pentagonal de la cristallographie, qui diffère du solide régulier de la géométrie, et dont on détermine et calcule les angles avec une grande précision en admettant que des particules, formant des files parallèles, se sont réunies en donnant naissance à une structure équiaxe et orthogonale; mais qu'à la surface, il s'est

	A Une seule espèce d'axes	
	rectangulaires. SYSTÈME **isorthaxique** ou **régulier.** I	oblique SYSTÈM **isoclinax** ou **rhomboédr** II
Tétraèdres.	Tétraèdre régulier.	Tétraèd bi-isocèle et s
Hexaèdres ou Cuboïdes.	Cube.	Rhomboè
Octaèdres.	Octaèdre régulier.	Octaèd péri-hexa
Dodécaèdres tétragonaux.	Dodécaèdre rhomboïdal.	Dodécaè péri-hexa
Prisme hexaèdre.	Hexaprisme régulier.	Hexapri régulie



Dans ce tableau, on n'a développé que ce qui se rapporte aux formes

formes de chaque système étant connues, il en résulte que les particules doivent affecter au moins une des formes des systèmes auxquels elles appartiennent.

On est ainsi conduit à rechercher parmi les formes cristallines des systèmes celles qui peuvent remplir les conditions et les fonctions assignées aux particules.

Dans la plupart des systèmes cristallins reconnus et que l'on sait être au nombre de six, les formes élémentaires sont des tétraèdres, des hexaèdres très variés, des octaèdres, des prismes hexaèdres, des dodécaèdres, des icositétraèdres ou trapazoèdres et des scalénoèdres.

L'ensemble des formes élémentaires ou dominantes des cristaux qu'il faudra interroger successivement, est exposé dans le tableau ci-contre.

Tétraèdres.

Pour que la forme d'un polyèdre puisse être considérée comme celle d'une particule, il faut que plusieurs polyèdres semblables et égaux puissent s'adapter parfaitement les uns aux autres sans laisser d'espace vide.

On peut se demander si les tétraèdres satisfont à cette condition.

Il est évident que cela ne peut avoir lieu pour le tétraèdre régulier ; car, en appliquant face à face des solides de cet ordre, leurs angles dièdres doivent se doubler, se tripler, etc., pour qu'ils remplissent l'espace, en se réunissant autour de l'axe formé par la réunion de leurs arêtes. Or, comme l'angle dièdre du tétraèdre régulier est de 70° 31′ 44″, et que cet angle n'est pas contenu un nombre entier de fois dans 360 degrés, il en résulte que le tétraèdre régulier ne peut être pris pour molécule intégrante.

Si le tétraèdre régulier satisfaisait à cette première condition, il resterait à voir si le solide formé par la réunion des tétraèdres pourrait s'ajouter à d'autres solides semblables en remplissant l'espace.

Ce que le tétraèdre régulier ne peut faire, d'autres tétraèdres le pourront peut-être.

Haüy a démontré que le dodécaèdre rhomboïdal *régulier* pouvait être décomposé en 4 rhomboèdres, et que chacun de ces

rhomboèdres était lui-même décomposable en 6 tétraèdres, de telle manière que le dodécaèdre rhomboïdal du système régulier est décomposable en 24 tétraèdres ; et comme ce dodécaèdre peut se réunir avec d'autres dodécaèdres semblables en remplissant parfaitement l'espace, ainsi que je l'ai démontré dans le mémoire précédent, il en résulte qu'un certain tétraèdre jouit au moins d'une partie des propriétés assignées aux particules. Mais quel est ce tétraèdre? Sur ses six arêtes, il en a 2 d'une espèce et 4 d'une autre espèce. Ces arêtes sont, les premières aux secondes, :: $1 : \sqrt{3}$.

Il est facile de démontrer que tout solide terminé par des surfaces planes est divisible en tétraèdres. On y parvient à l'aide des propositions suivantes :

Toute surface plane à périmètre rectiligne est divisible en triangles.

Tout polyèdre a ses faces divisibles en triangles si elles ne sont déjà triangulaires.

Ces triangles peuvent être considérés comme les bases de pyramides ou de tétraèdres ayant leur sommet au centre du polyèdre ou à un point quelconque dans son intérieur.

Donc tout polyèdre est divisible en tétraèdres, et il suffirait que les polyèdres pussent s'assembler entre eux sans laisser d'espace vide pour que l'espace pût être rempli par des tétraèdres égaux et de même forme.

Mais l'égalité des polyèdres et l'identité de leurs formes ne suffisent pas pour que l'on puisse les prendre pour des molécules intégrantes; car *on ne peut admettre qu'une structure appartenant à un système défini puisse résulter de l'assemblage de polyèdres appartenant à un autre système, et cela d'autant plus que les axes identiques de ces tétraèdres ne seraient point parallèles entre eux.*

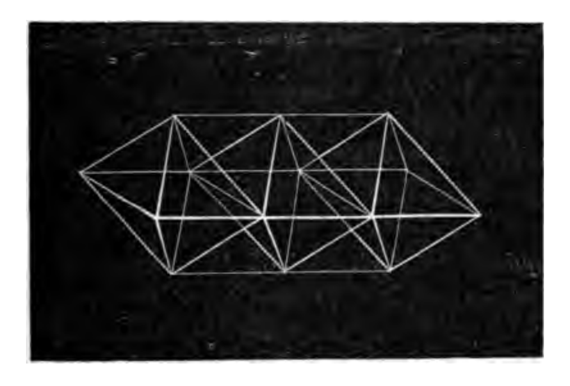
Les particules cristallines ne peuvent donc point avoir la forme d'un tétraèdre quel qu'il soit.

Octaèdres.

Les octaèdres étant dans le même cas que les tétraèdres, je m'en occuperai avant d'examiner les hexaèdres, qui se comportent d'une toute autre manière.

Les angles dièdres du tétraèdre régulier étant de 109° 28′ 16″, ces angles n'étant point aliquotes de 360 degrés qui représentent la circonférence entière du cercle, il en résulte que l'octaèdre régulier ne peut être une forme particulaire, et que, quand bien même d'autres octaèdres pourraient produire des cristaux du système régulier, on en pourrait immédiatement conclure que le système régulier ne peut être construit avec des octaèdres.

Cependant, il se présente un cas bien remarquable : l'angle dièdre du tétraèdre étant de 70° 31′ 44″, il en résulte que la somme de deux angles dièdres de l'octaèdre régulier et de deux angles dièdres du tétraèdre régulier est exactement égale à 360 degrés; de telle manière que si l'on plaçait deux octaèdres réguliers et égaux, de manière qu'ils se touchassent dans toute l'étendue d'une de leurs arêtes, et que leur base moyenne fût dans le même plan, l'espace vide qu'ils laisseraient entre eux serait exactement rempli par des tétraèdres réguliers qui auraient des arêtes égales à celles des octaèdres. Cet assemblage représenterait une espèce de prisme rhomboïdal, susceptible de s'adapter à d'autres prismes égaux et semblables, et de remplir complètement l'espace.



Il résulte de cette observation que des octaèdres réguliers peuvent se réunir entre eux, en faisant que leurs axes soient contigus ou parallèles les uns aux autres, ils laissent des espaces vides ayant la forme de tétraèdres réguliers; et par suite ces derniers solides peuvent se réunir dans les mêmes conditions en laissant entre eux des espaces vides octaédriques.

D'autres octaèdres d'un système quelconque pourraient être assemblés comme les octaèdres réguliers, et l'on pourrait remplir les espaces vides par des tétraèdres complémentaires. Mais, dans ces cas, comme dans le précédent, un solide aurait deux espèces de particules.

Rien ne démontre que ce fait ne puisse se présenter dans la nature; mais rien ne prouve non plus qu'il existe, et il paraît plus simple d'admettre que, dans la plupart des cas, les corps, formés de molécules identiques, le sont aussi de particules identiques.

On peut considérer les faces d'un cube comme étant des bases de pyramides à 4 pans dont le sommet serait à son centre. Si, par la pensée, on réunit deux cubes égaux, on conçoit alors que deux pyramides, jointes l'une à l'autre par leur base, forment un octaèdre. Or, comme cela peut se répéter sur les six faces du cube, et comme les cubes remplissent l'espace en se réunissant, il en résulte que l'octaèdre, produit comme il vient d'être dit, remplit aussi l'espace; mais cet octaèdre n'est point régulier, il a 4 arêtes d'une espèce et 8 d'une autre espèce; les premières sont aux secondes $:: 1 : \frac{\sqrt{3}}{2}$, son axe principal étant 1, ses axes secondaires sont égaux à $\sqrt{2}$. C'est un octaèdre appartenant au système du prisme à base carrée. Donc cet octaèdre ne peut être la molécule intégrante du système régulier.

Tout prisme à 4 pans, droit ou oblique, peut aussi donner des octaèdres; mais il y en a d'autant d'espèces pour chacun de ces prismes qu'ils ont d'espèces de faces.

Cuboïdes.

Il ne faut pas une grande application pour reconnaître que des particules cubiques de même volume peuvent se réunir en satisfaisant à toutes les conditions indiquées précédemment et conduisent à une structure orthogonale et équiaxe.

Il est évident encore qu'un solide constitué comme celui qui vient d'être indiqué pourrait donner naissance à toutes les formes cristallines appartenant au même système, non par les décroissements d'une forme existante, mais par le décroisse-

ment successif du nombre des parties qui s'ajouteraient pour les produire.

Soit donc un assemblage formé de particules équiaxiques et disposées de manière à produire des files, des lames, un solide, enfin, par la réunion des lames : il est évident que l'on aura un corps dont la structure se rattachera au système cubique.

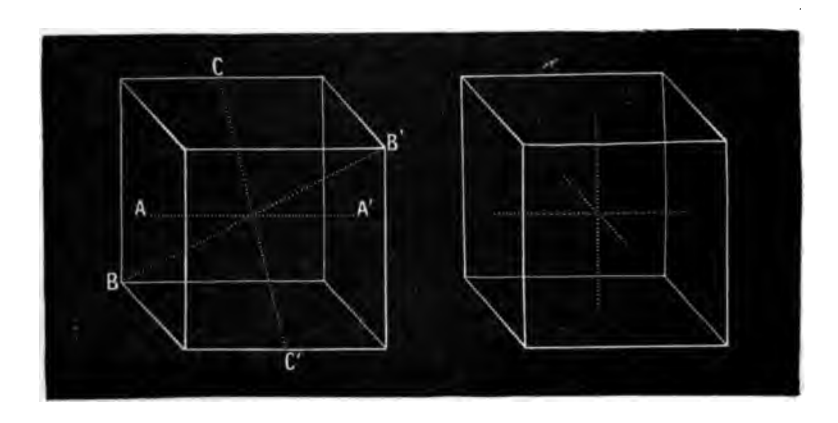
Sans quitter l'arrangement qui vient d'être indiqué, on peut admettre que les trois sortes de plans parallèles qui le circonscrivent peuvent s'écarter ou se rapprocher, ou peuvent, soit en même temps, soit séparément, subir des déplacements parallèles dans différentes directions.

On verra qu'il s'en suivra toujours une structure compacte ou pleine, à joints parallèles, et sans intervalles vides; mais la forme de l'assemblage comme celle des particules qui le constituent aura beaucoup varié et aura donné naissance à tous les prismes à quatre pans possibles, prismes que je nommerai *cuboïdes* dans la suite de ce travail.

Il résulte de ce premier examen que *tous les parallélipipèdes connus des cristallographes, ou tous les solides compris entre trois couples de plans parallèles, remplissent les conditions voulues pour être des* PARTICULES CRISTALLINES.

Le cube et les cuboïdes ont trois espèces d'axes qui forment trois groupes différents : les axes ternaires ou faciaux, les axes quaternaires ou angulaires, les axes sénaires ou d'arêtes.

Ces axes sont rendus évidents par les figures suivantes :



La première représente les trois espèces d'axes; la seconde représente le système triaxique ou ternaire.

A, A' est un axe ternaire, parce qu'il ne peut y en avoir que trois du même ordre; B, B est un axe quaternaire, parce qu'il y en a quatre semblables; enfin, C, C' est un axe sénaire, ainsi nommé parce qu'il y en a six.

La seule considération des axes ternaires suffisant pour le but que je me propose d'atteindre, il ne sera pas question des autres axes dans ce moment.

Ces axes ont l'avantage d'être parallèles aux arêtes et de donner plus facilement que les autres une idée de la forme à laquelle ils se rapportent.

On ne peut faire varier ces axes sans faire varier la forme du cuboïde auquel ils se rapportent.

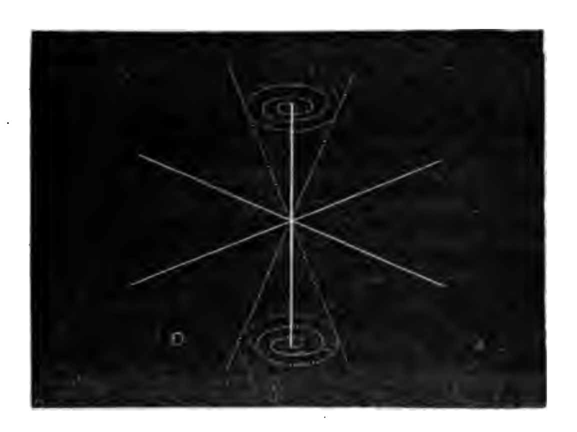
Les variations qu'ils peuvent éprouver sont dans les rapports de leurs longueurs et dans les angles qu'ils forment entre eux.

Ces axes se coupant en un même point, deux d'entre eux, pris à volonté, seront toujours dans un même plan. Pour étudier les variations que les cuboïdes peuvent éprouver, on peut donc d'abord supposer un plan renfermant deux axes. Ce plan sera nommé *plan générateur*. On pourra faire varier les axes contenus dans ce plan, ainsi que les dimensions et la situation de celui qui vient les rencontrer au point même où il traverse le plan générateur.

Pour connaître tous les cas possibles, on peut remarquer que les deux axes contenus dans ce plan peuvent être égaux et rectangulaires ou obliques, et inégaux et rectangulaires ou obliques.

Quant au troisième axe, il pourra être égal aux deux axes contenus dans le plan générateur, ou avoir une dimension différente. Il est inutile de considérer le cas où il pourrait être seulement égal à l'un des deux axes contenus dans le plan; car ces trois axes ne peuvent qu'être tous égaux, ou tous inégaux, ou bien enfin il peut y en avoir un d'une espèce, et deux d'une autre espèce; or, ceux-ci sont censés contenus dans le plan générateur. Le troisième axe pourra occuper une infinité de positions dont on se rendra parfaitement compte en admettant que, partant de la position normale au plan générateur, ses extrémités décrivent dans

l'espace une double spirale allant sans cesse en se développant jusqu'à ce qu'il devienne parallèle au plan qui contient les autres axes.



L'axe mobile peut occuper plusieurs positions principales :

1° Il peut être normal au plan générateur; 2° il peut être contenu dans un plan normal à ce premier plan et passant par l'un des axes; 3° il peut être contenu dans un plan normal au plan générateur et passant par une bissectrice des angles formés par les axes contenus dans ce plan, et 4° enfin il peut occuper une position quelconque en dehors de ces dernières.

Les axes contenus dans le plan générateur offrant quatre dispositions possibles, le troisième pouvant leur être égal ou inégal et pouvant, en outre, occuper quatre positions principales, il en résulte trente-deux combinaisons déterminées. Parmi toutes les positions, il y en a une tellement spéciale et qui entraîne avec elle une symétrie dont il y a de si nombreux exemples dans la nature, que l'on est conduit à l'adopter et à l'ajouter aux précédentes. On a donc ainsi trente-trois positions principales importantes et remarquables, qui peuvent être occupées par les axes, et, par suite, autant de cuboïdes distincts les uns des autres.

La nature est loin d'offrir ce grand nombre de solides primitifs. Au lieu de trente-trois, on n'en compte généralement que six; mais on est conduit à en admettre neuf, et au moins huit, dont la nature offre de nombreux exemples.

Les cas observés, et probablement les seuls observables, se réduisent aux suivants :

NUMÉROS.	AXES DU PLAN GÉNÉRATEUR	AXE TRAVERSANT LE PLAN GÉNÉRATEUR.	SOLIDE PRODUIT.
		Trois axes égaux.	
1.	Rectangulaires.	Égal aux deux autres et normal à leur plan.	Cube.
2.	Obliques.	Égal aux deux autres et formant avec eux les mêmes angles qu'ils forment entre eux.	Rhomboèdre.
		Deux axes égaux, le troisième différent.	
3.	Rectangulaires.	Plus ou moins grand que les deux autres et normal à leur plan	Prisme carré.
4.	Obliques.	Troisième axe égal ou différent des deux autres; normal à leur plan.	Prisme rhomboïdal droit.
5.	*Idem.*	Troisième axe incliné dans le plan d'une bissectrice.	Prisme rhomboïdal oblique.
		Trois axes inégaux.	
6.	Rectangulaires.	Normal aux précédents.	Prisme rectangulaire
7.	*Idem.*	Incliné dans un plan normal au plan générateur et contenant l'un des axes de ce plan.	Prisme rectangulaire oblique.
8.	*Idem.*	Incliné dans les plans diagonaux.	Prisme rectangulaire bi-oblique.
9.	Obliques.	Incliné comme le précédent.	Prisme tri-oblique.

Le petit nombre de cas observés peut dépendre de ce qu'en cristallographie, les axes n'ont pas seulement un caractère géométrique, mais aussi un caractère dynamique qui ne permet pas toujours l'existence des combinaisons données par les simples relations de leurs dimensions et de leurs positions. Cette pensée sera développée dans un prochain Mémoire, et atteindra, j'ose le penser, le caractère d'une démonstration mathématique.

Les systèmes d'axes ou les prismes désignés par les numéros 4 et 5, peuvent se rapporter géométriquement à ceux numérotés 6 et 7; de telle manière que, dans un système cristallographique fondé sur la seule géométrie, on peut supprimer les uns ou les autres.

Le n° 8 est un prisme spécial dont il a été question dans l'introduction historique de ce Mémoire, et qui a été généralement méconnu jusqu'à ce jour. Je ne puis affirmer qu'il ait des représentants dans la nature.

En supprimant les prismes ou cuboïdes, n°s 4, 5 et 8, il reste six autres cuboïdes qui sont généralement considérés comme les six formes primitives des cristaux.

Indépendamment du rhomboèdre qui est isoaxique et isoclinique [1], il y a bien évidemment trois prismes obliques. Ces systèmes sont très faciles à décrire et à définir par les formes de leurs faces.

Le premier système oblique à trois axes inégaux a pour faces : deux rectangles d'une espèce, deux rectangles d'une autre espèce et deux parallélogrammes.

Le deuxième système oblique a pour faces : deux rectangles, deux parallélogrammes d'une espèce et deux parallélogrammes d'une autre espèce.

Le troisième système oblique a pour faces : six parallélogrammes de trois ordres différents opposés deux à deux.

Quoique les prismes rhomboïdaux puissent être considérés comme des modifications des prismes à trois axes inégaux, je les ai conservés, parce que la nature les donne abondamment comme forme, et parce que le clivage les produit plus souvent et plus facilement que les prismes rectangulaires droits ou obliques.

Les déductions géométriques et l'observation des faits nous

(1) A cause de la symétrie spéciale des formes dérivant du système rhomboédrique, on prend généralement deux espèces d'axes pour le déterminer : un axe *octaédrique* ou plutôt un *tétraxe* et trois axes *dodécaédriques*, ou plutôt encore trois *hexaxes* situés dans un plan perpendiculaire au premier. Afin de généraliser davantage, j'ai dû considérer le rhomboèdre comme un simple cuboïde et le rapporter au système triaxique. Ainsi considéré, le rhomboèdre jouit de l'ensemble des propriétés des cuboïdes et ne peut être regardé comme un solide hémiédrique.

conduisent ainsi à reconnaître neuf espèces de cuboïdes représentant autant de formes de particules ou de molécules intégrantes. Ces solides sont indiqués dans le tableau suivant avec la symétrie des diverses parties qui les constituent.

Classification et caractérisation des neuf cuboïdes.

Classification.	Nomenclature.	Symétrie des FACES.	Symétrie des ANGLES.	Symétrie des ARÊTES.
Trois axes inégaux :				
rectangulaires.	Cube.	6^{r}	8	12
obliques.	Rhomboèdre.	6^{rh}	6, 2'	6, 6'
Trois axes, dont deux égaux :				
rectangulaires.	Prisme carré.	4^{r}, 2^{r}	8	8, 4'
diclinaxiques.	Pr. rhomb. droit.	4^{r}, 2^{obl}	4, 4'	8, 2', 2''
triclinaxiques.	Pr. rhomb. obliq.	4^{obl}, 2^{rh}	4, 2', 2''	4, 4', 2'', 2'''
Trois axes inégaux :				
rectangulaires.	Pr. rectangulaire.	2^{r}, 2^{r}, 2^{r}	8	4, 4', 4''
monoclinaxiques.	Pr. oblique.	2^{r}, 2^{r}, 2^{obl}	4, 4'	2, 2', 4'', 4'''
diclinaxiques.	Pr. bi-oblique.	2^{r}, 2^{obl}, 2^{obl}	2, 2', 2'', 2'''	2, 2', 2'', 2''', 4''''
triclinaxiques.	Pr. tri-oblique.	2^{obl}, 2^{obl}, 2^{obl}	2, 2', 2'', 2'''	2, 2', 2'', 2''', 2'''', 2'''''

r signifie rectangulaire; rh, rhomboïdal, et obl oblique. Chaque chiffre indique une espèce de face, d'angle ou d'arête.

Dodécaèdre tétragonal.

Le dodécaèdre rhomboïdal, compris entre six couples de plans parallèles et identiques, satisfait aux conditions du groupement particulaire, ainsi que cela a été démontré dans le mémoire précédent. Les angles dièdres de ce solide étant de 120 degrés, il en résulte que trois de ces angles valent 360 degrés et remplissent

l'espace par la réunion de trois particules. Ces petits groupes peuvent recevoir une quatrième particule qui donne ainsi une espèce de tétraèdre; on peut en opposer un cinquième à ce dernier, et ainsi de suite.

Il est encore facile de comprendre que plusieurs dodécaèdres appliqués face à face peuvent former des files; que ces files peuvent se rappocher encore face à face pour former des espèces de lames, et que plusieurs de ces dernières peuvent être superposées, en plaçant les saillies de l'une dans les anfractuosités de l'autre.

Enfin, il a encore été démontré qu'une seule particule pouvait être complétement recouverte par douze autres particules, et qu'une masse continue pouvait être produite sans laisser d'espace vide par la réunion d'autant de ces sortes de particules que l'on voudra.

Le dodécaèdre rhomboïdal isoaxique peut donc être considéré comme remplissant toutes les conditions attribuées aux particules intégrantes.

Tous les cuboïdes possèdent une symétrie spéciale qui leur permettrait de donner un dodécaèdre analogue à celui du système isoaxique. En résulte-t-il qu'il puisse y avoir neuf sortes de particules intégrantes dodécaédriques? Cela est géométriquement possible; mais je ne puis affirmer que la nature emprunte toutes ces formes dans la construction des cristaux : seulement on peut conclure de la symétrie des cuboïdes que, si chacun d'eux a douze arêtes qui, comme celles du cube, peuvent être remplacées chacune par une face, que ces douze arêtes ne sont point identiques et qu'il en résulterait des faces correspondantes inégales et appartenant à des clivages de diverses natures. Les douze faces des neuf dodécaèdres se répartissent donc ainsi qu'il suit dans chaque système :

	Symétrie des faces.
Cube........	12.
Rhomboèdre..................	6 + 6.
Prisme carré..................	8 + 4.
Prisme rectangulaire............	4 + 4 + 4.
Prisme droit rhomboïdal........	8 + 2 + 2.
Prisme oblique rhomboïdal.......	4 + 4 + 2 + 2.
Prisme oblique rectangulaire......	4 + 4 + 2 + 2.
Prisme bi-oblique...............	4 + 2 + 2 + 2 + 2.
Prisme tri-oblique............	2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2.

Il résulte de ce tableau que l'on peut distinguer neuf espèces de dodécaèdres dont les faces correspondent aux arêtes des cuboïdes appartenant aux mêmes systèmes d'axes et variant en même temps qu'elles.

En étudiant ce sujet, on trouvera que les dodécaèdres de chaque espèce peuvent parfaitement s'assembler entre eux sans laisser le moindre espace vide. On trouvera encore que l'assemblage doit présenter des clivages dont la position et la nature varient avec chaque espèce, mais qui se rattachent les uns aux autres par une symétrie fondée sur la *similitude* des particules ou des polyèdres générateurs.

Classification et caractérisation des neuf dodécaèdres.

Classification.	Nomenclature.	Symétrie des FACES.	Symétrie des ANGLES.	Symétrie des ARÊTES.
Trois axes égaux :				
rectangulaires.	Dodécdre régulier.	12	6, 8'	24
obliques.	Dodécdre ternaire.	6, 6'	2, 6', 6''	6, 6', 12''
Trois axes, dont deux égaux :				
rectangulaires.	Dodécaèdre carré.	8, 4'	2, 8', 4''	8, 16'
diclinaxiques.	Dod. rect. droit.	8, 2', 2''	2, 4' 4'', 4'''	4, 4', 8'', 8'''
triclinaxiques.	Dod. rect. obliq.	4, 4', 2'', 2'''	2, 4', 4'', 2''', 2''''	4, 2', 2'', 8''', 4'''', 4'''''
Trois axes inégaux :				
rectangulaires.	Dod. rh. droit.	4, 4', 4''	2, 2', 2'', 8'''	8, 8', 8''
monoclinaxiques.	Dod. rh. oblique.	2, 2', 4, 4'	2, 2', 2'', 4''', 4''''	4, 4', 4'', 8''', 4''''
diclinaxiques.	Dod. bi-oblique.	2, 2', 2'', 2''', 4''''	2, 2', 2'', 2''', 2'''', 4'''''	4, 4', 4'', 4''', 4'''', 4'''''
triclinaxiques.	Dod. tri-oblique.	2, 2', 2'', 2''', 2'''', 2'''''	2, 2', 2'', 2''', 2'''', 2''''', 2''''''	2, 2', 2'', 2''', 2^{IV}, 2^{V}, 2^{VI}, 2^{VII}, 2^{VIII}, 2^{IX}, 2^{X}, 2^{XI}

Dodécaèdres divers.

Pour terminer l'examen des dodécaèdres, il reste à examiner ceux à faces pentagonales et ceux à faces triangulaires du système tripériaxique.

Les angles dièdres du dodécaèdre régulier étant de 116° 33′ 50″, 68; ceux du dodécaèdre présenté par les corps cristallisés étant de 126° 52′ 12″ et de 113° 34′ 41″, ces nombres, et la somme de ces deux derniers, n'étant pas aliquotes de 360 degrés, on peut conclure, sans autre examen, que ces solides ne possèdent pas les propriétés requises pour représenter des particules.

Les dodécaèdres pyramidaux à triangles isocèles ou scalènes pourraient au plus former des groupes à structure radiée vers un centre, mais ces groupes ne pourraient se réunir entre eux en satisfaisant aux conditions qui ont été posées. On peut donc en conclure que ces deux dodécaèdres, pas plus que les précédents, ne peuvent convenir à la forme des particules cristallines.

Polyèdres divers.

Tout solide qui a plus de douze faces ne peut donner naissance à un groupement régulier ou symétrique sans laisser des espaces vides, puisqu'il a été démontré, dans le Mémoire précédent, qu'une sphère ou un solide régulier quelconque ne pouvait être mis en contact qu'avec douze autres sphères ou solides réguliers et de même volume. Chaque solide établissant son contact par une face, la particule interne doit en avoir douze; d'où il résulte qu'aucun solide ayant plus de douze faces ne peut être assemblé avec d'autres solides de même espèce, de manière à remplir l'espace et à satisfaire aux conditions exigées pour l'existence des particules.

Il résulte donc de cette espèce de théorème que le trapézoèdre à 24 faces, le scalénoèdre et l'icosaèdre régulier de la géométrie, ne peuvent donner naissance à des groupements *particulaires*.

Prismes hexaèdres.

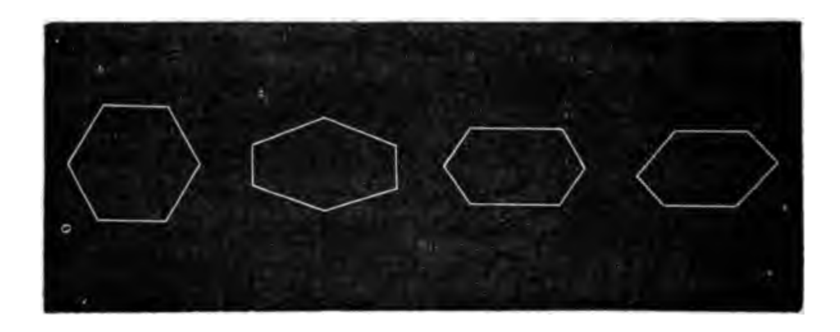
La coupe transversale d'un prisme hexaèdre régulier étant un hexagone aussi régulier, on voit par l'exemple des carrelages que

ces hexagones peuvent se juxtaposer sans laisser d'intervalles libres. Les faces des prismes étant perpendiculaires aux hexagones, plusieurs prismes pouvant être superposés indéfiniment, on voit qu'ils peuvent se réunir de manière à remplir entièrement l'espace.

Le prisme hexaèdre régulier basé satisfait donc complètement aux conditions voulues pour représenter une des formes possibles des particules.

Indépendamment du prisme à base hexagonale régulière, il y en a d'autres qui sont simplement symétriques et qui peuvent en outre être droits ou inclinés.

On peut distinguer principalement les prismes dont les bases ont les formes suivantes :



La seconde et la troisième bases, quoique donnant des cristaux d'apparences différentes, ne diffèrent que par les dimensions relatives de leurs côtés et de leurs angles.

Dans ces hexagones, les côtés ne sont pas toujours identiques ; ils peuvent être représentés ainsi :

1............................	6
2............................	$4+2^1$
3............................	$4+2^1$
4............................	$2+2^1+2^{11}$

2 et 3 se confondent donc en une seule espèce de symétrie.

La première base appartient toujours à un prisme hexaèdre droit, que l'on rapporte au système rhomboédrique.

Ce prisme ne pourrait convenir au système cubique que dans le

cas où sa hauteur serait à son apothème :: $\sqrt{3}$: $\sqrt{2}$. Mais alors l'identité des axes d'une même espèce entraîne avec elle une régularité qui ne permet point à ce solide de prendre naissance. Cependant j'ai vu, dans une collection particulière, un prisme de quartz autour duquel s'était formé un cristal de fluorite en prisme de même forme, à faces très nettes et terminées par un bisellement rejoignant le quartz. Ici la cause déterminante a été évidemment la forme du prisme de quartz; mais il n'est pas moins vrai qu'il a fallu que la forme des particules de fluorite pût se prêter à l'arrangement qui conduit au prisme hexaèdre. Dans ce cas, il est facile de comprendre qu'un axe octaédrique des particules de fluorite était parallèle à l'axe du prisme.

Les autres bases peuvent donner naissance à des prismes droits ou obliques : celles numéros 3 et 4 ayant l'axe incliné dans le plan des axes *ab* et la dernière l'ayant dans un plan quelconque.

Les particules possédant les diverses formes qui viennent d'être indiquées, peuvent être réparties de la manière suivante dans les divers systèmes cristallins :

1er prisme hexaèdre régulier.............	Système tripériaxique.
2e prisme hexaèdre allongé droit.........	Système rectangulaire et système rhombique.
3e prisme hexaèdre symétrique...........	Id. Id.
4e prisme hexaèdre allongé oblique.......	Prisme rectangulaire ou prisme rhomboïdal oblique.
5e prisme hexaèdre symétrique oblique....	Id. Id.
6e prisme hexaèdre oblique incliné........	Systèmes prismatiques obliques variant selon la direction de l'inclinaison.

On voit par ce tableau qu'il y a deux systèmes cristallins qui ne peuvent être construits avec des particules ayant la forme de prismes hexaèdres : c'est le système régulier et celui du prisme à bases carrées. (V. la note p. 124.)

Des prismes hexaèdres terminés par des pointements trièdres alternant avec leurs faces latérales, pourraient aussi s'assembler sans laisser d'espaces vides, parce que les pointements ainsi produits, ayant la forme de sommets de rhomboèdres, engreneraient les uns dans les autres. Si les faces des pointements ou

des sommets de l'extrémité d'une particule se rejoignaient avec les sommets de l'autre extrémité, le solide qui résulterait de cette disposition aurait six faces latérales et six faces culminantes, en tout douze faces; ce serait le dodécaèdre rhomboïdal du système tripériaxique. Les cristaux de calcaire bacillaire présentent une structure qui donne un exemple de la disposition dont il est ici question.

De même que des polyèdres quelconques peuvent être considérés comme des agglomérations de pyramides, de même les prismes hexaèdres dont les bases peuvent être divisées en triangles pourront être réduits en prismes triangulaires. Ces derniers prismes peuvent se réunir les uns aux autres sans laisser le moindre espace vide; mais cela ne pourrait avoir lieu sans détruire le parallélisme ou la continuité des axes de leurs particules constituantes; il en résulte que les prismes triangulaires ne peuvent être considérés comme représentant des formes applicables aux particules cristallines.

Résumé relatif à la recherche des formes des particules cristallines partielles des cristaux.

L'examen qui vient d'être fait de tous les types fondamentaux des formes cristallines a conduit à reconnaître qu'il n'y a que trois genres de formes qui peuvent convenir aux particules. Ces formes sont : les *cuboïdes,* les *dodécaèdres à faces tétragonales,* et les *prismes hexaèdres.*

Les deux premières formes se présentent dans tous les systèmes cristallographiques; les dernières ne peuvent convenir ni au système isoaxique (cubique), ni au système dipériaxique (prisme à bases carrées).

Tous les cuboïdes sont représentés dans la nature par de nombreux exemples.

Les particules dodécaédriques s'y rencontrent beaucoup plus rarement, et souvent il est difficile d'affirmer qu'elles concourent à la formation de telle ou telle espèce. La difficulté que l'on éprouve pour déterminer cette forme particulaire tient surtout à ce que le dodécaèdre est plus compliqué que les autres polyèdres, à ce que ses faces peuvent n'être pas toutes de même nature et à ce que par suite elles se dégagent trop inégalement par le clivage

pour qu'il soit possible de le reconnaître. Le plus souvent on ne peut les déterminer que par voie d'élimination. Cette discussion sera plus approfondie après avoir examiné le parti que l'on peut tirer des clivages pour la recherche des formes des particules.

Les trois sortes de particules pouvant se rencontrer dans un même système cristallographique, il en résulte que *des formes semblables, même identiques, peuvent être dues à des structures différentes.*

EMPLOI DES CLIVAGES POUR TROUVER LES FORMES DES PARTICULES.

Les clivages, quand ils existent, semblent devoir conduire immédiatement à la connaissance de la structure de la particule des cristaux; cependant il n'en est point ainsi : on éprouve souvent de la difficulté pour les interpréter.

Leur étude conduit aux observations suivantes :

Un seul clivage répété fait naître des lames parallèles.

Il faut au moins trois clivages pour circonscrire complètement un corps solide.

Tous les cuboïdes ou solides à six faces peuvent être obtenus par trois clivages.

Le tétraèdre qui n'est terminé que par quatre faces exige cependant quatre clivages pour être produit; il en est de même de l'octaèdre dont il est l'hémièdre.

Le dodécaèdre exige six clivages.

On sait que des clivages également faciles sont généralement symétriques les uns à l'égard des autres et relativement aux axes de la structure des corps qui les présentent. Cette indication est si précise, que j'ai trouvé que la moindre inégalité dans la netteté du clivage du spath d'Islande indique une variation dans la valeur des angles au sommet du rhomboèdre primitif de cette substance.

Des clivages inégaux en netteté ou en apparence quelconque peuvent circonscrire un même solide ou peuvent circonscrire des solides différents. C'est dans la distinction de ces deux cas que gît la plus grande difficulté.

Une autre difficulté, qui n'est pas moins grande, consiste aussi en ce que des clivages tout à fait les mêmes peuvent circonscrire des solides différents, et qui donnent finalement des

formes qui ne peuvent appartenir aux particules des corps. Par exemple, quatre clivages symétriques, deux à deux autour de deux axes croisés, donnent pour résultat des octaèdres et des tétraèdres complémentaires, et, d'une autre part, trois clivages passant par un même axe et faisant entre eux des angles de 60 degrés, peuvent aussi bien faire naître les pans d'un prisme triangulaire équilatéral que ceux d'un prisme hexaèdre régulier. Dans le premier cas, le solide engendré est hémiédrique; dans le second, il est homoédrique.

Bien des substances, telles que la topaze et l'émeraude, possèdent un clivage spécial, plus net que les autres, perpendiculaire à l'axe de cristallisation.

Ce clivage unique ne peut circonscrire un solide; mais par sa netteté et par la moindre adhérence des parties qu'il sépare, il indique que ces parties, quelles qu'elles soient, molécules ou particules, possèdent un axe spécial dont les extrémités opposées sont identiques, mais diffèrent de toutes les autres parties des mêmes solides.

Résultats donnés par trois clivages.

Trois clivages parfaitement égaux et croisés ou non parallèles à un axe unique, circonscrivent un cube ou un rhomboèdre. On les observe dans le sel gemme et la galène pour la première forme, et dans la majeure partie des spathoïdes ou carbonates calcoïdiques pour la deuxième, surtout dans le spath d'Islande, la chaux carbonatée en prisme hexaèdre du Hartz, dans la dolomie, dans la giobertite et la sidérose.

Trois clivages, dont deux d'une espèce et un d'une autre espèce, circonscrivent le prisme à bases carrées, ainsi qu'on peut l'observer sur l'apophyllite [1] et le rutile, ou bien ils indiquent le prisme rhomboïdal droit ou oblique. Le premier de ces deux derniers clivages est l'un des plus répandus. On l'observe dans le triphane,

[1] L'examen d'un beau cristal d'apophyllite semble indiquer une légère différence entre les clivages parallèles à l'axe, et peut-être en résulte-t-il que cette substance appartient au système triorthaxique. M. Gustave Rose la range dans le cinquième système. Cela me paraît impossible d'après les cristaux que je possède, à moins qu'elle ne soit amphimorphique.

la barytine, la thenardite, le sulfate de potasse, l'exitèle, l'ambligonite. Le deuxième clivage est présenté par les divers feldspaths, la glaubérite, la laumonite, etc.

Trois clivages inégaux conduisent au système triorthaxique et aux trois systèmes obliques, en général aux systèmes à axes inégaux, droits ou obliques.

Les exemples du clivage tri-orthogonal sont assez rares. Presque tous ceux de ce système se clivent en prismes rhomboïdaux Cependant il est des substances qui présentent les deux clivages à la fois, comme la topaze et les pyroxèmes. Le gypse présente trois clivages très inégaux en facilité, qui circonscrivent un prisme droit à bases de parallélogramme obliquangle.

L'albite ou feldspath sodique présente des clivages conduisant au prisme tri-oblique.

Résultats donnés par quatre clivages.

Quatre clivages sont observés sur diverses substances. Ils peuvent être égaux ou inégaux. Dans tous les cas, ils circonscrivent des prismes rhomboïdaux divisibles immédiatement en octaèdres et en tétraèdres complémentaires les uns des autres. (V. plus haut.) Les clivages égaux produisent l'octaèdre régulier, l'octaèdre à bases carrées et l'octaèdre symétrique.

Deux clivages d'une espèce et deux d'une autre espèce produisent des octaèdres rectangulaires. Enfin, des clivages présentant une inégalité plus multipliée conduiraient à des octaèdres obliques.

De ce que ces quatre couples de clivages donnent des octaèdres ou des tétraèdres, on n'en peut conclure que ces solides représentent les particules constituantes des cristaux; car il a été démontré qu'aucune espèce de solide de cet ordre ne peut remplir les fonctions attribuées à ces dernières.

Il y a des substances qui ont trois clivages passant par un même axe ou qui sont parallèles à un même axe, et un troisième clivage perpendiculaire à cet axe, comme le cinabre, l'émeraude, le béryl et l'aigue marine. Les trois clivages peuvent donner naissance à des prismes triangulaires équilatéraux, ou à des prismes à bases hexagonales. Il serait assez difficile de juger laquelle de ces deux formes il faut adopter pour celle des particules constituantes, si des faits d'une autre nature ne conduisaient

à repousser les prismes triangulaires. Il faut cependant reconnaître qu'ils satisfont à la plupart des conditions attribuées à ces dernières.

Des trois clivages parallèles à l'axe principal, deux pouvant être d'une espèce et le troisième d'une autre espèce, on obtient par eux un prisme à base rhomboïdale dont deux des arêtes verticales sont remplacées chacune par une face. Ce solide peut avoir deux aspects différents, selon que le clivage unique correspond aux arêtes aiguës ou aux arêtes obtuses du prisme rhomboïdal dont on peut les supposer dérivés, ainsi que cela a déjà été indiqué; mais il donne aussi des prismes triangulaires à bases isocèles.

Supposons un instant qu'un tel prisme puisse devenir oblique, on reconnaît alors qu'il est impossible de le construire avec des prismes triangulaires, à moins qu'une moitié des prismes ne soit inclinée en sens inverse des autres, ou soit renversée pour combler les espaces vides qu'ils laissent entre eux.

Cette observation, qui ne m'était pas venue à la pensée en rédigeant le premier Mémoire sur la structure des corps, s'oppose à ce que l'on adopte les prismes à bases triangulaires pour particules constituantes, et, poussant l'analogie plus loin, je les rejetterai, qu'ils soient droits ou obliques.

Résultats donnés par six clivages.

Il y a des cristaux qui possèdent six clivages égaux et du même ordre. La fluorite nous en donne un exemple, puisqu'elle est clivable en dodécaèdre rhomboïdal. Il est vrai qu'elle donne aussi des octaèdres, des tétraèdres et même des rhomboèdres formés par la réunion de ces deux derniers solides.

Six clivages donnent des solides à douze faces. Ces solides sont des dodécaèdres qui ne diffèrent en rien de ceux qui ont été étudiés précédemment.

Le système cubique seul peut conduire à des clivages égaux et au dodécaèdre rhomboïdal régulier.

Les autres systèmes ne peuvent donner lieu qu'à des clivages inégaux et plus ou moins difficiles à faire manifester; d'où il résulte qu'ils n'ont point été observés quoiqu'ils doivent exister.

Dans les systèmes géométriques, autres que le cubique, on observe souvent quatre clivages donnant des prismes à quatre

pans divisibles en octaèdres et en tétraèdres complémentaires. Ces clivages ne peuvent conduire à une forme particulaire. Les mêmes substances ne donnant pas le clivage cuboïdal, qui est généralement plus facile que les autres chez les substances qui le présentent; il en résulte que l'on est conduit à penser que ces substances sont formées par des particules dodécaédriques. Cela devra paraître d'autant plus probable que des molécules soumises à des forces extérieures seulement, comme celles qui constituent les fluides élastiques, prennent forcément la forme dodécaédrique et donnent naissance à l'arrangement à six axes principaux qui leur convient; tandis que l'arrangement cuboïdal ne peut naître que sous l'influence spéciale des forces qui président à la cristallisation.

Pour arriver à cette conséquence, il faut se rappeler que les particules ne peuvent affecter que trois formes principales : la cuboïdale, la dodécaédrique et la prismatique. La prismatique, se trouvant éliminée, dans la plupart des cas, par l'absence des clivages qui la représenteraient et par l'ordre de symétrie auquel elle appartient, il ne reste plus de formes possibles que la dodécaédrique et la cuboïdale. Or, on vient de voir pourquoi la préférence devait être accordée à la forme dodécaédrique dans le cas qui vient d'être signalé.

Le diamant clivable, parallèlement aux faces d'un octaèdre, peut être formé par la réunion de particules cubiques ou dodécaédriques. Le clivage conduisant au cube n'existant point, il sera préférable d'adopter qu'il est formé de particules dodécaédriques.

L'anatase qui cristallise dans le système prismatique tétragonal est aussi clivable parallèlement aux faces d'un octaèdre à base carrée, et l'on est ainsi conduit à admettre que cette substance est formée de particules dodécaédriques dont les faces sont représentées par $4 + 8^1$.

Puisque ces substances ne sont pas cuboïdales, elles ne peuvent être que dodécaédriques.

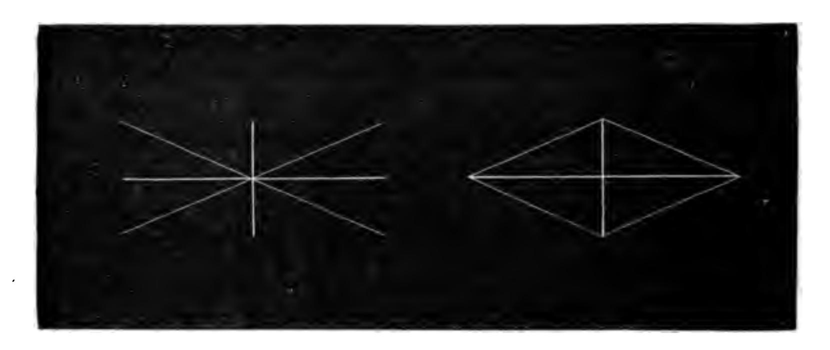
Clivages subordonnés.

La fluorite et d'autres substances, telles que la topaze, présentent plusieurs ordres de clivages. Ces clivages sont distincts par leur netteté, et l'on peut reconnaître qu'ils sont d'ordres différents, parce qu'ils conduisent à des solides différents. On pourrait

se demander s'ils ne diffèrent que par leur situation, et s'ils doivent tous concourir à la formation d'une même particule?

Par exemple, dans la topaze jaune du Brésil, en dehors du clivage perpendiculaire à l'axe, il existe deux autres sortes de clivages : deux à angles droits et parallèles à l'axe de cristallisation, qui, seuls, donneraient un prisme rectangulaire, et deux autres clivages égaux et parallèles aux pans du prisme rhomboïdal dominant, offert par cette substance.

Voilà deux formes qui résulteraient des deux sortes de clivages et que l'on peut considérer séparément. Si on les réunissait, ils conduiraient à un prisme à base de triangle rectangle.



Pour les raisons qui viennent d'être exposées en parlant du prisme rhomboïdal oblique, et pour d'autres raisons plus puissantes encore, relatives à l'équiliore des parties en présence, et qui seront exposées par la suite, on doit repousser cette combinaison des clivages ou admettre qu'*il y a des clivages subordonnés les uns aux autres*.

Les particules en se groupant peuvent donner naissance à des cristaux qui éprouvent des clivages dans d'autres sens que ceux qui sont parallèles à leurs faces.

Il y a donc des clivages conduisant à des groupes particulaires et des clivages donnant les particules mêmes. Dans la topaze, il est probable que la particule est un prisme droit rhomboïdal; mais elle peut aussi donner des prismes rectangulaires par le clivage. Dans la fluorite, la particule est un dodécaèdre rhomboïdal; mais elle peut donner des octaèdres par le clivage.

La fluorite cristallisée en cube doit posséder un clivage parallèle

aux faces de ce solide; mais jamais elle ne se clive dans cette direction. La topaze également indique plutôt les clivages qui conduisent au prisme rectangulaire, que ceux qui sont parallèles au prisme rhomboïdal.

Le calcaire rhomboédrique est clivable en rhomboèdre ; mais il y a d'autres clivages qui sont rendus sensibles par des phénomènes optiques, et il m'est arrivé de les obtenir par le choc : l'un d'eux passe par l'axe du rhomboèdre, c'est à dire par ce que l'on nomme la coupe principale dans l'optique, et est perpendiculaire aux faces culminantes; l'autre passe par deux arêtes latérales opposées.

On peut conclure de ces observations que le clivage ne peut pas toujours conduire directement à la forme de la particule constituante des cristaux, et qu'il faut employer le concours de plusieurs moyens pour y parvenir. En général, le clivage n'a de valeur réelle pour déterminer les formes particulaires qu'autant qu'il donne une des formes reconnues comme pouvant être celles des particules. Il est évident qu'en dehors de cette condition, il ne représente que des joints plus ou moins inclinés sur les axes des particules.

Je crois que l'on peut admettre en principe qu'un clivage, très facile dans un sens, empêche souvent les autres clivages de se manifester; car la rupture se fait dans le sens de la moindre résistance. Pour les clivages que l'on soupçonne et qui ne se manifestent ni par le choc, ni par des lames décroissantes, ni par le miroitement, il faut employer une lame tranchante placée dans une situation facile à déterminer par la structure du cristal. En la percutant, il arrive que l'on peut obtenir de nouveaux clivages.

Les clivages ne peuvent donc pas toujours conduire d'une manière certaine à la connaissance de la forme de la particule cristallinée; car, si le clivage secondaire est le plus ou le seul apparent, il pourra conduire à prendre une forme pour une autre. Par exemple, le clivage octaédrique de la fluorite est un clivage secondaire, puisque la particule de ce solide ne peut avoir l'octaèdre ni le tétraèdre pour forme essentielle. Il importe donc de discuter la forme donnée par le clivage, car sans cela une substance pourrait passer d'une classe dans une autre classe, par le seul fait que l'on prendrait un clivage surnuméraire, ou comprenant plusieurs particules entre ses coupes, pour un clivage principal, ou ne circonscrivant qu'une seule particule.

Les clivages sont souvent si difficiles à observer, que je ne puis avoir la certitude d'avoir toujours évité ce genre d'erreur. Cependant, la discussion du clivage comparé aux formes cristallines et les principes généraux qui découlent des considérations géométriques qui ont été établies précédemment, jointes à la comparaison des espèces isomorphes, qui permet d'admettre qu'un clivage qui a été bien observé sur une substance doit se retrouver sur une autre substance de même forme, et à laquelle nous attribuons la même constitution chimique, car c'est là le caractère de l'isomorphisme direct, permettent d'éviter la plupart des erreurs dans lesquelles on pourrait tomber. Cependant, je le répète, je n'ai pas la prétention d'avoir pu les éviter toutes.

Résumé relatif aux clivages.

Les clivages conduisent exactement aux mêmes résultats que ceux qui ont été obtenus en étudiant les formes cristallines. En effet, que représentent-ils? Des plans qui s'entrecoupent dans l'espace et qui circonscrivent ainsi des solides qui ne diffèrent nullement de ceux qui sont donnés par les cristaux. Seulement, comme ils sont rarement parallèles aux faces résultant des décroissements, ils donnent un nombre de formes beaucoup plus limité que celles revêtues par les cristaux, et finalement les formes et les clivages sont subordonnés à la structure, comme cette dernière l'est à la forme des particules et aux forces qui les régissent.

La forme cristalline peut laisser des doutes sur celle des particules, puisqu'un même solide déterminé géométriquement par ses axes et toutes les propriétés qu'il possède, comme le cube par exemple, peut être formé par des particules de formes différentes.

Le clivage intervenant peut lever ces doutes : il n'en laisse aucun pour la fluorite qui n'est point clivable en cube, et qui l'est en dodécaèdre; mais il en laisse pour les substances qui présentent le clivage octaédrique ou tétraédrique, et c'est le plus grand nombre qui se trouve dans ce cas. Il faut donc de nouvelles recherches, de nouvelles études des propriétés des corps pour résoudre cette difficulté d'une manière certaine : la synthèse, comme on le verra bientôt, ne permet pas de douter que le clivage octaédrique ne soit pas donné par des particules dodécaédriques.

PARTIE SYNTHÉTIQUE

NOTIONS PRÉLIMINAIRES.

Les recherches précédentes ont conduit à admettre trois sortes de particules et trois sortes de structures distinctes. La synthèse donne le même résultat.

On peut supposer que l'on opère sur des particules homogènes et élastiques ou au moins compressibles, que l'on dispose de différentes manières dans un même plan d'abord, puis dans des plans reposant les uns sur les autres. On obtient ainsi des files de molécules donnant naissance à des plaques, et les plaques superposées donnent des masses à structure dépendant de l'arrangement adopté.

Si l'on suppose que l'on soumet les assemblages ainsi formés à des pressions agissant dans des directions déterminées, les particules élastiques prennent la forme qui leur convient et qui se trouve en harmonie avec le mode d'arrangement et la structure produite.

Une pression déterminée dans un sens suppose toujours une résistance égale et opposée, afin qu'elle puisse s'exercer. Ces forces opposées pourront prendre le nom de *paire de pressions* (1). Dans ce cas, les pressions agissent sur des surfaces qui sont assimilables à des plans, et ces plans en s'entrecoupant donnent naissance à des formes déterminées. Les résultats obtenus ainsi ont la plus grande analogie avec ceux donnés par l'étude des formes et des clivages, puisque ces plans produits par les pressions sont soumis aux mêmes lois que les faces et les clivages, ou les *plans* qui circonscrivent les formes cristallines.

Il faut trois, quatre ou six paires de pressions pour donner naissance à des structures régulières ou symétriques en harmonie avec les polyèdres cristallins.

(1) Cette expression est employée pour éviter toute confusion avec les *couples de forces*.

PARTICULES ET STRUCTURES CUBOÏDALES PRODUITES SYNTHÉTIQUEMENT.

Commençons par les arrangements les plus simples : ceux qui ne sont soumis qu'à trois paires de pressions. Les directions de deux de ces paires, prises à volonté, se trouveront toujours dans un même plan (1).

Si l'on dispose des sphères reposant sur une surface plane et horizontale, les unes à côté des autres, de manière qu'elles se touchent et que les lignes qui passent par leurs centres forment des angles droits en s'entrecoupant, elles pourront être disposées en carré. Sur un carré une fois formé, on pourra en superposer un second, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il y ait autant de sphères superposées qu'il y en a sur un des côtés de la base.

Si cet assemblage est comprimé par trois paires de pressions égales et dont les directions soient perpendiculaires les unes aux autres, les sphères seront déformées et réduites en petits cubes.

Dans ce cas, la particule est cubique et l'assemblage est clivable par trois plans disposés à angles droits les uns à l'égard des autres, c'est à dire qu'il donne des cubes. Cette structure est celle que l'on observe chez la galène et le sel gemme.

Si l'une des pressions est plus faible ou plus forte que les deux autres, que l'on suppose toujours égales, les particules seront des prismes à bases carrées, allongés ou comprimés. Les clivages seront rectangulaires comme les précédents, mais il y en aura un qui différera des deux autres.

La structure ainsi produite conduit au prisme à bases carrées et à la particule de même forme.

Si les trois pressions sont inégales, mais toujours rectangulaires, les trois clivages seront aussi rectangulaires, mais inégaux, et la structure sera celle du prisme rectangulaire ayant une particule de même forme pour origine.

Si les deux pressions parallèles à la base de l'assemblage sont égales, mais si leurs directions forment entre elles des angles autres que le droit, la particule recevra la forme du prisme rhom-

(1) Par direction, il faut entendre une ligne normale au plan qui exerce la pression.

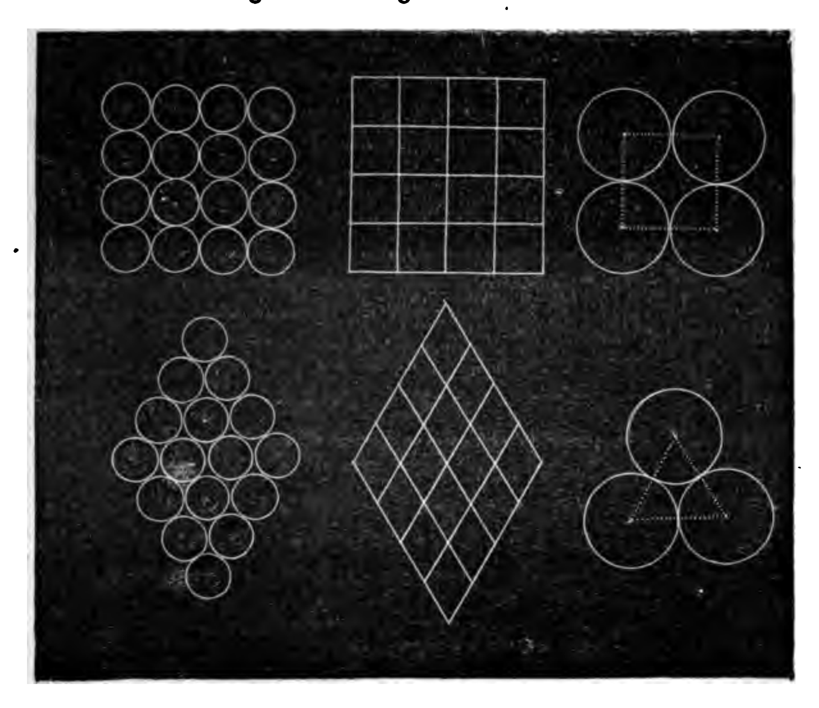
boïdal droit, l'assemblage aura la même forme et les clivages principaux et immédiats seront parallèles aux faces des particules et aux pans du prisme.

Si les directions des deux pressions horizontales demeurent les mêmes que dans les deux cas précédents, et si la troisième pression est oblique sur cette base, on aura deux prismes obliques : le rectangulaire et le rhomboïdal.

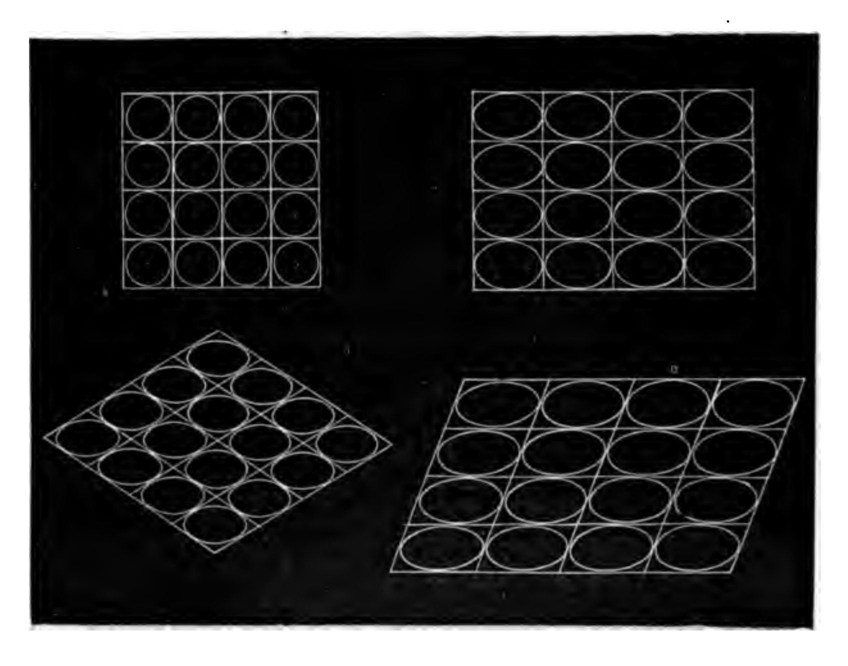
Les deux autres prismes obliques naîtraient de l'inégalité des pressions et des angles que leurs directions prendraient les uns à l'égard des autres.

Si les trois pressions sont égales, mais si leur direction est disposée symétriquement autour d'un axe passant par deux angles opposés du système, on obtient pour résultat des particules rhomboédriques et des clivages égaux donnant des rhomboèdres.

La structure rectangulaire semble, au premier abord, différer complétement d'une autre structure que je nommerai *alterne*, parce que les sphères, au lieu d'être disposées rectangulairement, le sont sous des angles de 60 degrés.



Il y a effectivement entre ces deux cas une différence qui dépend de la valeur des angles; mais les files de molécules, considérées diagonalement dans la structure rectangulaire, présentent une disposition analogue, à cela près de la valeur des angles formés par les lignes joignant les centres des particules. Le plus ou moins d'obliquité des prismes donne des passages d'une structure à l'autre.



Si les prismes à côtés inégaux sont représentés par des assemblages de particules ellipsoïdales au lieu de l'être par des sphères, on saisit alors la différence réelle qui existe entre le prisme droit à bases rectangulaires et le prisme rhomboïdal. On voit qu'ils sont essentiellement distincts l'un de l'autre, et qu'il y avait nécessité de les séparer dans un système qui n'est pas exclusivement fondé sur la géométrie, mais sur l'observation des faits naturels. On voit aussi, par la figure ci-dessus, que l'arrangement *oblique* est intermédiaire entre celui qui est *opposé* et celui qui est *alterne*.

PARTICULES ET STRUCTURE PRISMATIQUES PRODUITES SYNTHÉTIQUEMENT.

Au lieu de n'avoir, comme dans le cas précédent, que deux pressions s'exerçant parallèlement à la base des prismes, on peut en admettre trois, et une quatrième qui peut être normale au plan de la base ou inclinée sur cette base.

Si ces pressions sont égales et si elles forment entre elles des angles de 60 degrés, on obtient une structure donnée par trois clivages passant par un même axe, et par un quatrième clivage perpendiculaire aux premiers. Le résultat est une particule en forme de prisme hexaèdre régulier, donnant des prismes hexaèdres par leur réunion. L'émeraude possède cette structure.

Si l'on fait varier les pressions du système parallèle à la base du prisme, on obtiendra les prismes symétriques ou à base oblique qui ont été indiqués dans la partie analytique.

Ce qu'il importe de remarquer dans ce mode d'assemblage, c'est que les particules de la base sont disposées en séries *alternes*, lorsqu'on les considère dans une direction parallèle aux diagonales des bases, tandis que les plans superposés les uns sur les autres donnent naissance à des files droites parallèles à l'axe principal dans la direction de la hauteur, et ne présentent point d'alternance.

PARTICULES DODÉCAÉDRRIQUES ET STRUCTURE PYRAMIDALE PRODUITE SYNTHÉTIQUEMENT.

Cette structure a été étudiée dans le Mémoire précédent, et l'on a vu comment elle résultait d'une pression égale dans tous les sens, exercée sur les particules des fluides élastiques. On a vu en outre que ces dernières prenaient la forme d'un dodécaèdre rhomboïdal régulier. Les corps cristallins présentant une toute autre complication, à cause de l'inégalité des forces qui émanent de leurs parties constituantes, on est conduit à reconnaître qu'ils peuvent être formés par neuf espèces de dodécaèdres différant les uns des autres : ce qui ne peut avoir lieu dans le cas d'un fluide homogène.

Clivages parallèles aux faces d'un octaèdre.

Si l'on dispose des sphères en lignes formant des séries alternes et de manière à produire un triangle équilatéral, ainsi que la figure ci-jointe l'indique, et si sur cette première couche de sphères



on en dispose d'autres en remplissant les interstices qu'elles laissent entre elles, jusqu'à ce qu'on arrive à n'en plus pouvoir poser qu'une seule, on donne naissance à un sommet de tétraèdre régulier, dont la structure est la même que celle donnée dans les conditions indiquées ci-dessus.

Il faut construire une pyramide triangulaire ayant au moins cinq sphères à l'un des côtés de sa base pour avoir une sphère entièrement entourée par d'autres sphères. On voit ainsi qu'il y en a six dans le même plan qu'elle, trois en dessous et trois en dessus; en tout douze qui la touchent et qui feraient naître un polyèdre dodécaédrique par la compression.

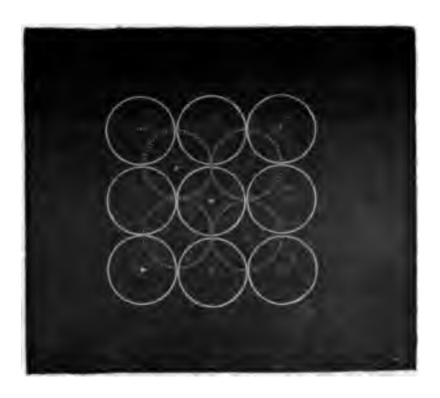
Le tétraèdre n'étant que l'hémièdre de l'octaèdre, on peut, en appropriant l'arrangement des parties élémentaires à la forme de ce dernier solide, appliquer les pressions et juger l'effet qu'elles peuvent produire. Cet effet sera le même que celui donné par le groupement qui produit le tétraèdre.

Si l'on range des sphères en lignes parallèles et rectangulaires, de manière à produire un carré; si sur ce carré on dispose des

sphères dans les espaces vides, et ainsi de suite, on finit par produire une pyramide à quatre faces triangulaires.

L'examen de cette pyramide démontre que les arêtes culminantes sont formées d'un nombre de sphères égales à celles du pourtour de la base; que toutes ces sphères se touchent de la même manière; que les faces sont des triangles équilatéraux, et que l'assemblage a produit un sommet d'octaèdre régulier.

Pour ce qui va suivre, on peut réduire cet assemblage à n'avoir que neuf sphères à la base, quatre en dessus et une sur ces quatre; on peut supposer qu'il y en a cinq autres en dessous, opposées aux premières et disposées de la même manière. Cet assemblage a une sphère à son centre. Si on le soumet à l'action de quatre paires de pressions égales, la sphère centrale est mise en contact avec douze sphères, quatre dont les centres sont dans le plan de la base; quatre au-dessus et quatre au-dessous. Celles qui forment les sommets ne sont point en contact avec elle; elles sont disposées comme celles des angles de la figure, et ne peuvent par conséquent modifier la forme de la sphère centrale.



Chaque sphère en contact avec la sphère centrale est disposée de la même manière relativement aux faces de l'octaèdre ou aux plans sur lesquels s'exercent les pressions, et elles doivent produire le même effet sur cette sphère qui devient un polyèdre à douze faces, soit un dodécaèdre rhomboïdal.

Les pressions correspondant aux plans des clivages, il résulte de cette démonstration qu'il est bien certain que le clivage tétraé-

drique ou octaédrique correspond à des particules dodécaédriques.

Le résultat serait du même ordre si les pressions n'étaient pas égales et si leurs directions se rencontraient sous des angles variables; seulement on obtiendrait des clivages s'entrecoupant sous de nouveaux angles et des particules qui seraient encore dodécaédriques, mais qui n'appartiendraient pas au système régulier.

Clivages parallèles aux faces d'un dédocaèdre.

Si l'on dispose sept sphères égales sur un plan; si l'on en ajoute dessus, et si l'on suppose qu'il y en a trois autres en dessous alternant avec celles qui sont dessus, elles seront toutes opposées deux à deux dans la direction d'un axe pour chaque paire passant par le centre de la sphère placée au milieu des autres.

Si les treize sphères sont comprimées par des plans perpendiculaires aux axes qui viennent d'être indiqués, elles se déformeront, et celle qui occupe le centre prendra la forme du dodécaèdre rhomboïdal.

Les directions des pressions sont disposées six par six dans un même plan, et il y a quatre de ces plans qui s'entrecoupent symétriquement et sont inclinés les uns sur les autres.



Chaque pression étant commune à deux plans différents, il en résulte que les douze pressions suffisent pour produire cet assemblage.

Ces pressions s'exercent dans des directions qui sont exactement

représentées, soit par les axes passant par le centre du dodécaèdre rhomboïdal et le milieu de ses faces, ainsi que cela résulte des conditions du problème, soit par les six axes dodécaédriques d'un cube. Ces axes sont aussi distribués par paires dans trois plans qu se coupent à angles droits, et leurs directions font aussi entre elles des angles droits.

La structure ainsi obtenue présente six clivages principaux, parallèles aux faces du dodécaèdre rhomboïdal; six axes principaux perpendiculaires à ces faces et parallèles aux directions des pressions.

Cette structure appartient au système cubique et d'une manière toute spéciale à la fluorite.

Si l'intensité des pressions et les angles qu'elles forment entre elles varient, on obtient les neuf dodécaèdres dont il a été question précédemment.

Cette étude confirme celle qui a été faite par d'autres méthodes. On est ainsi conduit à distinguer les prismes rhomboïdaux droits et obliques des prismes rectangulaires droits et obliques, parce qu'ils correspondent à des dédocaèdres différents et à des structures qui n'ont entre elles que des relations géométriques.

Résumé de la partie synthétique.

La partie synthétique donne les mêmes résultats que la partie analytique. Elle démontre, par des assemblages et par des pressions exercées sur ces assemblages, quelles peuvent en être les structures et quelles sont les formes de leurs éléments constitutifs; éléments qui représentent les particules.

Il importe de remarquer que les faits suivants qui ont été révélés par l'étude à laquelle nous venons de nous livrer, sont parfaitement en harmonie avec la symétrie des cuboïdes.

On remplacera maintenant le nom de *sphères* par celui de *particules*.

Des particules disposées en files parallèles et opposées les unes aux autres, donnent une espèce d'assemblage réticulaire à mailles carrées.

Si l'on considère les files situées à 45° des précédentes, on voit qu'elles offrent une disposition alterne.

Il y a donc opposition parallèlement aux côtés des carrés, et alternance parallèlement à leurs diagonales.

Il résulte de cette disposition qu'il y a alternance entre les particules d'une file formant l'arête d'un cube et celles qui lui sont sous-jacentes et entre celles-ci et les suivantes, tandis que les files sont formées de parties opposées.

Des lames épaisses, enlevées parallèlement aux faces d'un dodécaèdre, présenteraient une structure rectangulaire, quadratique ou opposée dans le sens de leur longueur, et une structure alterne dans le sens de leur épaisseur; d'où il résulte que la structure, considérée dans ces deux sens, correspond à celle qui a reçu le nom de prismatique.

La particule située à l'angle d'un cube repose sur trois autres particules, et celles-ci sur six autres, etc., de telle sorte qu'on observe dans ce sens la *structure pyramidale.*

Les angles, il est vrai, ne sont pas ceux que donne cette structure quand elle présente la plus grande homogénéité.

Cependant, il résulte de ceci qu'en faisant varier ces derniers, une structure quelconque peut devenir la structure que l'on voudra, et qu'elles se rattachent toutes les unes aux autres par un lien commun.

Il faut remarquer cependant que lorsque les angles formés par les files de molécules le permettent, les structures deviennent réellement différentes, au moins au point de vue de l'arrangement des parties.

Par exemple, la structure quadratique et la structure pyramidale pouvant donner la forme cubique, on observera de grandes différences dans la position des parties relativement aux axes des cristaux ou à leurs faces.

Dans le cube produit par la structure quadratique, les files de molécules sont parallèles aux triaxes, tandis que dans celui qui résulte de la structure pyramidale, les files sont parallèles à la bissectrice des angles formés par ces axes.

Pour plus de précision encore, on peut dire que dans le premier arrangement l'*opposition* se fait dans des directions parallèles aux axes et l'*alternance* dans la direction de la bissectrice de ces axes, et que dans le deuxième arrangement l'*opposition* a lieu parallèlement à la bissectrice, et l'*alternance* parallèlement aux axes. Dans

des plans parallèles aux bases des cubes ou aux plans contenant deux triaxes, la structure est toujours quadratique; mais, dans le premier cas, celui de la structure quadratique, la superposition a lieu parallèlement aux axes et sans *alternance,* tandis que dans la deuxième structure la superposition se fait avec alternance.

STRUCTURE DES CORPS HÉMIÉDRIQUES.

Les tétraèdres, le dodécaèdre pentagonal et tel solide hémiédrique qui soit connu, ne peuvent s'assembler avec d'autres solides semblables, en conservant le parallélisme et la continuité de leurs axes, de manière à remplir l'espace et à donner naissance à une structure cristalline (1).

Il résulte de cette observation :

1° Qu'il n'y a point de particules hémiédriques;

2° Que les cristaux hémiédriques sont formés par des particules homoédriques;

3° Que la cause de l'hémiédrie doit résider dans les molécules ou dans les circonstances qui président à la formation des cristaux et probablement dans l'une et l'autre de ces conditions.

La deuxième proposition est en harmonie avec la théorie des décroissements d'Haüy. La pyrite ne cristallise-t-elle point en cube et en octaèdre, comme un corps homoédrique, quoiqu'elle puisse donner le cubo-tétraèdre et le dodécaèdre pentagonal? Cette substance et la cobaltine, qui présentent l'hémiédrie d'une manière si remarquable, ont d'ailleurs des clivages parallèles aux faces d'un cube, et c'est bien cette forme qui est celle de leurs particules intégrantes. La multitude des facettes additionnelles que l'on observe sur différents cristaux, et notamment sur le quartz, sont, sans aucun doute, dues à des décroissements, et ce sont des particules et même des molécules, toujours les mêmes qui les produisent.

Les molécules n'étant point soumises aux mêmes conditions que les particules, souvent formées de parties hétérogènes tenues à distance les unes des autres et laissant des espaces vides entre

(1) Le rhomboèdre est un cuboïde et ne peut être hémiédrique. Les prismes triangulaires peuvent être assemblés sans laisser d'espaces vides, mais non en conservant le parallélisme de leurs axes perpendiculaires à l'axe principal.

elles, il en résulte que leur structure, l'arrangement de leurs parties et la nature de ces mêmes parties peuvent les rendre plus ou moins aptes à produire l'hémiédrie; mais celle-ci ne se manifeste généralement pas dans la structure interne des cristaux, et ce n'est qu'à l'extérieur qu'elle se présente, quoiqu'elle puisse être due à une cause aussi profonde.

Les formes tétartoédriques, tritoédriques, ditritoédriques, et, à plus forte raison, les facettes surnuméraires, ne peuvent dériver de particules ayant une forme spéciale et différant de celles des corps homoédriques.

RÉSUMÉ GÉNÉRAL.

En lisant l'histoire abrégée de la cristallographie, on a vu comment les faits qui constituent cette science se sont ajoutés les uns aux autres; comment, de l'observation la plus simple, on est arrivé à des conceptions théoriques d'un ordre plus élevé, et comment ils sont apparus successivement dans l'ordre logique de leur déduction : les premières étant comme les prémisses d'un vaste raisonnement qui s'étend et se développe toujours. On a vu comment, abandonnant le domaine des sciences d'observation, on est arrivé à substituer des considérations purement géométriques aux faits dont elles ont pris la place et dont elles auraient arrêté la succession normale, sans le besoin impérieux de rechercher de nouvelles vérités et de faire un retour vers la nature, source commune de toutes nos connaissances.

En étudiant des faits qui sont à la dernière limite du domaine autoptique, et qui appartiennent tout autant à l'ordre physique qu'à l'ordre métaphysique, en m'étayant de l'observation, d'une part, et de la géométrie, d'autre part, je pense être parvenu à la détermination de la forme des particules et à celle de la structure des corps cristallisés.

Il y a trois genres de particules : les *cuboïdales,* les *prismatiques* et les *dodécaédriques*. Ces particules se réunissent pour former des files; celles-ci donent des lames, et ces dernières produisent des solides à structure déterminée.

Chaque genre de particules donne lieu à une structure spéciale : la structure *quadratique* ou *cuboïdale,* la structure *mixte* ou *prismatique,* et la structure *pyramidale.*

La forme des particules et la structure sont en rapport immédiat avec les axes des cristaux autour desquels elles sont disposées avec symétrie.

Cela doit être ainsi, parce que les axes des cristaux dépendent de ceux des particules, et s'ils n'en sont les résultantes, ils en sont au moins le résultat le plus direct.

Les cristallographes français et la plupart des cristallographes étrangers ne reconnaissent que *six* systèmes cristallographiques déterminés d'après les axes des cristaux. J'ai démontré que le nombre de ces systèmes devait être porté à *sept,* et que, pour mettre la théorie en harmonie avec les faits, il convient même de les élever jusqu'à *neuf.*

Les neuf cuboïdes sont représentés par de nombreux exemples fournis soit par des espèces minérales, soit par des cristaux obtenus artificiellement (1).

Il s'en faut de beaucoup que l'on connaisse des produits cristallisés auxquels on puisse rapporter les neuf dodécaèdres. Leur existence se déduit du clivage et principalement de celui qui donne des octaèdres et des tétraèdres complémentaires.

Les cristaux clivables en octaèdre et en tétraèdre, l'un ne pouvant avoir lieu sans l'autre, se rapportent à la structure rhomboïdale ou hexaxique, et ont leurs particules dodécaédriques.

Quant aux prismes hexaèdres, on peut en confondre la plupart avec des cuboïdes; il n'y a que le régulier qui soit véritablement distinct. En effet, un prisme à base rhomboïdale, dont les arêtes aiguës sont enlevées par un clivage parallèle à son axe, devient un prisme hexaèdre, et il est difficile de dire si ce clivage est *surnuméraire* et appartient à un groupe de particules, ou s'il est *essentiel* et modifie la forme de ces dernières.

Il n'y a point de particules hémiédriques. Il n'y en a point non

(1) Il faut une exception pour la structure correspondant au prisme diclinoédrique qui n'a peut-être pas de représentant dans la nature et n'en aura peut-être jamais.

plus de tétartoédriques, ni de tritoédriques qui présentent ces modifications. Les cristaux sont formés de particules homoédriques.

Il résulte, enfin, de cette étude que si les cristaux peuvent être rapportés à des formes primitives, celles-ci doivent être celles de leurs particules, parce que ce sont ces dernières qui, en se réunissant et se superposant, forment des solides à structures définies, terminées par des lames décroissantes ou non qui permettent de représenter toutes les formes observées pour une même substance.

En accomplissant ce travail, ainsi que je l'ai dit dans le premier Mémoire, j'ai eu pour but de renfermer dans les limites de l'observation la partie cryptoristique qui sera abordée dans le troisième Mémoire. Maintenant qu'il est accompli, je reconnais, avec une vive satisfaction, que, si faible que soit le résultat obtenu, il ne donne pas moins un appui considérable aux recherches qui seront publiées ultérieurement.

APPLICATIONS.

Les recherches dont il doit être question dans cette partie de ce Mémoire n'offrent aucune espèce de difficultés pour certains corps, puisque c'est l'étude de ces corps qui a conduit à la connaissance de leur structure; mais tous les corps cristallisés ne se présentent point dans des conditions aussi avantageuses lorsqu'on les considère à ce point de vue.

Il ne suffit point d'observer les formes d'un corps cristallisé, ni d'en déterminer le système pour en connaître la structure, puisque des corps de même forme, tels que le chlorure sodique et le fluorure calcique, qui appartiennent tous deux au système régulier, ainsi que l'aigue marine ou l'émeraude et le calcaire du Hartz, qui cristallisent en prismes hexaèdres, ont des structures différentes. Il est indispensable, jusqu'à ce jour du moins, qu'il présente des clivages; encore, on a vu les difficultés dont leur étude est entourée. Cependant, en profitant des observations signalées dans les premières parties de ce Mémoire, on peut établir les règles suivantes :

1° Il ne peut y avoir de formes particulaires en dehors de celles qui ont été indiquées;

2° Deux clivages parallèles à un axe, plus un troisième clivage qui les coupe, conduisent à une structure cuboïdale;

3° Trois clivage parallèles à un axe, plus un quatrième clivage qui les coupe, conduisent à une structure prismatique;

4° Quatre clivages croisés deux à deux, et donnant des tétraèdres et des octaèdres, même des rhomboèdres formés par la réunion de ces deux derniers solides, conduisent à la structure dodécaédrique;

5° Six clivages s'entrecoupant deux à deux, conduisent à un dodécaèdre rhomboïdal plus ou moins régulier, qui est alors la particule intégrante;

6° En sus des observations précédentes, l'examen du plus ou moins de netteté des clivages et de l'aspect de la forme à laquelle ils conduisent, donnera généralement une idée suffisamment exacte du système cristallographique des substances examinées. Indépendamment de la structure et de la forme particulaire, il faut effectivement connaître le système auquel l'une et l'autre se rattachent;

7° Enfin, quel que soit le résultat obtenu, l'incidence des faces ou la valeur des angles dièdres pourra conduire à la spécification exacte de la particule.

Les substances cristallisées en prismes hexaèdres réguliers et ne présentant qu'un seul clivage parallèle à la base de ces prismes, ont été soustraites au système rhomboédrique et rangées dans le système du prisme hexaèdre régulier.

Les corps cristallisés en prismes rhomboïdaux, droits ou obliques, clivables parallèlement à l'une des diagonales de leurs bases, et c'est presque toujours la petite, comme cela s'observe chez la stibine et l'exitèle, ont été réunis aux prismes hexagones; car, quelle serait la signification de cet unique clivage s'il ne donnait naissance à ce polyèdre?

Cette distinction peut n'être pas toujours bien fondée, car il peut exister un clivage parallèle à la deuxième diagonale de la base qui n'ait point encore été observé. C'est là une difficulté qui se présente pour l'hypersthène et l'enstatite. Ces deux substances sont isomorphes. La première paraît n'avoir qu'un seul clivage

parallèle à une diagonale, et qui le ferait ranger parmi les prismes rhomboïdaux; la seconde substance présente un clivage de plus, et donnerait indifféremment un prisme rhomboïdal et un prisme rectangulaire.

L'isomorphisme de ces substances oblige à les réunir, et c'est évidemment celle qui présente le plus de clivages dont les indications doivent être acceptées.

Lorsqu'il y a des clivages subordonnés, comme cela s'observe chez l'enstatite et la topaze, il y a encore un choix à faire, et, dans ce cas, j'ai généralement accordé la préférence à celui qui se rapporte à la forme dominante de la substance.

Malheureusement toutes les substances cristallisées ne sont pas susceptibles d'être clivées, et parmi celles qui peuvent l'être, il en est beaucoup qui n'ont pas été étudiées d'une manière suffisante.

Lorsque les corps ne sont pas clivables et ne présentent aucune espèce d'indice de clivage, il importe de voir s'ils sont hémiédriques et à quelle espèce de solide hémiédrique ils peuvent être rapportés. Dans ce cas, on n'en pourra déduire immédiatement la forme de particules qui constituent ces sortes de corps; mais on n'en tirera pas moins des indications ou des renseignements précieux pour dépasser le but des recherches actuelles et arriver à la constitution des *molécules*.

On devra aussi prendre en considération le mode d'accroissement des cristaux, qui est quelquefois indiqué d'une manière fort nette par des lames incomplètes formant des espèces de gradins à la surface de ces derniers. Des échantillons de fer oxydulé (aimant, Beudant), de Traversel en Piémont, donnent ainsi des indications sur leur structure, et démontrent que ce solide est clivable en octaèdres et que ses particules doivent être dodécaédriques. Des échantillons de pyrite indiquent aussi des lames superposées sur les faces d'un cube et conduisant à des cuboïdes déformés, que l'on ne pourrait comprendre ni rattacher au système cubique sans l'indication de ce mode d'accroissement.

Les trémies, les encadrements des lames, comme cela a lieu dans l'iode; les stries parallèles, telles qu'on les observe dans le diopside, dans les feldspaths en général, mais surtout dans l'adulaire, la pierre de lune de Ceylan, la pétalite, la labradorite;

dans quelques variétés d'épidote zoïsite, dans les lames du chlorate de potasse et dans celle de l'azotate de baryte qui a cristallisé dans une liqueur acidulée par l'acide azotique, peuvent aussi donner des renseignements utiles.

L'étude des *carcasses* formées par des réunions de cristaux (1), que l'on observe si bien sur l'azotate de potasse, le sulfate et le carbonate de soude hydratés, la thenardite du Pérou, le soufre cristallisé artificiellement, etc., peuvent donner des renseignements utiles.

Je ne parlerai point de l'élasticité et des phénomènes acoustiques auxquels elle peut conduire, quoique l'on en puisse tirer des résultats éminemment remarquables, parce que l'observation de ces sortes de phénomènes exigent souvent des cristaux très considérables, et la préparation de lames ou de verges à laquelle ils se prêtent difficilement.

Les phénomènes optiques en général sont beaucoup plus faciles à faire manifester; mais ils sont en rapport direct avec les molécules, plutôt qu'avec les particules des corps, ainsi que je l'ai exposé devant le Congrès qui a siégé à Bordeaux en 1861 (2).

Jusqu'à ce jour, ces phénomènes ne font connaître que trois cas principaux relatifs à la cristallographie : 1° celui des corps à structure régulière qui ne jouissent point de la double réfraction; 2° celui des corps qui ne possèdent qu'un seul axe de double réfraction, comme ceux du système rhomboédrique et ceux du système prismatique à bases carrées; 3° enfin, ceux qui possèdent deux axes optiques et qui appartiennent à tous les cristaux des autres systèmes.

Cependant, les accidents de structure font naître dans l'intérieur des corps des phénomènes optiques excessivement remarquables. A ce point de vue, le cristal de roche est fécond en phénomènes peu étudiés par les savants, mais bien connus de ceux qui ont un intérêt matériel à les observer; mais aucun corps ne donne la multitude des phénomènes présentés par le spath d'Islande. J'en

(1) J'ai donné ce nom aux cristaux composés qui viennent d'être indiqués.

(2) Voyez, sous le titre de l'*atomologie*, l'extrait du procès-verbal qui a été publié (broch. in-8°) et *Congrès scientifique de France*, 28e session, ann. 1861, t. II, p. 511.

ai fait une étude spéciale, et à l'aide de cristaux trouvés dans le commerce et d'autres qui m'ont été donnés par M. V. Regnault, je suis parvenu à établir la série de ces phénomènes que je me propose de livrer ultérieurement à la publicité. C'est en les observant, que j'ai vu que ces cristaux présentaient deux clivages surnuméraires en sus des clivages normaux ou parallèles aux pans d'un rhomboèdre.

Une fois dans cette voie, rien n'est à négliger; la production des cristaux artificiels, l'influence des circonstances sur leur formation, les accidents qu'ils présentent, tout est utilisable pour arriver à la connaissance de la structure intime des corps.

En général, les formes cristallines conduisent au système cristallin et à la détermination des axes; mais les clivages seuls peuvent, dans la plupart des cas, faire connaître les formes des particules cristallines et la structure des cristaux.

C'est en profitant de ces indications que j'ai pu construire le catalogue suivant, qui contient les principales espèces cristallisées rapportées à leurs formes particulaires et à leur véritable structure.

Pour représenter la composition des substances cristallines, j'ai dû faire usage des formules ordinairement employées; cependant, j'ai dû les modifier quelque peu pour les mettre en harmonie avec les opinions généralement admises aujourd'hui. Les équivalents ne représentant rien autre chose que les proportions pondérales des éléments entrant dans les combinaisons; il est indispensable d'en modifier la signification pour répondre à toutes les exigences de la science. On peut, si l'on veut, représenter l'azote par A, et, par suite, l'arsenic et l'antimoine par A*s* et S*b*; mais comme il est démontré que $\frac{As}{2}$ et $\frac{Sb}{2}$ sont isomorphes avec S, il est indispensable de représenter A par $\frac{A}{2}$. En suivant cet ordre d'idées, il faut aussi représenter H par $\frac{H}{2}$ et tous les corps de la même classe, qu'ils soient électro-positifs ou électro-négatifs, tels que les chloroïdes, les natroïdes et les argyroïdes.

Considérant H comme l'unité, tous ces corps conservent les rapports qu'ils ont entre eux et qui se rencontrent entre les poids

spécifiques des gaz ou des vapeurs lorsqu'ils sont volatils, excepté pour le phosphore et l'arsenic, dont l'anomalie qu'ils présentent avec l'azote disparaîtra sans doute à une température élevée. Mais l'oxygène et les autres oxoïdes, tels que le soufre, le sélénium et le tellure, et tous les calcoïdes et les sidéroïdes, doivent être doublés.

Le tableau suivant a été construit d'après ces principes.

N'ayant point de lettres barrées pour exprimer qu'un symbole est doublé, la barre sera remplacée par un astérisque placé à la partie postérieure et supérieure de la lettre. A* sera la même chose que AA ou 2A. Lorsque la lettre sera surmontée du signe de l'oxygène · ou de celui du soufre ˡ, l'astérisque ne multipliera ces derniers corps en aucune manière $\ddot{S}b^* = Sb_2\,O_3$.

Pour le silicium, j'ai adopté deux équivalents et un seul symbole. Le signe de l'oxygène qui le surmonte le fera reconnaître suffisamment : $\ddot{S}i$ et $\dddot{S}i$ vaudront $Si = 28$ et $Si = 42$.

J'ai adopté cette modification, parce que je suis convaincu que les éléments n'entrent pas toujours sous la même forme dans les composés, et parce qu'en agissant ainsi, non-seulement les formules peuvent être simplifiées, *mais parce qu'elles se mettent en rapport avec les formes des particules*. (V. *Traité de Chimie,* t. II, p. 18, 394 et 395.)

Comme cela se fait habituellement, les corps isomorphes qui se substituent les uns aux autres sans changer le caractère de la formule ont été placés entre deux parenthèses : (M*a*, C*a*, F*e*) ne représentent qu'un seul équivalent; $(K, Na, Li)_2$ en valent deux.

En général, et autant que je l'ai pu, le corps le plus abondant a été placé le premier, et ainsi de suite.

VALEURS des symboles chimiques employés dans le tableau de la classification des corps cristallisés, d'après la forme de leurs particules.

BASE.

H = 1, O = 16, A = 14, C = 12.

OH_2 = Eau. CO_2 = Acide carbonique. AH_3 = Ammoniaque.

Aluminium	*Al*	27
Antimoine	*Sb*	128
Argent	*Ag*	108
Arsenic	*As*	75
Azote	A	14
Baryum	*Ba*	136
Bismuth	*Bi*	212
Bore	B	11
Brôme	*Br*	80
Cadmium	*Cd*	110
Calcium	*Ca*	40
Carbone	C	12
Cérium	*Ce*	92
Chlore	*Cl*	35,5
Chrôme	*Cr*	52
Cobalt	*Co*	60
Colombium	*Ta*	184
Cuivre	*Cu*	64
Étain	*Sn*	118
Fer	*Fe*	56
Fluor	*Fl*	19
Glucynium	*Be*	54
Hydrogène	H	1
Iode	I	126
Iridium	*Ir*	198
Lanthane	*La*	92
Lithium	*Li*	7
Magnésium	*Ma*	24
Manganèse	*Mn*	56
Mercure	*Hg*	100
Molybdène	*Mo*	96
Nickel	*Ni*	60
Or	*Au*	196
Osmium	*Os*	198
Oxygène	O ou	16
Palladium	*Pa*	106
Phosphore	P	32
Platine	*Pt*	198
Plomb	*Pb*	208
Potassium	K	39
Rhodium	*Rh*	104
Sélénium	*Se*	80
Silicium par SiO_2	*Si*	28
Id. par SiO_3	*Si*	42
Sodium	*Na*	23
Soufre	S	32
Strontium	*St*	88
Tellure	*Te*	128
Thorium	*Th*	120
Titane	*Ti*	48
Tungstène	W	192
Uranium	U	120
Vanadium	V	128
Yttrium	*Yb*	64?
Zinc	*Zn*	66
Zirconium	*Zr*	66

TABLEAU DES PRINCIPAUX CORPS CRISTALLISÉS

CLASSÉS D'APRÈS LEUR STRUCTURE ET LA FORME DE LEURS PARTICULES.

I. — STRUCTURE QUADRATIQUE.

(A TROIS AXES.)

Particules cuboïdales.

SYSTÈME ISOAXIQUE OU RÉGULIER.

PARTICULES CUBIQUES.

Fer	Fe
Iridium platinifère	$(Ir\ Pt)$
Salmare	$Cl^*\ Na^*$
Chlorure potassique	$Cl^*\ K^*$
Brômure potassique	$Br^*\ K^*$
Iodure potassique	$I^*\ K^*$
Kérargyre	$Cl^*\ Ag^*$
Brômargyre	$Br^*\ Ag^*$
Iodargyre	$I^*\ Ag^*$
Embolite	$(Cl^*\ Br^*)\ Ag^*$
Iodure phosphammonique	$I^*\ P^*\ H^*_4$
Galène	$S\ Pb$

Blendegalène	$S\,(Pb\,Zn)$
Sidérogalène	$S\,(Pb\,Fe)$
Naumanite	$Se\,Ag^{*}$
Altaïte	$Te\,Ag^{*}$

Xanthopyrite	$S_2\,Fe$
Hauerite	$S_2\,Mn$
Cobaltine	$(S\,As)_2\,(Co\,Fe)$
Disomose	$(S\,As)_2\,Ni$
Smaltine	$As_2\,Co$
Arséniure de nickel	$As_2\,Ni$
Ulmanite	$(S\,As\,Sb)_2\,Ni$

Skutterudite	$As_2\,Co$
Steinmannite	$\overset{III}{Sb}{}^{*}\,\overset{I}{Pb}$

SYSTÈME TRIPÉRIAXIQUE.

PARTICULES RHOMBOÉDRIQUES.

Tellure	Te
Arsenic	As
Antimoine	Sb
Bismuth	Bi
Bornine	$(Te\,Bi)$

Millérite. . . . . $S\,Ni$

Nickéline rouge.. . . . . $As\,Ni$?

Quartz. . . . . $O_3\,Si$ ou $\dddot{Si}$

Phénakite.. . . . . $(\dddot{Si}^2\,\dddot{Be}^2)$

Oligiste. . . . . $\dddot{F}^2$

Chrômoxyde. . . . . $\dddot{Cr}^2$

Fer titané.. . . . . $\ddot{Ti}\,\dot{Fe}$

Giobertite.. . . . . $\ddot{C}\,\dot{Ma}$

Calcaire.. . . . . $\ddot{C}\,\dot{Ca}$

Dolomie.. . . . . $\ddot{C}\,\dot{Ma}$, $\ddot{C}\,\dot{Ca}$

Calamine. . . . . $\ddot{C}\,\dot{Zn}$

Sidérose.. . . . . $\ddot{C}\,\dot{Fe}$

Mésitine. . . . . $\ddot{C}\,(\dot{Fe}\,\dot{Mn})$

Diallogite. . . . . $\ddot{C}\,\dot{Mn}$

Natronitre . . . . $A^2\,O_6\,Na^2$ ou $\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{A}^2\,\dot{Na}^2$

Dioptaste. . . . . $\ddot{Si}\,\dot{Cu}\,\dot{H}$

Chabasie . . . . $\ddot{Si}_4\,\dddot{Al}^2\,\dot{Ca}\,\dot{H}_6$?

SYSTÈME DIPÉRIAXIQUE.

PARTICULES TÉTRAGONALES OU TÉTRAPRISME.

Calomel. . . . . $Cl^2\,Hg^2$

Matlockite. . . . . $Cl^{*}\,Pb,\ O\,Pb$

Stannine . . . . $S_4\,Cu_2\,Sn\,Fe$

Elasmose. . . . . $(S\,Te)_2\,(Au\,Pb)$

Kérasine . . . . $\ddot{C}\,\dot{P}b,\ Cl^{*}\,Pb$

Xénotime. . . . . $\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}\,\dot{Y}t_3$

Chalkolite . . . . $\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}\,\dddot{U}^{*}_2\,\dot{C}u\,\dot{H}_8$

Idocrase . . . . $\overset{\cdots}{Si}\,\overset{\cdots}{A}l_{1/3}\,\dot{C}a$ ou $\overset{\cdots}{Si}_2\,\overset{\cdots}{A}l^{*}\,\dot{C}a_3$?

Apophyllite . . . . $\overset{\cdots}{Si}_2\,\dot{C}a\,(\dot{H}^{*}\,\dot{K}^{*})_2$?

SYSTÈME RHOMBIQUE.

PARTICULES RHOMBOPRISMATIQUES.

Réalgar. . . . . $S\,As$

Pyrolusite . . . . $Mn\,O_2$

Manganite . . . . $\dot{H}^{*}\,\overset{\cdots}{M}n$

Leukopyrite . . . . $S_2\,Fe$

Arsénopyrite. . . . . $As_2\,Fe$

Mispikel . . . . $(S\,As)_2\,Fe$ ou $S\,As\,Fe$

Aragonite. . . . . $\ddot{C}\,\dot{C}a$

Strontianite . . . . $\ddot{C}\,\dot{S}r$

Barytocalcite (alstonite. Dlf.).. . . . $\ddot{C}\,(\dot{B}a\,\dot{C}a)$

Withérite . . . . $\ddot{C}\,\dot{B}a$

Céruse . . . . $\ddot{C}\,\dot{P}b$

Manganocalcite . . . . $\ddot{C}\,(\dot{C}a\,\dot{M}n_2)$

Lanthanite . . . . $\ddot{C}\,\dot{L}a\,3\dot{H}^*$

Arcanite . . . . $\dddot{S}\,\dot{K}^*$

Mascagnine . . . . $\dddot{S}\,\dot{A}m$

Karsténite . . . . $\dddot{S}\,\dot{C}a$

Célestine . . . . $\dddot{S}\,\dot{S}r$

Barytine . . . . $\dddot{S}\,\dot{B}a$

Anglésite . . . . $\dddot{S}\,\dot{P}b$

Brochantite . . . . $\dddot{S}\,\dot{C}u_4\,\dot{H}^*_3$ ou $(\dddot{S}\,\dot{C}u\,3\dot{H}^*\,\dot{C}u)$

Léadhillite . . . . $\dddot{S}\,\dot{P}b\,3\ddot{C}\,\dot{P}b$

Calédonite . . . . $3\dddot{S}\,\dot{P}b,\ 2\ddot{C}\,\dot{P}b,\ \ddot{C}\,Cu$

Nitre . . . . $\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{A}\,\dot{K}^*$

Azotate ammonique ou nitrammonite . . $\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{A}\,\dot{A}m$

Uranite . . . . $\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}\,(\dddot{U}^*_2,\dot{C}a)\,\dot{H}^*_{12}$

Ambligonite . . . .

Sternbergite . . . . $\overset{|||}{Fe}{}^*_2\,\overset{|}{A}g$

Dufrénosite . . . . $\overset{|||}{A}s^*\,\overset{|}{P}b_2$

Plumosite . . . . $\overset{|||}{S}b^*\,\overset{|}{P}b_2$

Freieslebenite . . . . $\overset{|||}{S}b^*\,(\overset{|}{P}b\,\overset{|}{A}g^*)_3$?

Géokonite . . . . $\overset{|||}{S}b^*\,\overset{|}{P}b_5$

Psathurose. . . . . $\overset{\cdot\,|||}{Sb}{}^{*}\overset{|}{Ag}{}^{*}_{6}$

Chivianite.. . . . . $\overset{|||}{Bi}{}^{*}_{2}(\overset{|}{Pb}\overset{|}{Cu})_{3}$

Hypersthène. . . . . $\ddot{Si}(\dot{Ma}.Fe)$?

Diaclasite. . . . . $\ddot{Si}(\dot{Ca}\dot{Ma}\dot{Fe})$

Enstatite. . . . . $\dddot{Si}_{2}\dot{Ma}_{3}$ ou $\ddot{Si}\dot{Ma}$

Mésotype (à base de soude). . . . $\dddot{Si}_{2}\dddot{Al}^{*}\dot{Na}^{*}\dot{H}^{*}_{2}$

Thomsonite. . . . . $\ddot{Si}_{2}\dddot{Al}^{*}\dot{Ca}\dot{H}_{2}$

Topaze . . . . Silicifluorure aluminique.

SYSTÈME CLINORHOMBIQUE.

PARTICULES CLINORHOMBOPRISMATIQUES.

Barytocalcite. . . . . $\ddot{C}\dot{B}$, $\ddot{C}\dot{Ca}$

Gay-Lussite. . . . . $\ddot{C}\dot{Na}^{*}$, $\ddot{C}\dot{Ca}$

Malachite. . . . . $\ddot{C}\dot{Cu}$, $\dot{H}^{*}\dot{Cu}$

Glaubérite. . . . . $\dddot{S}\dot{Na}^{*}$, $\dddot{S}\dot{Ca}$

Crocoïse. . . . . $\dddot{Cr}\dot{Pb}$

Lanarkite. . . . . $\dddot{S}\dot{Pb}$, $\ddot{C}\dot{Pb}$

Plagionite . . . . $\overset{|||}{Sb}{}^{*}_{2}\overset{|}{Pb}_{4}$

Pharmacolite. . . . . $\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{A}{}^{*}_{2}\dot{Ca}_{4}\dot{H}^{*}$, $5\dot{H}^{*}$

Grammatite . . . . $\dddot{Si}_{3}(\dot{Ma}_{3}\dot{Ca})$

Actinote . . . . $\dddot{Si}_3\,(\dot{Fe}_3\,Ca)$?

Hornblende . . . . $\dddot{Si}_3\,(Fe,\,\dot{Ca},\,\dot{Mn},\,Ma)_4$

Arfwedsonite . . . . $\dddot{Si}_3\,(Fe\,Mn)_4\,\dot{Na}^*$ ou K^* accidentels

Wollastonite . . . . $\dddot{Si}_2\,\dot{Ca}_3$

Grunérite. . . . . $\dddot{Si}_2\,\dot{Fe}_3$

Rhodonite. . . . . $\dddot{Si}_3\,\dot{Mn}_3$

Diopside . . . . $\dddot{Si}_2\,(\dot{Ca}\,\dot{Ma})_3$

Sahlite . . . . $\dddot{Si}_2\,(\dot{Ca}\,\dot{Ma}\,\dot{Fe})_3$

Augite . . . . $\dddot{Si}_2\,(\dot{Al}_{2/3}\,\dot{Fe}_{2/3}\,\dot{Fe}\,\dot{Ca})_3$

Achmite . . . . $\dddot{Si}_2\,\dot{Na}^*{}_3,\,2\dddot{Si}_2\,\dddot{Fe}^*$. ?

Diallage. . . . .

Pectolite . . . . $\dddot{Si}_2\,(\dot{Ca}\,\dot{Na}^*\,\dot{K}^*\,\dot{Na}^*)_3$

Orthose. . . . . $\dddot{Si}_4\;\dddot{Al}^*\,\dot{K}^*$

Thriphane . . . . $\dddot{Si}_2\,(\dddot{Al}^*)\,(\dot{Li}^*\,\dot{\Delta}^*)_3$

Sphène . . . . $\ddot{Si}_2\,\ddot{Ti}\,\dot{Ca}_2$

Laumonite . . . . $\ddot{Si}_4\,\dddot{Al}^*\,\dot{Ca}\,\dot{H}^*$

Brewstérite . . . . $\dddot{Si}_4\,\dddot{Al}^*\,(\dot{Sr}\,\dot{Ba})\,\dot{H}^*{}_5$

SYSTÈME TRIORTHAXIQUE.

PARTICULES ORTHOPRISMATIQUES.

Sylvanite. . . . . $Te_2\,(Au\,Ag^*)$

Wolfram . . . . $\dddot{W}\,(\dot{Fe}\,\dot{Mn})$

Pérowskite . . . . $\ddot{T}\,\dot{C}a$?

Niobite . . . . $\dddot{N}i\,(\dot{F}e\,\dot{M}n)$

Karsténite . . . . $\overset{|\cdot\cdot\cdot}{S}\,\dot{C}a$

Triplite. . . . . $\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}\,(\dot{M}n\,\dot{F}e)_4$?

Scorodite. . . . . $\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{As}\,\dddot{F}eH^*_2\,\dot{H}^*_2$

Péridot . . . . $\ddot{S}i\,(\dot{M}a_2\ldots)$

SYSTÈME MONOCLINAXIQUE.

PARTICULES KLINORTHOPRISMATIQUES.

Gypse. . . . . $\dddot{S}\,\dot{C}a\,\dot{H}^*_2$

Vivianite. . . . . $\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}\,\dot{F}e_3\,\dot{H}^*_8$

Erythrine. . . . . $\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{As}^*\,\dot{C}o_3\,\dot{H}^*_8$

Kermès. . . . . $\overset{|||}{Sb}^*_2\,\dddot{Sb}^*$

SYSTÈME CLINAXIQUE.

PARTICULES CLINOPRISMATIQUES.

Sulfate de Manganèse cristallisé à + 5° $\dddot{S}\,\dot{M}n\,\dot{H}^*_5$

Sulfate de cuivre . . . . $\dddot{S}\,\dot{C}u\,\dot{H}^*_5$

Disthène . . . . $\dddot{S}i_2\,\dddot{A}l^*_3$

Anorthite. . . . . $\ddot{S}i_2\,\dddot{A}l^*\,\dot{C}a$

Labradorite . . . . $\dddot{S}i_2\,\dddot{A}l^*\,(\dot{C}a\,\dot{N}a^*\,\dot{K}^*)$

Oligoclase . . . . $\dddot{S}i_3\,\dddot{A}l^*\,(\dot{N}a^*\,\dot{K}^*\,\dot{C}a)$

Albite. . . . . $\dddot{S}i_4\,\dddot{A}l^*\,\dot{N}a^*$

Axinite. . . . . Borosilicate alumino-calcaire.

II. — STRUCTURE PRISMATIQUE.

(A QUATRE AXES.)

Particules en hexaprismes.

SYSTÈME TRIPÉRIAXIQUE.

PARTICULES HEXAPRISMATIQUES.

Palladium. . . . . Pa

Iridosmine . . . . $Os\,Ir$

Grenockite . . . . $S\,Cd$

Covelline. . . . . $S\,Cu$

Antimonickel. . . . . $Sb\,Ni$

Chalcosine . . . . $S\,Cu_2$

Stromeyérine . . . . $S\,(Cu\,Ag^*)_2$

Cinabre. . . . . $S_2\,Hg$

Molybdénite . . . . $S_2\,Mo$

Pyrite magnétique . . . . $\overset{||}{Fe}\,\overset{|}{Fe}_6$

Pyrargyrite . . . . $\overset{|||}{Sb}\,\overset{|}{Ag^*}_3$

Polybasite . . . . $\overset{|||}{Sb}\,\overset{|}{Ag^*}_9$

Parisite. . . . . $\ddot{C}\,(\dot{C}e\,\dot{L}a\,\dot{D}d)$

Apatite	$(\dddot{P}\,\dot{C}a_3)_3\,(Fl^{*}\,Cl^{*})\,Ca$
Pyromorphite	$(\dddot{P}\,\dot{P}b_3)_3\,(Fl^{*}\,Cl^{*})\,Pb$
Vanadinite	$(\dddot{V}\,\dot{P})_3\,Cl^{*}\,Pb$
Pyrosmalite	an$[\dddot{S}i(\dot{F}e\,\dot{M}n)]_3\,Cl^{*}\,Fe$?
Chalkophyllite	$\dddot{A}s^{*}\,\dot{C}u_6\,\dot{H}^{*}_{12}$?

Willelmite	$\dddot{S}i\,\dot{Z}n_3$
Eudialyte	$(\dddot{S}i\,\dddot{Z}r)_4\,\dot{M}_3$
Émeraude, Aigue-Marine, Chrysobéryl	$\dddot{S}i_4\,\dddot{A}l^{*}\,\dddot{B}e$
Néphéline	$\dddot{S}i_9\,\dddot{A}l^{*}_2\,(\dot{N}a^{*}\,\dot{K}^{*})_2$?
Cancrinite	Néphéline et carbonate de chaux cristallisés ensemble
Alunite	$\dddot{S}i_4\,\dddot{A}l^{*}_3\,\dot{K}^{*}\,\dot{H}^{*}_6$
Mica à un axe	Composition incertaine.
Tourmaline	Composition incertaine.

SYSTÈME DIPÉRIAXIQUE.

PARTICULES EN PRISME HEXAÈDRE A DEUX ANGLES DROITS [1] ?

Wernérite	$\dddot{S}i_4\,\dddot{A}l^{*}_2\,\dot{C}a_3$

[1] Groupe établi par M. de Lafosse, et qui comprend la méionite, la paranthine, le dipyre, la conséranite, la humboldtilite, la sarcolite du Vésuve et la Gehlénite.

Ces substances ne présentent pas toujours des caractères suffisants pour que l'on puisse affirmer qu'elles appartiennent à ce groupe, au moins au point de vue de leur structure et de la forme de leurs particules. Il est d'ailleurs douteux qu'un prisme tétraédrique puisse être clivé sur deux de ses angles seulement, à moins que ces substances ne soient amphimorphiques.

SYSTÈME ORTHORHOMBIQUE.

PARTICULES EN PRISMES HEXAÈDRES SYMÉTRIQUES.

Discrase . . . . S Ag^{*}_{2}

Acide arsénieux prismatique. . . . $\dddot{As}^{*}$
Exitèle . . . . $\dddot{Sb}^{*}$
Orpiment. . . . . $\overset{|||}{As}^{*}$
Stibine . . . . $\overset{|||}{Sb}^{*}$
Bismuthine. . . . . $\overset{|||}{Bi}^{*}$

Zinkénite. . . . . $\overset{|||}{Sb}^{*}\,\overset{|}{Pb}$
Wolpbergite . . . . $\overset{|||}{Sb}^{*}\,\overset{|}{Cu}$
Wolchite . . . . $\overset{|||}{Sb}^{*}\,(\overset{|}{Pb}\,\overset{|}{Cu})$
Wittichénite. . . . . $\overset{|||}{Bi}^{*}\,\overset{|}{Cu}$
Nadelerz . . . . $\overset{|||}{Bi}^{*}\,(\overset{|}{Pb}\,\overset{|}{Cu})$
Jamesonite . . . . $\overset{|||}{Sb}^{*}\,\overset{|}{Pb}_{3/2}$

Dufrénite. . . . . $\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}\,Fe^{*}_{2}\,H_{3/2}$
Triphyline . . . . $\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot}{P}\,(\dot{Fe}^{*}_{2}\,\dot{Mn}\,\dot{Li}^{*})_{3}$
Diaspore . . . . $\dddot{Al}^{*}\,\dot{H}^{*}$
Gœthite. . . . . $\dddot{Fe}^{*}\,\dot{H}^{*}$

Cymophane. . . . . $\dddot{Al}^{*}\,\dddot{Be}^{*}$

Stilbites . . . .

Desmine . . . . $\dddot{Si}_4\,\dddot{Al}^*\,\dot{Ca}\,\dot{H}^*_6$

Epistilbite . . . . $\dddot{Si}_4\,\dddot{Al}^*\,\dot{Ca}\,\dot{H}^*_5$?

Cordiérite . . . . $\dddot{Si}_4\,\dddot{Al}^*_3\,\dot{Ma}_3$

Liévrite. . . . . Silicate de fer et de chaux à formule indéterminée.

SYSTÈME CLINORHOMBIQUE.

PARTICULES EN PRISME HEXAÈDRE INCLINÉ.

Acide borique. . . . . $\dddot{B}^*\,3\dot{H}^*$

Azurite . . . . $\ddot{C}_2\,\dot{Cu}_2\,\dot{H}^*$

Linarite. . . . . $\ddddot{S}\,\dot{Pb}\,\dot{Cu}\,\dot{H}^*$

Zoïsite (Epidote). . . . . $\dddot{Si}_3\,\dddot{Al}^*_2\,\dot{Ca}_3$

III. — STRUCTURE PYRAMIDALE.

(A SIX AXES.)

Particules dodécaédriques.

SYSTÈME ISOAXIQUE.

PARTICULES EN RHOMBODODÉCAÈDRES RÉGULIERS.

Diamant C

Fluorine . . . . $Fl^*\,Ca$

Salmiac. . . . . $Cl^*\,Am^*$

Litharge	$\dot{P}b$
Argyrose	$\overset{\mid}{A}g^{*}$
Blende	$\overset{\mid}{Z}n$
Alabandine	$\overset{\mid}{M}n$
Ziguéline	$O\,Cu_2$
Arsénite	$\dddot{A}s^{*}$
Sénarmonite	$\dddot{S}b^{*}$
Spinelle	$\dddot{A}l^{*}\ \dot{M}a$
Gahnite	$\dddot{A}l^{*}\ \dot{Z}n$
Hercinite	$\dddot{A}l^{*}\ (\dot{F}e\ \dot{F}e_{2/3})$
Pléonaste	$\dddot{A}l^{*}\ (\dot{M}a\ \dot{F}e)$
Aimant	$O_4\,Fe_3$
Franklinite	$(\dddot{F}e^{*}\ \dddot{M}n^{*})\ (\dot{Z}n\ \dot{F}e)$
Sidérochrôme (Eisenchrôme)	$O_4\,Cr_2\,Fe$
Koboldine	$S_4\,Co_3$
Siégénite	$S_4\,(Ni\ Co\ Fe)_3$
Panabase arsénifère (clivable en $12^{\text{èdre}}$).	$(S\ As^{*})_4\,(Cu\ Fe\ Zn\ Ag^{*})$
Panabase antimonifère (clivable en $8^{\text{èdre}}$).	$(S\ Sb^{*})_4\,(Cu\ Fe\ Zn\ Ag^{*})$
Phillipsite	$S_3\,Cu_2\,Fe$
Eulytine	$\dddot{S}i_3\,\dddot{B}i^{*}_2$
Grenat	$\dddot{S}i_2\,(\dddot{A}l^{*}\ \dddot{C}r^{*}\ \dddot{F}e^{*}\ \dddot{M}n^{*})\ (\dot{M}a\ \dot{C}a\ \dot{F}e\ \dot{M}n)_3$

Amphigène. . . . . $\ddot{Si}_4\ \dddot{Al}^2\ \dot{K}^2$

Sodalithe. . . . . $\ddot{Si}_2\ \dddot{Al}^2\ \dot{Na}^2,\ Cl^2\ Na^2$

Ittnérite. . . . . Silicate hydraté à formule incertaine.

Cancrinite (2e) G. R. . . . . Silicate d'alumine et de soude.

SYSTÈME DIPÉRIAXIQUE.

PARTICULES EN DODÉCAÈDRES QUADRATIQUES.

Rutile. . . . . $O_2\ Ti$

Cassitérite . . . . $O_2\ Sn$

Anatase. . . . . $O_2\ Ti$

Braunite . . . . $O_3\ Mn_2$

Hausmanite. . . . . $O_4\ Mn_3$

Chalkopyrite. . . . . $S_2\ (Cu\ Fe)$

Zircon . . . . $\dddot{Si}\ \dddot{Zr}^2$

Gismondine. . . . . $\ddot{Si}_2\ \dddot{Al}^2\ \dot{Ca}\ \dot{H}^2_4$

Mélinose . . . . $\dddot{Mo}\ \dot{Pb}$

Schéélite . . . . $\dddot{W}\ \dot{Ca}$

SYSTÈME TRIORTHAXIQUE.

PARTICULES EN DODÉCAÈDRES A COUPE RHOMBIQUE.

Soufre natif . . . . S

Pyrite blanche. . . . . $S_2 Fe$

Thenardite. . . . . $\dddot{S}\,\dot{N}a$*

RECHERCHES ANALYTIQUES

SUR UN MINÉRAL

CONTENANT DES CORPS PARTICULIERS

PAR J.-P. PRAT

PHARMACIEN A BORDEAUX

PREMIER MÉMOIRE.

Dans un voyage que je fis, il y a environ un an et demi, dans l'Ariége, je me livrai à quelques explorations minéralogiques, et parmi la nombreuse variété de minéraux que j'eus l'occasion d'examiner, il en est un qui fixa tout particulièrement mon attention. L'ayant soumis sur place à quelques essais, il me parut intéressant de chercher à connaître sa composition, sinon par une analyse complète, au moins par une analyse qualitative, et ce fut dans cette intention que j'en fis extraire une certaine quantité que j'emportai avec moi à mon retour à Bordeaux.

Mes premières expériences me mirent de suite sur la trace d'un métal dont les caractères des sels me parurent ne pas pouvoir se rapporter à aucun des sels formés par les métaux connus. Mais pendant longtemps je n'ai pu obtenir que de fort petites quantités de ce métal, en le précipitant de ses dissolutions par le zinc; de sorte que je n'ai pas encore tenté de le fondre, et qu'il m'a été par conséquent impossible d'étudier ses propriétés physiques, lesquelles, jointes aux propriétés chimiques, pourraient indubitablement indiquer si c'est réellement un nouveau métal.

Poursuivant mon entreprise, sans prévoir à quel point serait longue et pénible la tâche que je m'imposais, je ne tardai pas à me trouver en présence de quatre oxydes particuliers, dont un,

par la grande analogie qu'il a avec l'alumine, pouvait être parfaitement confondu avec cette dernière base, d'autant plus qu'elle l'accompagne; mais, grâce à la grande quantité que j'en ai obtenue, j'ai pu constater nettement des caractères distinctifs entre ces deux bases et me préserver de cette erreur.

D'autres complications sont encore venues entraver la marche de ce travail, au point que je n'aurais pas eu même la force de le poursuivre jusqu'à ce jour, si je n'avais pas jugé de l'importance des questions qu'il soulève, celles de savoir si les corps que je n'ai pu déterminer sont des métaux nouveaux.

Mon intention, en publiant ce premier Mémoire, étant uniquement de prendre date, je ne juge pas encore utile d'entrer dans les détails géologiques qui peuvent se rattacher à la nature du terrain où gît le minéral en question; je me bornerai donc à dire qu'il existe en couches sur une vaste étendue, lesquelles doivent atteindre une profondeur assez considérable, car j'ai fait creuser jusqu'à cinq mètres sans arriver à en trouver la base.

Les points où ces couches commencent à se montrer sont situés à 1,200 mètres au-dessus de l'Océan, et sur les deux versants d'une gorge appelée *Col-de-Port,* qui sépare deux grandes vallées, dont l'une faisait partie du comté de Foix et l'autre du Couserans. Ces couches sont traversées de distance en distance par des roches de quartz qui viennent affleurer le sol. A côté de ces roches, on trouve des petits filons de pyrite de fer presque compacte, qu'il n'est pas rare de rencontrer aussi en amas et alors mieux cristallisée.

Le minéral se présente là, tantôt en masses noires, denses, formées par l'agglomération de lamelles brillantes, d'un aspect graphitoïde, friables et tachant les doigts à la manière du graphite; tantôt en blocs compactes, durs, à surface lisse et douée d'un certain éclat métallique. La cassure de ces blocs présente assez souvent des veinules de quartz et des rognons de pyrite de fer.

A mesure que l'on suit la couche en descendant, et surtout dès qu'on arrive au terrain calcaire, on observe que la matière tend de plus en plus à prendre l'aspect schistoïde : elle devient moins noire, moins brillante et moins dense, au point que, devant cette différence physique, on pourrait croire que la couche n'est plus la même, si par l'inspection des lieux, je ne m'étais assuré qu'elle

s'étend sans interruption du haut du Col-de-Port jusqu'aux bas-fonds des deux vallées dont j'ai parlé précédemment. Là, cette matière est désignée dans le pays sous le nom de *seiche,* qui signifie schiste. Il n'est pas rare de rencontrer çà et là des rognons fossiles englobés dans les couches des bas-fonds.

L'analyse comparative de deux échantillons pris aux points extrêmes de la couche indique que la matière noire que j'appellerai ici *graphitoïde,* ne diffère pas essentiellement de la matière *schistoïde,* mais que celle-ci est une modification de l'autre.

Composition du minéral graphitoïde.

Sulfure de fer;
— d'un métal que je désignerai provisoirement par la lettre A;
— d'un autre métal B;
Oxyde d'un métal C;
— d'aluminium;
Acide silicique.

Quelques échantillons contiennent en outre du carbonate de chaux et quelques faibles traces de cuivre; dans ce cas, l'oxyde du métal C est carbonaté.

Bien que ce tableau représente exactement tous les corps qui constituent le minéral à la naissance de la couche, je ne pense pas qu'il y ait à y revenir, parce que je ne me suis particulièrement occupé de cette analyse qu'au point de vue de la séparation des corps qui m'ont paru offrir un véritable intérêt. Ainsi, je ne sais pas au juste si l'alumine existe à l'état de silicate, malgré que la majeure partie de la silice soit à l'état libre, ce qui est, d'ailleurs, fort peu important à savoir.

Traitement du minéral graphitoïde.

En soumettant ici les moyens à l'aide desquels j'ai opéré la séparation des corps qui constituent ce minéral, je suis loin de prétendre donner à suivre une méthode rationnelle, définitive, laquelle ne saurait être basée que sur la connaissance parfaite de l'ensemble des propriétés des corps que j'ai désignés par A, B, C; or, n'ayant pas encore acquis cette connaissance, je vais simplement indiquer, en attendant, les procédés de séparation qui m'ont le mieux réussi.

Cette matière ne peut être avantageusement traitée par la voie

humide, si elle n'a été préalablement grillée. A cet effet, on la réduit en poudre fine et on la maintient à la température rouge blanc, dans un têt à rôtir, jusqu'à ce que le dégagement d'acide sulfureux ait complètement cessé, ce qui, du reste, est indiqué par la couleur de la poudre qui, de noire qu'elle était d'abord, est devenue d'un blanc rougeâtre. Cette poudre, ainsi transformée, est réduite en pâte au moyen de l'acide sulfurique concentré; on étend ensuite cette pâte en couches d'environ deux centimètres sur de larges têts à rôtir que l'on chauffe après jusqu'à ce que la pâte se soit complètement solidifiée dans toutes ses parties, ce qui n'a lieu que vers le rouge sombre. Après le refroidissement de la matière, on la réduit en poudre fine, que l'on traite à plusieurs reprises par l'eau et que l'on porte chaque fois à l'ébullition. On réunit ensuite les liqueurs et l'on filtre pour obtenir, d'une part, un résidu insoluble contenant : de la silice, de l'alumine et de l'oxyde de fer (1); et, d'autre part, une dissolution encore acide, d'un vert émeraude, contenant :

Sulfate d'oxyde de fer magnétique;
— d'alumine;
— double du métal C et d'alumine, ou alun de l'oxyde C;
— d'oxyde du métal A;
— id. du métal B.

En évaporant cette dissolution jusqu'à consistance voulue sans saturer l'acide libre, l'alun de l'oxyde C, étant le moins soluble de ces sels, cristallise avec la plus grande facilité en octaèdres réguliers par le refroidissement de la liqueur.

Si, au lieu de procéder ainsi, on saturait l'excès d'acide soit par la potasse, soit par l'ammoniaque, on obtiendrait à la fois des cristaux d'alun de l'une ou l'autre base et d'alun de l'oxyde C, ce qu'on doit essentiellement éviter, car leur séparation me paraît presque impossible.

Lorsque l'eau mère ne peut plus fournir des cristaux du nouvel alun, on la traite à plusieurs reprises par une dissolution concentrée de sulfate d'ammoniaque; il se forme de l'alun ammoniacal

(1) Si l'échantillon de minéral, sur lequel on a opéré, contenait du carbonate de chaux, le résidu en question contiendrait nécessairement en plus du sulfate de la même base.

qui se précipite en petits cristaux. La liqueur se trouve ainsi débarrassée de la plus grande partie de l'oxyde C et de l'alumine; il ne reste plus qu'à l'étendre d'eau et à y plonger une lame de zinc qui précipite les métaux A et B sous forme de poudre noire d'abord; mais, dès que l'acidité de la liqueur est détruite par le zinc, celle-ci se colore en brun, puis se trouble et abandonne un dépôt de sous-sels et de poudre métallique, tantôt d'une couleur brune purpurine, tantôt sous forme de poudre blanche. Il sera question de ces produits plus loin.

L'alun de l'oxyde C obtenu directement comme je viens de l'indiquer, n'est pas pur; il contient, comme les aluns alcalins, beaucoup d'eau de cristallisation, laquelle retient nécessairement quelque peu des sels dissous dans la liqueur mère; ce n'est qu'après cinq ou six cristallisations successives que l'on parvient à le purifier complètement.

Ce sel offre absolument tous les caractères physiques de l'alun de potasse et une bonne partie même de ses caractères chimiques, de telle sorte qu'on pourrait aisément confondre ces deux sels. Mais lorsqu'on traite une dissolution du nouvel alun par les carbonates alcalins, de façon à verser plutôt moins que plus de précipitant, on obtient un mélange d'hydrate d'alumine et de carbonate d'oxyde C également très hydraté. Ce précipité est d'abord lavé à grande eau, puis desséché et calciné au rouge, et enfin lavé de nouveau jusqu'à ce que les eaux de lavage ne précipitent plus par les sels de baryte.

En versant un acide étendu sur ce mélange, et de préférence l'acide chlorhydrique, on décompose le carbonate d'oxyde C et l'alumine reste insoluble.

La liqueur filtrée contient un sel pur de l'oxyde C que l'on peut obtenir cristallisé en évaporant lentement jusqu'à pellicule.

On peut retirer encore une certaine quantité d'oxyde C du minéral, quand celui-ci contient du carbonate de chaux dont il faut le débarrasser avant de le soumettre au traitement que je viens de décrire, afin d'éviter ainsi les dépôts de sulfate de chaux dans les liqueurs, ce qui constitue un véritable inconvénient. Pour cela, on traite directement le minéral non grillé, mais réduit en poudre par l'acide chlorydrique à froid, et lorsque le dégagement d'acide carbonique a complétement cessé, on filtre le tout pour obtenir

une dissolution contenant des chlorures : de fer au minimum, de calcium et du métal C.

Pour séparer ces corps, on fait d'abord bouillir la liqueur avec un peu d'acide azotique pour transformer le sel ferreux en sel ferrique, puis on sature l'excès d'acide par l'ammoniaque et on précipite complétement le fer par le ferro-cyanure de potassium. La liqueur filtrée est ensuite traitée par l'ammoniaque, sans excès, qui ne précipite que l'oxyde C à l'état d'hydrate et laisse le sel de chaux en dissolution. L'oxyde C est lavé et desséché avec soin, puis lavé de nouveau jusqu'à ce que les eaux de lavage ne précipitent plus par l'azotate d'argent. Ainsi préparé, l'oxyde C s'est un peu carbonaté par son exposition à l'air, mais il n'en est pas moins propre à la préparation des sels.

Les sels de l'oxyde C sont tous blancs, cristallisables; le sulfate est moins soluble dans l'eau que le sulfate de potasse. Traités par les réactifs, ils donnent lieu aux réactions suivantes :

Potasse, précipité blanc hydraté insoluble dans un excès;
Ammoniaque, même réaction;
Carbonates alcalins, précipité blanc hydraté;
Bi-carbonates, id. id id id. de bi-carbonate;
Sulfures alcalins, précipité blanc hydraté sans dégagement d'acide sulfhydrique;
Phosphate et arséniate alcalins, précipités blancs hydratés;
Sulfates solubles, léger trouble dans les liqueurs étendues;
— précipité blanc dans les liqueurs concentrées;
Acide hydro-fluo-silicique, léger précipité dans les liqueurs concentrées seulement;
Ferro et ferri-cyanures de potassium et Oxalate d'ammoniaque............ } pas de précipité.

Ainsi que l'on peut le voir, ces caractères ne peuvent être appliqués à aucun des métaux alcalins ni alcalino-terreux, et cependant l'oxyde en question tient à la fois de la nature des oxydes alcalins, puisque, comme eux, il est susceptible de former un alun, et des alcalino-terreux, puisqu'il est insoluble de même que son carbonate.

Le moment est venu de reprendre la question de la précipitation des métaux A et B par le zinc de la liqueur mère.

Je ferai remarquer de suite que le métal A se dépose le pre-

mier sur le zinc et y adhère, de sorte que l'on peut de temps à autre le détacher en lavant les lames de zinc dans l'eau; tandis que le métal B se précipite au sein de la liqueur sans adhérer au zinc : cette séparation commence au moment où la liqueur, de verte qu'elle était d'abord, se décolorant ensuite à mesure que le métal A se fixe sur le zinc, se colore de nouveau en brun, couleur qui est due au sel d'oxyde de fer magnétique; à ce moment encore, il se précipite des sous-sels des deux métaux en question, ainsi que je l'ai dit précédemment.

La séparation de ces divers corps était pour moi très difficile dans le principe; mais elle est devenue aussi simple que nette depuis que j'ai employé la méthode suivante :

On laisse agir le zinc dans la liqueur mère sans recueillir le métal A; quand son action a cessé complétement, on lave les lames dans la liqueur même, en évitant de les racler, et on filtre la liqueur sur un papier Berzélius; le précipité étant bien lavé, puis desséché sur le filtre même, est calciné au rouge vif pour brûler complétement le filtre. On traite ensuite le résidu par un excès d'acide chlorhydrique qui le dissout complétement, et on a une liqueur d'un beau vert, semblable aux dissolutions des sels de Nickel, laquelle contient, en outre des chlorures A et B, une petite quantité de chlorure ferreux que l'on fait passer au maximum en versant dans la liqueur bouillante une quantité suffisante d'acide azotique. On verse ensuite dans cette liqueur un excès d'ammoniaque qui opère la dissolution de l'oxyde A, tandis que l'oxyde B et l'oxyde ferrique se précipitent à l'état d'hydrates que l'on sépare par filtration.

La dissolution ammoniacale de l'oxyde A est d'une belle couleur azurée, ce qui pourrait faire croire qu'elle contient quelque peu de cuivre; mais je me suis assuré que cette couleur est uniquement produite par l'oxyde en question, et il est même à remarquer que, quelle que soit la quantité de l'oxyde dissous, la couleur n'augmente pas d'intensité d'une manière marquée. Pour retirer cet oxyde, il suffit de traiter sa dissolution ammoniacale par le sulfure de sodium qui précipite complétement le métal à l'état de sulfure, comme cela a lieu pour le cuivre. Ce sulfure, recueilli et lavé avec soin, est traité par l'acide azotique en excès. Le tout filtré donne une dissolution d'un beau vert émeraude, laquelle, soumise ensuite

à une évaporation ménagée, laisse cristalliser l'azotate en petit cristaux bleu clair. Si on essaie de dissoudre ce sel dans l'eau, il se décompose en sel basique qui est blanc et en sel acide légèrement verdâtre qui reste dissous.

Une dissolution concentrée de chlorure offre aux réactifs les caractères suivants :

Potasse, précipité blanc azuré hydraté insoluble dans un excès du précipitant;
Ammoniaque, même précipité très soluble dans un excès;
Carbonates alcalins, précipité blanc azuré d'hydrate d'oxyde, accompagné d'un dégagement d'acide carbonique;
Ferro-cyanure de potassium, précipité rouge rosé hydraté et insoluble dans un grand excès de précipitant;
Ferri-cyanure de potassium, précipité jaune sale;
Iodure de potassium, précipité jaune sale;
Chromate de potasse, précipité jaune dans les liqueurs concentrées;
Acide sulfhydrique, coloration brune d'abord, puis précipité jaune fauve;
Sulfures alcalins, précipité jaune fauve;
Tannin, précipité jaune verdâtre foncé;
Fer et zinc, précipité noir métallique.

L'oxyde du métal A, résultant de la calcination de l'azotate, est d'un brun jaunâtre; soumis à l'action d'un courant d'hydrogène au rouge, il se réduit totalement et laisse le métal sous la forme d'une poudre grise, ne décomposant pas l'eau à la température ordinaire et s'aggrégeant très facilement par la percussion en prenant l'éclat métallique, ce qui est un indice de malléabilité. L'acide azotique l'attaque vivement; chauffé au contact de l'air, il s'oxyde seulement à partir du rouge vif.

L'oxyde hydraté du métal B qui a été précipité par l'ammoniaque avec le sesquioxyde de fer, étant soluble dans la potasse caustique, est traité par cette base, après avoir été préalablement lavé; le fer reste insoluble, et on n'a plus qu'à filtrer la liqueur pour le séparer.

En saturant exactement l'alcali par l'acide chlorhydrique, l'oxyde B se précipite à l'état d'hydrate que l'on lave abondamment. Cette hydrate retenant l'eau assez fortement, il est indispensable de le dessécher et de le calciner ensuite pour le laver de nouveau

jusqu'à ce que les eaux de lavage ne se précipitent plus par l'azotate d'argent. Ainsi obtenu, il est pur de tout corps étranger.

Le métal B a la propriété de former deux oxydes également salifiables. Ainsi, quand on dissout l'oxyde préparé comme je viens de l'indiquer dans l'acide sulfureux, on obtient une liqueur presque incolore de sulfate de protoxyde qui est cristallisable. Ce sel est d'un blanc légèrement verdâtre; exposé longtemps à l'air, il devient vert, et si alors on le dissout dans une certaine quantité d'eau, il donne une liqueur d'un beau bleu clair qui ne change plus au contact prolongé de l'air. Cette liqueur évaporée de nouveau reproduit le sel vert, lequel colore encore l'eau en bleu.

Le chlorure et l'acétate du protoxyde B se comportent de la même manière. Mais, si au lieu de dissoudre l'oxyde dans l'acide sulfureux, on le traite par l'acide azotique, on obtient une dissolution d'un très beau jaune qui donne par une évaporation ménagée des cristaux jaunes d'azotate. Avec ces données, il m'a été facile de préparer plusieurs sels au minimum et au maximum, et de soumettre leurs dissolutions aux réactifs; voici les résultats que j'ai obtenus.

Caractères des sels de l'oxyde B au minimum.

Sels blancs avec une légère teinte verdâtre, saveur styptique, désagréable, se colorant en vert au contact de l'air et décomposables par la chaleur rouge vif.

Potasse, précipité blanc hydraté soluble dans un excès;
Ammoniaque, même précipité insoluble dans un excès;
Carbonates alcalins, même précipité accompagné d'un dégagement d'acide carbonique;
Ferro-cyanure de potassium, précipité vert pré;
Ferri-cyanure id. id. vert jaunâtre;
Iodure alcalin, coloration rose, la liqueur exposée à l'air précipité en rose clair;
Chromate alcalin, pas de précipité;
Sulfure alcalin, précipité blanc sale, soluble dans un excès;
Tannin, précipité vert foncé;
Per-manganate de potasse, décoloration, la liqueur devient jaune;
Phosphate et arséniate alcalin, précipités blancs;
Oxalate d'ammoniaque, pas de précipité;
Fer et zinc précipité noir extrêmement divisé qui n'adhère pas à ces métaux, mais plutôt au fond et sur les parois du vase.

Caractères des sels de l'oxyde B au maximum.

Sels d'un beau jaune cristallisables, saveur styptique, réaction acide; le chlorure desséché complétement devient rouge quand on vient à le chauffer vers 150°. Aucun des autres sels ne résiste à l'action de la chaleur.

Traités par les réactifs, ils donnent lieu aux réactions suivantes :

Potasse, précipité blanc jaunâtre soluble dans un excès;
Ammoniaque, même précipité insoluble dans un excès;
Carbonates alcalins, même précipité accompagné d'un dégagement d'acide carbonique;
Ferro-cyanure de potassium, vert pré;
Ferri-cyanure id. vert jaunâtre;
Iodure alcalin, précipité brun;
Chromate alcalin, précipité jaune;
Sulfure de sodium, même précipité que dans les sels au minimum, mais suivi d'un dégagement d'acide sulfhydrique;
Tannin, précipité vert foncé;
Acide sulfureux, la liqueur jaune d'abord, devient verte et puis se décolore;
Phosphate et arséniate alcalin, précipités blancs;
Oxalate d'ammoniaque, pas de précipité;
Fer et zinc, même précipité que dans les sels au minimum.

Le protoxyde du métal B est d'un blanc verdâtre, l'autre est d'un jaune clair, et l'un et l'autre sont facilement réductibles par l'hydrogène; ils donnent dans ce cas une poudre brune que je n'ai pu encore suffisamment examiner pour en dire quelque chose de plus que ce qui suit : c'est qu'elle s'agrége par la percussion et prend le brillant métallique.

Quant au résidu insoluble du minéral traité comme je viens de le décrire, on peut s'assurer qu'il ne renferme plus que de l'alumine, de la silice et du fer.

Pour cela, on le mélange avec le triple de son poids de carbonate de soude desséché, et on calcine le tout jusqu'à fusion complète, ce qui n'a lieu qu'à la température blanche. En réduisant la matière en poudre grossière et la traitant par l'eau, on a une

dissolution fortement alcaline contenant du silicate et de l'aluminate de soude : l'oxyde de fer constitue le résidu si le minéral ne contient pas de chaux.

Composition du minéral gris schistoïde.

Carbonate de chaux ;
— de cuivre (en faible quantité) ;
— d'un métal que je désignerai provisoirement par la lettre D ;
Oxyde d'aluminium ;
— de fer ;
— d'un métal E ;
Silicate d'alumine et silice libre.

TRAITEMENT.

Cette matière peut être directement traitée par la voie humide comme par la voie sèche.

Voie humide.

Le minéral réduit en poudre fine étant traité à froid par le double de son poids d'acide azotique à 20°, il se manifeste une vive effervescence due à un dégagement d'acide carbonique. Quand cette effervescence est apaisée, on chauffe le tout, d'abord avec précaution, afin d'éviter le dégagement subit de bioxyde d'azote, puis on fait bouillir pendant un certain temps, tant pour peroxyder le fer que pour chasser en partie l'excès d'acide ; je dis en partie parce qu'il est encore nécessaire que la liqueur reste suffisamment acide pour que tout le fer puisse être maintenu en dissolution.

Il est bon de faire remarquer de suite que l'acide azotique n'agit qu'environ sur un tiers du minéral : la partie non attaquée reste sous forme de poudre noire que l'on sépare par filtration et dont il sera question plus loin. La dissolution azotique filtrée contient : 1° du sesquioxyde de fer ; 2° de la chaux ; 3° du cuivre ; 4° de l'oxyde D ; 5° enfin de l'oxyde E.

Séparation de la chaux. — On peut précipiter exactement à la fois les oxydes de fer, de cuivre et des métaux D et E au moyen de l'ammoniaque en évitant de verser un excès de cette base ; la chaux restant en dissolution est séparée par filtration, et celle qui retient l'eau d'hydratation du précipité, par

les lavages de celui-ci à grande eau et que l'on dessèche après.

Séparation du cuivre et du métal D. — Si on délaie ce précipité, contenant les quatre oxydes, dans l'ammoniaque, cette base opère à la fois la dissolution du cuivre et de l'oxyde D, tandis que les oxydes de fer et du métal E restent insolubles sur le filtre.

Séparation du cuivre. — La dissolution ammoniacale des deux oxydes est bleue, comme si elle ne contenait que du cuivre.

Si, après l'avoir exactement saturée, on la traite par le sulfhydrate d'ammoniaque, on obtient la précipitation complète du cuivre et du métal D à l'état de sulfure, que l'on recueille et lave avec soin. On les transforme ensuite en sulfates ou en azotates, et ces derniers ensuite mélangés avec le charbon (pour les azotates après calcination préalable), étant chauffés au rouge vif, laissent un mélange intime des deux métaux réduits. Enfin, en faisant agir sur ce mélange de l'acide azotique étendu, le cuivre seul se dissout à la température ordinaire : cet acide n'attaque le métal D qu'à l'aide de la chaleur, à moins qu'il ne soit monohydraté.

Séparation de l'oxyde ferrique. — En faisant agir sur le reste du précipité primitif, qui ne contient plus que de l'oxyde ferrique et de l'oxyde E, une dissolution de soude caustique, cette base dissout l'oxyde E et laisse l'oxyde ferrique.

Quant à la poudre noire qui a résisté à l'action de l'acide azotique, elle contient encore un peu d'oxyde de fer, de l'alumine, du silicate d'alumine et une certaine quantité d'oxyde E. Ce résidu, chauffé avec de l'acide sulfurique concentré, n'est attaqué qu'en partie : de l'alumine, des oxydes de fer et du métal E, se dissolvent. La poudre noire qui reste est inattaquable par les agents les plus énergiques de la voie humide. Mais si, après l'avoir lavée et desséchée, on la mélange avec de la potasse caustique et que l'on chauffe le tout à la température blanche, on trouve au fond du creuset une masse vitreuse jaune ou verte qui n'est autre chose que du silicate et de l'aluminate de potasse colorés par quelques traces de fer.

Voie sèche.

En mélangeant le minéral en poudre fine avec six fois son poids de carbonate de soude anhydre, et chauffant le tout, dans un bon creuset, à la température blanche pendant environ une

demi-heure, on trouve après refroidissement au fond du creuset une matière jaune-verdâtre, vitreuse.

Cette matière est grossièrement pulvérisée et traitée ensuite par l'eau qui dissout le silicate et l'aluminate de soude avec tout l'oxyde E que contient le minéral, et laisse un résidu que l'on sépare par décantation de la liqueur alcaline, lequel contient justement tous les corps que l'acide azotique dissout en traitant le minéral directement par ce corps, comme je l'ai dit précédemment.

En versant dans cette dissolution alcaline la quantité nécessaire d'acide sulfurique pour saturer à la fois la soude, l'alumine et l'oxyde E, on précipite la silice à l'état gélatineux, et on la sépare d'abord en jetant le tout sur une toile serrée et en exprimant le résidu, puis en filtrant la liqueur au papier. Cette liqueur contient deux sulfates doubles, à savoir : un alun de soude et un sulfate double de soude et d'oxyde E. En la soumettant à l'évaporation jusqu'à la consistance voulue, elle abandonne par le refroidissement des cristaux prismatiques de ce dernier sel, tandis que l'alun de soude qui, comme on le sait, est très soluble dans l'eau, reste en dissolution dans l'eau mère. Quelques cristallisations sont encore nécessaires pour purifier complétement ce sel double.

Il est bon d'expliquer pourquoi j'emploie de préférence la soude à la potasse dans les opérations précédentes : c'est que la potasse formant un alun qui est si facilement cristallisable rendrait la séparation de l'oxyde E d'avec l'alumine, sinon impossible, du moins extrêmement difficile, vu surtout la communauté de solubilité de ces deux bases dans les alcalis caustiques, tandis que par l'emploi de la soude la séparation de ces deux corps est assez facile : elle est fondée, comme on le voit, sur la facilité avec laquelle cristallise le sel double de soude et d'oxyde E, et sur la grande solubilité de l'alun sodique.

Le sulfate double en question, purifié par des cristallisations successives, peut servir de suite à la préparation du carbonate E. A cet effet, on traite une dissolution de ce sel par une autre de carbonate de soude, en évitant soigneusement de verser un excès de précipitant; on obtient ainsi un précipité blanc très hydraté du carbonate E, lequel retient très fortement l'eau. Ce carbonate une fois lavé et desséché, doit être réduit en poudre fine et lavé de nouveau jusqu'à ce que les eaux de lavage ne précipitent plus par

le chlorure de baryum; ce n'est qu'alors, on le conçoit, qu'il est propre à donner des sels purs.

Les sels de l'oxyde E sont blancs, à l'exception du sulfure qui, à l'état anhydre, est rouge, et vert foncé à l'état d'hydrate. Leur réaction est acide; leur saveur, d'abord peu sensible, devient fortement astringente; ils ne sont complétement décomposables qu'au rouge vif.

Caractères aux réactifs.

Potasse, précipité blanc très hydraté, soluble dans un excès de précipitant;

Ammoniaque, même réaction; le précipité n'est soluble que dans un très grand excès.

Carbonates alcalins, précipité blanc très hydraté de carbonate;

Bi-carbonate alcalin, même réaction suivie d'un dégagement d'acide carbonique;

Phosphate et arséniate alcalins, précipités blancs;

Sulfures alcalins, précipité vert foncé devenant complètement blanc au contact prolongé de l'air;

Acide hydro-fluo-silicique, précipité blanc;

Ferro-cyanure et ferri-cyanure de potassium, tannin, chromate de potasse, oxalate d'ammoniaque et acide sulfhydrique, pas de précipité.

Les sels du métal E calcinés avec une petite quantité d'azotade de cobalt, à la manière des sels d'alumine, produisent, dès le rouge blanc, une magnifique couleur violette, laquelle ne peut exister qu'à cette température. C'est justement sur l'instabilité de cette couleur que peut être fondé le caractère le plus distinctif du métal E; en effet, cette couleur violet intense au rouge passe au violet rose par le refroidissement, et pâlit encore lentement jusqu'à s'arrêter au blanc rosé. L'eau active cette décoloration. Cette propriété permet de reconnaître facilement si les sels du métal E, sont complétement débarrassés d'alumine, laquelle, dans ce cas, formerait un composé d'un beau bleu très stable, même dans l'eau, comme on le sait; or, la couleur violette de l'oxyde E se détruisant au contact de l'eau, il est aisé de découvrir s'il y a des points bleus dans la masse ainsi décolorée. Il n'est pas inutile d'ajouter que le composé violet en question une fois décoloré conserve la propriété de se colorer indéfiniment, c'est à dire autant de fois qu'on le chauffe.

Oxyde du métal E.

Les quelques indications que j'ai données au sujet de la préparation du carbonate E trouvent encore leur application dans la purification de l'oxyde une fois qu'on l'a précipité par l'ammoniaque.

Ce corps est une poudre blanche, insipide, assez dense; il paraît avoir une grande tendance à former des sels doubles. Lorsqu'il a été fortement calciné, il se dissout très difficilement dans les acides en général, mais excepté dans l'acide sulfurique qui le dissout complétement, si ce n'est à froid toujours à chaud. Cet oxyde est réductible par l'hydrogène et par le charbon à une température élevée.

Sels du métal E.

Les sels, dont l'acide est volatil, ne sont cristallisables qu'avec un excès d'acide. Les dissolutions neutres étant soumises à une évaporation trop rapide, perdent une partie de leur acide et laissent en quelque sorte des sous-sels de consistance sirupeuse et incristallisable. En continuant cette évaporation, on finit par dessécher complétement ces sels, qui se présentent alors sous forme de masses spongieuses, très légères, insipides, mais très hygrométriques. Le chlorure, l'azotate et l'acétate sont dans ce cas.

Lorsqu'on mélange l'oxyde E avec du charbon et qu'on chauffe le tout dans un tube de porcelaine en y dirigeant un courant de chlore, l'oxyde se transforme en chlorure anhydre, lequel se volatilise au rouge blanc en produisant des vapeurs blanches extrêmement épaisses. Ce chlorure est grisâtre, d'une saveur fortement astringente et très hygrométrique.

Je n'ai pu savoir s'il a la propriété de cristalliser par sublimation.

Le sulfate est, de tous les sels de l'oxyde E, le plus facile à obtenir parfaitement cristallisé, au moyen du carbonate; il est assez soluble dans l'eau, insoluble dans l'alcool et contient de l'eau de cristallisation.

Malgré la bonne quantité que j'en ai préparée, je n'ai pu encore exactement déterminer dans quel système cristallise ce sel.

Si on l'expose, préalablement desséché, à l'action d'un courant d'hydrogène et à la température rouge vif, il se décompose et laisse une masse rouge fondue qui n'est autre chose que le sulfure anhydre du métal E. Ce sulfure est très altérable à l'air ; mis en contact avec l'eau, il se transforme aussitôt en sulfure hydraté qui est vert foncé.

Métal E.

L'oxyde, réduit par le charbon, ou ce qui est mieux par l'hydrogène, donne une poudre gris noir, fort dure, et qui, en raison de cette dureté, ne peut prendre facilement l'éclat métallique, lorsqu'on la triture entre des corps durs et polis.

Cette poudre métallique ne s'agrège que très faiblement par la percussion, ce qui semble annoncer le peu de malléabilité du métal.

Ce corps, chauffé au contact de l'air, commence à s'oxyder seulement au rouge vif, et c'est en le maintenant à cette température qu'on le transforme complétement en oxyde. En prenant un poids donné de métal réduit par l'hydrogène, et le chauffant ainsi au contact de l'air, on peut après constater une augmentation de poids.

Quand on chauffe cette poudre métallique, à l'abri de toute cause oxydante, et à la température qui détermine la fusion du fer, on la retire du creuzet telle qu'on l'a mise : elle ne s'agrège même pas à cette température.

J'ai tenté de nouveau la fusion dans les conditions suivantes : 30 grammes d'oxyde ont été mélangés intimement avec du noir de fumée et le tout lié en masse homogène au moyen d'une huile. Cette masse a été logée ensuite dans un creuset de platine muni de son couvercle, et le tout pesait 76 grammes 50 centigrammes, soit 45 grammes la pâte et 31 grammes 50 le creuset de platine couvert.

Ce dernier ainsi garni a été placé dans un second creuset en terre réfractaire et brasqué, lequel a été chauffé ensuite graduellement, dans un excellent fourneau à vent, jusqu'à une température d'environ 1700 ou 1800° qui a été soutenue pendant trois heures.

Le lendemain, j'ai trouvé, à ma grande surprise, le creuset de platine complètement fondu, et j'ai cru tout d'abord qu'il avait fondu seul. Mais après avoir recueilli les culots et les petits globules de métal fondu disséminés dans le charbon, je les ai pesés ensemble, et leur poids total s'est élevé à 46 80, ce qui m'a indiqué de suite que les 31 grammes 50 centigrammes de platine s'étaient combinés avec 15 grammes 30 centigrammes de métal E.

Cet alliage ressemble assez à de l'antimoine; il est cristallisé, ce qui prouve que la combinaison des deux métaux s'est accomplie dans des proportions définies; il est très dense, en raison du platine qu'il contient sans aucun doute; on peut le pulvériser dans un mortier aussi facilement que l'antimoine et le bismuth.

L'acide azotique monohydraté n'exerce pas d'action sensible sur cet alliage en poudre très fine; mais le concours simultané de ce même acide et de l'acide sulfurique concentré opère à chaud la dissolution totale du métal E, et laisse le platine intact.

Cette dissolution possède absolument tous les caractères que présentent aux réactifs les sels du métal et de l'oxyde E, et dont j'ai donné le détail précédemment.

Le moment n'est pas venu d'émettre mon opinion sur la nature des divers corps que je viens de décrire brièvement. En m'abstenant donc de toute conclusion formelle, je dirai seulement en terminant que j'ai apporté le plus grand soin dans la préparation comme dans la purification des corps que j'ai décrits dans ce travail, afin de pouvoir scrupuleusement en constater les caractères respectifs et de les signaler sûrement ensuite. J'ajouterai enfin qu'après un examen comparatif, les caractères chimiques des sels des métaux en question ici ne m'ont pas paru pouvoir s'appliquer à aucun des sels des métaux connus.

PREMIÈRE NOTE

SUR LE PRINCIPE SUCRÉ

DES GRANDS VINS BLANCS

DE LA GIRONDE

PAR J.-P. PRAT

PHARMACIEN A BORDEAUX

L'expérience prouve que lorsqu'on introduit du sucre de canne ou du glucose dans un vin blanc *sec* pour le rendre doux, liquoreux, la fermentation alcoolique ne tarde pas à s'établir, et bientôt après, l'accumulation du gaz acide carbonique qui en résulte peut, par sa force expansible, non seulement faire éclater les bouteilles, mais encore les barriques contenant ce vin. On sait aussi que les liqueurs à saveur sucrée que l'on peut retirer des grands vins blancs doux, ne sont pas susceptibles de réduire une dissolution alcaline de tartrate de cuivre. Cela démontre suffisamment que le sucre ne peut pas faire partie constituante de ce genre de vins.

La question de savoir quelle est la véritable nature de ce *pseudo-sucre* que contiennent les vins des grandes années, m'a longtemps préoccupé, et j'ai dû attendre l'occasion de pouvoir expérimenter sur un vin type.

Les œnologues de la Gironde savent que les vins de Château-Yquem (1847) ont été supérieurement réussis sous le rapport de l'agrément comme de la tenue : bouquet, sève, fruit, corps, sucre, huile, en un mot, tout ce qui peut flatter le sens du goût se trouve harmonieusement réuni dans ces vins, de manière à constituer une liqueur des plus suaves, des plus exquises, parfaite enfin.

Ayant eu en ma possession quelques bouteilles de ce vin, à l'époque même où tous ses principes étaient développés, je n'ai pu résister au désir d'en sacrifier une partie, malgré son prix élevé et sa rareté, à rechercher quel pouvait être leur principe doux. Ces vins étant généralement considérés comme les plus liquoreux que la Gironde ait produits, je ne pouvais trouver une meilleure occasion.

Ayant distillé ce vin, moins pour connaître son degré alcoolique, qui s'élevait à 14.8 0/0, que pour séparer l'alcool, et pour pouvoir mieux ensuite procéder à la recherche du principe doux dans le résidu de la distillation, il m'a été impossible de séparer de cette liqueur aucun principe à saveur sucrée. Mais, pensant alors que peut-être la chaleur avait pu ou modifier ou transformer la substance sucrée, j'ai exposé une nouvelle quantité de vin dans une étuve à une température d'environ 35 à 40°, après l'avoir préalablement versée dans une large capsule en verre soigneusement recouverte d'un papier percé de trous à l'aide d'une épingle. Lorsque la liqueur a été ainsi réduite environ au dixième de son volume primitif, ce qui a exigé plusieurs jours, elle était sensiblement colorée en brun, et avait laissé déposer de petits cristaux de bi-tartrate de potasse que j'ai séparés. La liqueur possédait alors une saveur franchement sucrée, et une fois hors de l'étuve, elle a abandonné, au bout de quelques heures, des cristaux prismatiques très déliés d'un aspect soyeux et d'une saveur sucrée, que j'ai recueillis soigneusement. Il m'a été facile de reconnaître de suite que cette substance était de la *mannite,* ce dont j'ai acquis la certitude en vérifiant les propriétés de ce produit. Comme on le sait, cette substance se distingue nettement des sucres en ce qu'elle n'est pas susceptible de se dédoubler en alcool et en acide carbonique en présence du ferment, parce qu'elle est elle-même un alcool : alcool hexatomique, d'après M. Berthelot. Ce fait explique pourquoi un vin blanc *fait* peut posséder une saveur sucrée sans contenir du sucre.

Je ne puis cependant penser que la mannite constitue à elle seule tout le principe doux de ces vins, car M. Pasteur a signalé également la présence de la glycérine dans les vins blancs ; et, d'ailleurs, d'après mes expériences, je suis autorisé à croire que le reste de la liqueur, après la séparation de la mannite, contenait

de la glycérine; mais, comme j'ai vainement tenté de la séparer, il ne m'est pas permis d'affirmer le fait.

Il est à remarquer que l'arrière-goût des grands vins de Sauterne est absolument le même que celui qui laisse une dissolution aqueuse de mannite avec une faible quantité de glycérine. D'ailleurs, on distingue généralement dans le commerce trois catégories de grands vins blancs, dans l'une desquelles on classe chaque année, lorsqu'ils ne laissent rien à désirer sous le rapport du bouquet ni de la sève :

1° Vins secs; 2° vins sucrés, mais privés d'huile; 3° vins sucrés avec huile, autrement dits *gras*.

Il est probable que les premiers contiennent fort peu ou pas de mannite et de glycérine; que, dans les seconds, la mannite prédomine par rapport à la glycérine; qu'enfin les derniers, les plus parfaits, contiennent à la fois de la mannite et de la glycérine en proportion telle qu'on puisse dire, suivant l'expression commerciale, qu'ils ont du sucre et de l'huile.

En se rapportant à la tendance qu'a la mannite de se combiner à chaud avec les acides, on peut expliquer, jusqu'à un certain point, pourquoi cette substance n'a pas cristallisé par l'évaporation du résidu de la distillation. En effet, les meilleurs vins contiennent toujours en petite quantité des acides libres; or, la mannite a pu, sous l'influence de la chaleur exigée par la distillation, contracter une combinaison avec ces acides, et, comme nous l'apprend M. Berthelot, ce genre de combinaisons est de consistance sirupeuse et incristallisable. Je me suis assuré, par des expériences indirectes, que le bi-tartrate de potasse ne s'unit pas à la mannite, même après une ébullition prolongée, et que ce sel, cristallisant le premier, ne s'oppose nullement à la cristallisation de la mannite.

Le fait de la présence de cette substance dans les vins blancs soulève deux questions auxquelles on ne peut répondre que théoriquement et d'une manière péremptoire, parce qu'elles réclament le concours de l'expérience que je me propose de faire : La mannite existe-t-elle dans le suc de raisin? ou bien prend-elle naissance pendant ou plutôt après la fermentation alcoolique de ce même suc?

On sait que pour la fabrication des grands vins blancs de la

Gironde, on ne recueille sur les grappes de raisins que les grains qui ont dépassé au-delà le degré de maturité ordinaire; il serait intéressant de vérifier si le suc que fournissent les grains de raisins dans ces conditions contient de la mannite.

Touchant la seconde question, il est démontré que dans les vins blancs nouveaux, qui sont complètement privés de tannin, il arrive que la fermentation alcoolique cesse à un moment donné, bien qu'il reste encore du sucre, et que dès ce moment le vin *se graisse,* c'est à dire subit la fermentation visqueuse dont le résultat principal est l'altération du ferment, d'une part, et la transformation du reste du sucre en mannite, d'autre part. Or, en se rapportant à la fabrication des vins en question, on peut savoir que le suc de raisin est exprimé sans *rafle,* laquelle fournit le tannin, et qu'alors la fermentation visqueuse est pour ainsi dire inévitable. Il est éminemment probable que telle doit être l'origine de la mannite.

En publiant cette note, mon but n'est pas seulement de signaler la présence de la mannite dans les vins de Sauterne, mais encore d'appeler l'attention sur l'application qu'on pourra faire du fait dans les vins de certaines années, c'est à dire lorsqu'ils sont privés de *sucre* et *d'huile,* ce qui diminue considérablement leur valeur.

J'ai pratiqué moi-même des essais en grand, qui ont très bien réussi, pour donner à des vins secs tantôt du sucre avec de la mannite, tantôt de l'huile avec de la glycérine pure, tantôt enfin l'un et l'autre; mais le prix élevé de la mannite ne m'a permis de faire ces opérations qu'à titre d'essais, sur six barriques, et seulement pour me rendre compte de l'effet qui a été, je le répète, très satisfaisant.

Si donc on pouvait trouver un moyen industriel pour la préparation de la mannite en grand, elle trouverait là une application fort avantageuse qui rendrait de grands services, en permettant de donner aux vins des principes que la nature leur donne quelquefois et leur refuse souvent.

PROPAGATION DES ONDES

DANS LES MILIEUX ISAXIQUES

ET DANS LES

MILIEUX HÉTÉRAXIQUES [1]

THÉORÈMES RELATIFS A LA COMPOSITION DES VITESSES

PAR A. BAUDRIMONT.

L'étude de l'élasticité dans les corps hétérophones présente des difficultés assez notables pour que j'aie dû chercher les moyens de la simplifier. La relation que Newton a trouvée entre cette propriété et la vitesse de transmission d'un mouvement ondulatoire, relation qui est admise par tous les physiciens, $e = v^2$ ou $\sqrt{e} = v$, m'a fait donner la préférence à l'étude directe de la vitesse. Celle-ci est plus facile à comprendre : on conçoit nettement un mouvement ondulatoire; on le voit mentalement, si l'on peut s'exprimer ainsi, et il n'en est pas de même de l'élasticité.

En cherchant à composer les vitesses, j'ai trouvé quelques théorèmes d'une extrême simplicité, et dont la généralité a lieu d'étonner. Ce sont ces théorèmes que je publie.

Les recherches expérimentales que j'ai faites sur les corps hétérophones, et dont l'introduction seulement a été publiée dans les *Annales de Chimie et de Physique* (3ᵉ série, t. XXXII, p. 288), ont été principalement entreprises dans le but de voir si elles donneraient des résultats conformes à ceux trouvés par la théorie.

Pour ce qui concerne les ondes qui se propagent dans un plan, les résultats énoncés dans ce travail ont été obtenus en supposant des plaques contenant un ou plusieurs axes de vitesses, et en

[1] Corps à axes égaux ou d'une seule espèce, et corps à axes inégaux ou de diverses espèces.

admettant que ces axes représentaient celles-ci en grandeur et en direction.

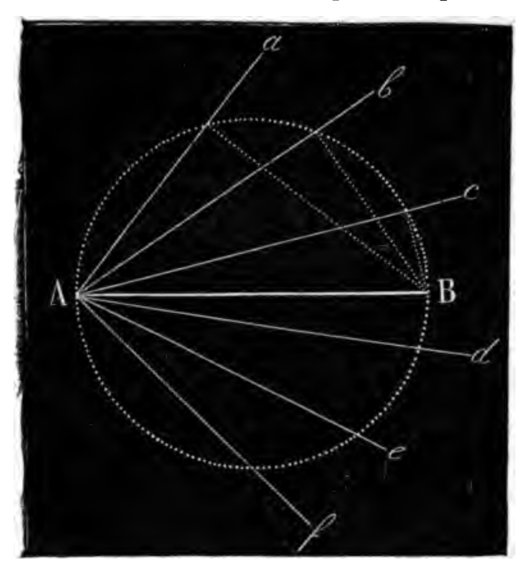
Le résultat final aura sans doute lieu d'étonner par sa simplicité et sa généralité. Il consiste en ce que l'onde qui se propage dans un plan est toujours circulaire, quelles que soient les dimensions relatives des axes et quels que soient les angles qu'ils forment entre eux.

En portant les vitesses au carré, on passe facilement à l'élasticité. On s'élève ainsi des données les plus élémentaires de la géométrie et de la mécanique jusqu'à la formule par laquelle Fresnel a représenté la distribution de l'élasticité dans les milieux hétérophanes.

THÉORÈMES RELATIFS A LA COMPOSITION DES VITESSES.

I

Si l'on projette une ligne droite sur autant de lignes que l'on voudra, situées dans le même plan et passant par une



de ses extrémités, toutes les projections se termineront à la

circonférence d'un cercle décrit du milieu de la ligne projetée, pris comme centre. Cette ligne sera par conséquent un des diamètres du cercle produit, tandis que toutes les projections en seront des cordes.

Soit à projeter la ligne AB sur les directions A*a*, A*b*, A*c*, A*d*, A*e*, A*f*.

Toutes les projections se faisant par des angles droits dont le sommet est à l'intersection de la ligne de projection et de la perpendiculaire menée à l'extrémité libre de la ligne AB, ou au point B, il est évident que tous les sommets de ces angles sont compris dans une demi-circonférence dont le centre est au milieu de la figure AB.

La même chose pouvant être faite de part et d'autre de la ligne à projeter, il est encore évident que les sommets des angles sont dans une circonférence décrite du milieu de la ligne AB prise comme diamètre.

II

Si l'on projette une ligne droite sur autant de lignes que l'on voudra, situées dans l'espace et passant par une de ses extrémités, toutes les extrémités libres des projections seront comprises dans la surface d'une sphère dont le centre serait au milieu de la ligne à projeter.

Pouvant faire passer une infinité de plans par la ligne AB, ces plans pourront toujours comprendre les lignes tracées dans l'espace, et les projections faites sur chacun de ces plans appartiendront à des cercles égaux ayant AB pour diamètre commun. Or, tous ces cercles sont compris dans la surface d'une même sphère, et justifient l'énoncé du théorème précédent.

Corollaires.

I. — Si un plan circulaire de matière homogène est frappé dans la direction d'un de ses diamètres, l'effet produit atteindra en même temps tous les points de sa circonférence.

II. — Si une sphère homogène est frappée dans la direction d'un de ses diamètres, l'action du choc se propagera dans l'intérieur de la sphère, et arrivera en même temps à tous les points de sa surface.

III. — Si, au lieu d'une sphère, on percute un milieu d'une étendue indéterminée, le mouvement se propagera sphériquement.

On verra bientôt que la même chose aurait lieu si une plaque ou une sphère avait une structure cristalline appartenant au système régulier.

III

Deux lignes se joignant pour former un angle quelconque, étant projetées l'une sur l'autre, ou sur une infinité de lignes contenues dans le même plan et passant par le sommet de l'angle, la somme des projections sur chaque ligne sera égale à la corde d'un cercle dont le centre sera situé au milieu de la ligne qui joint les extrémités libres des côtés de l'angle, et dont le rayon sera égal à la distance qui sépare ce point du sommet de l'angle.

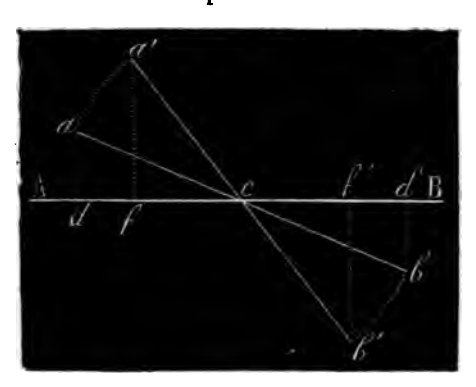
En d'autres termes :

Si l'on joint les deux extrémités libres d'un angle par une ligne droite, et si du milieu de cette ligne, avec un rayon égal à la distance qui le sépare du sommet de l'angle, on trace une circonférence, toutes les cordes partant du sommet de l'angle seront égales à la somme des projections des côtés de l'angle sur chacune d'elles.

Pour avoir la démonstration de ce théorème, il faut en aborder quelques autres moins compliqués.

I. — *Trois points équidistants, disposés en ligne droite, étant projetés sur une droite quelconque située dans le même plan, leur projection les reproduira encore à égales distances les uns des autres; seulement, la distance pourra varier, et ils pourront aussi se confondre en un seul point.*

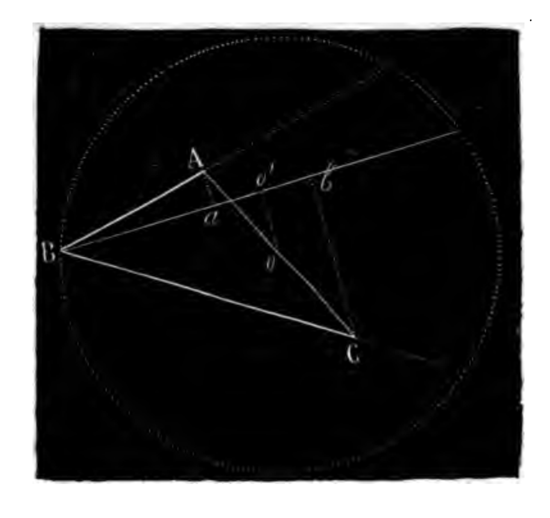
Soient les trois points $a\ c\ b$ changeant de position pour arriver en $a'\ c\ b'$ en tournant sur le point c.



La symétrie indique que les extrémités de la ligne $a\ b$ en changeant de position se comportent exactement de la même manière de part et d'autre de la ligne A B, et que leur projection sur cette ligne serait équidistante du point c.

D'ailleurs, il est évident que les triangles $a\ c\ d$ et $b\ c\ d'$ sont égaux et semblables; qu'il en est de même des triangles $a'\ c\ f$ et $b'\ c\ f'$, et qu'il existe des distances égales entre $c\ d$ et $c\ d'$, et entre $c\ f$ et $c\ f'$.

Si la ligne de projection ne passait pas par le point médian, les trois projections se feraient par des lignes parallèles et donneraient le même résultat.



II. — *Une perpendiculaire menée du centre d'un cercle sur une de ses cordes la divise en deux parties égales.* (Ce théorème est élémentaire et très connu, il est donc inutile de le démontrer.)

Il résulte de cet énoncé que si l'on a la moitié d'une corde, et que si on la reporte dans la même direction au delà de la perpendiculaire, son extrémité atteindra la circonference.

III. — Soit l'angle A, B, C. Si l'on projette ses côtés sur Bb la somme des projections sera égale à la corde d'un cercle dont le centre serait situé au milieu de AC.

On a, d'après les théorèmes qui viennent d'être énoncés :

$$ao' = o'b, \text{ d'où } ab = 2\,ao' \text{ ou } 2\,a'b$$

$$\text{B}a + ao' = \text{demi-corde,}$$

$$\text{et } \text{B}a + (\text{B}a + ab) = 2\,(\text{B}a + ao') = \text{corde.}$$

Donc, *la somme des projections est égale à la corde d'un cercle dont le centre est au milieu de la ligne qui joint les deux extrémités de l'angle et qui a pour rayon la distance qui sépare ce point milieu du sommet de l'angle.*

Si l'on considère les côtés de l'angle comme des axes de structure et de vitesse, et si l'on admet que l'action exercée par les axes est comme leur projection, on voit que l'onde, partant du sommet de l'angle, se développera circulairement, comme dans le cas où il n'y a qu'un seul axe qui est le diamètre du cercle de propagation de l'onde.

IV

Plusieurs cas particuliers se présentent :

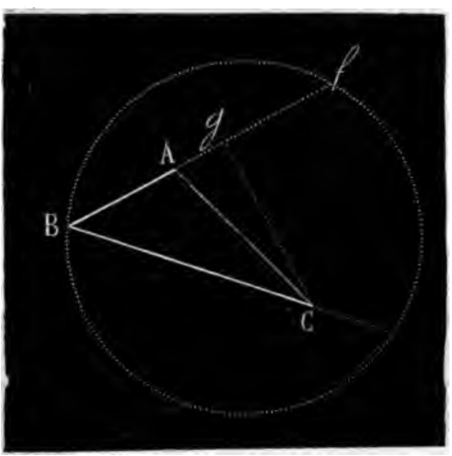
Le plus grand espace parcouru est celui qui correspond à la ligne qui, du sommet de l'angle, passe par le milieu de la ligne qui joint ses extrémités, ou au diamètre du cercle. C'est effectivement cette ligne qui représente la plus grande vitesse. *Elle correspond à la diagonale du parallélogramme formé par les vitesses, et elle en est la principale résultante.*

On voit par ce corollaire que le parallélogramme des forces n'est qu'un cas particulier du théorème qui vient d'être démontré.

Dans tous les cas, la diagonale d'un parallélogramme est égale à la somme des projections de deux de ses côtés se réunissant pour former l'angle d'où part la diagonale, et, par suite, la résultante du parallélogramme des forces ou des vitesses, ou de telle action que l'on voudra, est égale à la somme des projections de ces forces, de ces vitesses ou de ces actions.

On vient de voir ce qui a lieu pour un angle aigu; l'espace parcouru par l'onde dans la direction de chacune des vitesses est plus grand que ces vitesses prises isolément.

Dans la figure ci-dessous, on voit que BA devient Bf par suite de l'addition de la projection de BC sur la direction de BA. Soit Bg; BA devient BA + Bg, et Bg = Af, d'où Bf = BA + Bg ou Af.

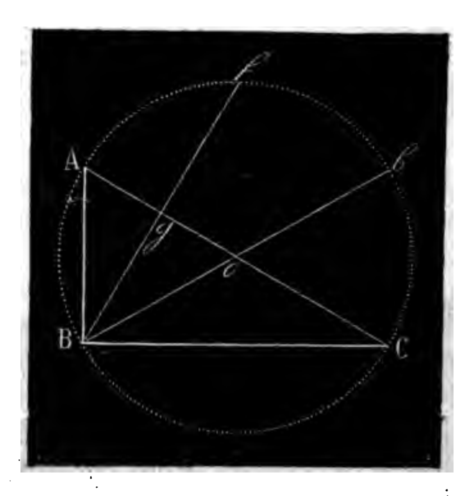


Donc, *dans le cas où les axes font entre eux un angle aigu, chacun d'eux agit comme étant augmenté de la projection de son auxiliaire.*

Lorsque les vitesses forment entre elles un angle droit, la projection de l'une sur l'autre est nulle; chacune d'elles représente alors une corde et atteint la circonférence. La ligne qui joint leurs extrémités devient un diamètre, et elles se trouvent inscrites dans une demi-circonférence. La ligne partant du sommet de l'angle et passant par le centre du cercle est aussi un diamètre et représente la plus grande vitesse.

Lorsque la résultante est perpendiculaire à la ligne AC, les

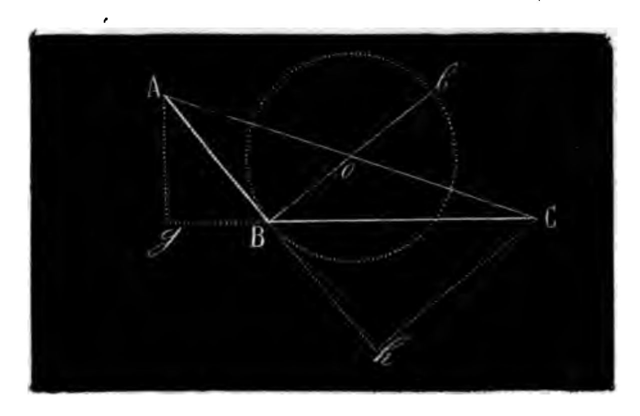
projections des trois points $A o C$ se confondent en un seul point



g, et les projections des deux composantes sont égales; elles se confondent en Bg, d'où $Bf = 2\,Bg$.

Lorsque les vitesses font entre elles un angle obtus, au lieu d'ajouter l'une à l'autre, elles se nuisent mutuellement.

La projection de AB sur la direction de $BC = Bg$ doit être



retranchée de BC comme agissant en sens inverse.

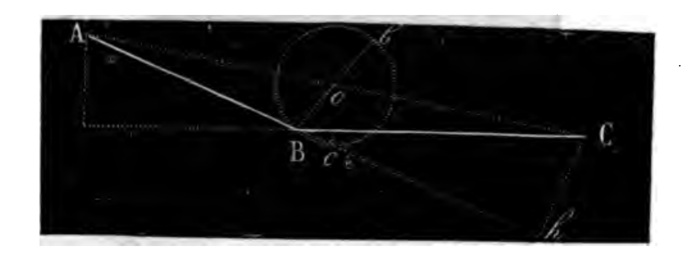
La projection de BC ou Bh doit, par la même raison, être retranchée de AB.

Quand oB est perpendiculaire à AB; $BA = Bh$, et Bb devient $=$

à AB. La vitesse représentée par AB est alors tangente au cercle de l'onde et se trouve complètement annulée.

Les deux vitesses AB et BC peuvent en outre être remplacées par le diamètre B*b*.

Lorsque la projection B*h* est plus grande que AB, B*h* devient une sécante, qui commence à pénétrer dans le cercle à partir du sommet de l'angle, et elle a une action de propagation négative égale à toute la quantité qui pénètre dans le cercle. Cela donne AB — B*h* = — B*c*.

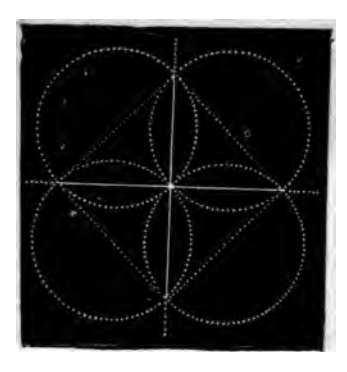


Dans ce cas, *ch* = AB, et l'annule complètement.

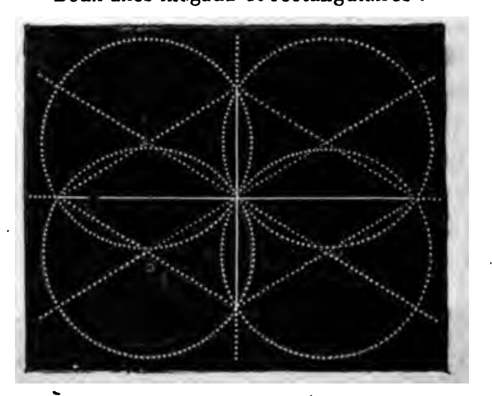
V

Si les vitesses sont rapportées à deux axes situés dans un même plan et se croisant par le milieu, on a les combinaisons suivantes :

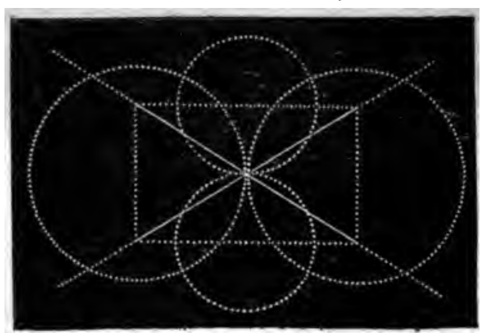
Deux axes égaux et rectangulaires :



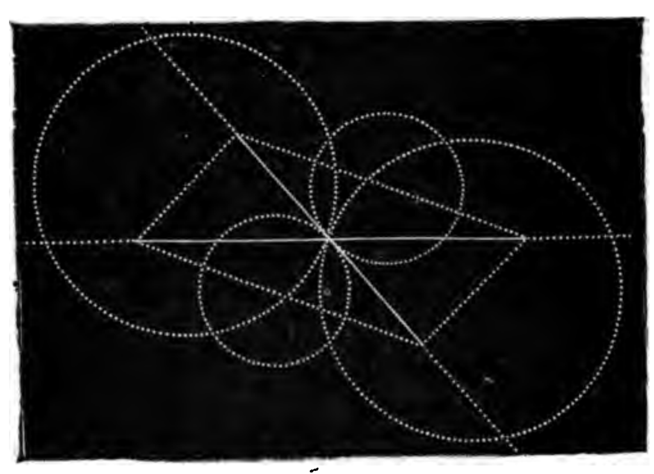
Deux axes inégaux et rectangulaires :



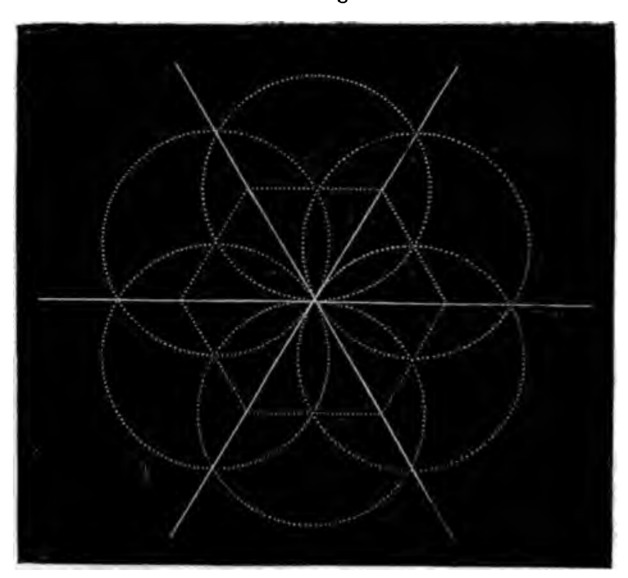
Deux axes égaux et obliques :



Deux axes inégaux et obliques :



Trois axes égaux :



Ces figures font voir que, dans les corps à structure définie, et j'ai démontré qu'ils le sont tous, un ébranlement parti du milieu d'une plaque se propage toujours en décrivant des cercles, quelle que soit la grandeur et la disposition relatives des axes; mais que ces cercles, loin d'avoir leur centre au point de l'ébranlement, lui sont seulement tangents; que pour deux axes il y a quatre cercles; que pour trois axes il y en a six; et l'on voit facilement que, pour un nombre quelconque d'axes, il y aurait toujours un nombre double de cercles ondulatoires. On voit aussi que ces cercles varient de dimensions et de position selon les relations des axes, et que les mouvements ondulatoires empiètent les uns sur les autres en s'entre-coupant de part et d'autre de ces axes.

ÉQUATIONS DES VITESSES ET DE L'ÉLASTICITÉ.

VI

Il résulte évidemment de ce qui précède que la courbe des vitesses est un cercle dont le centre est au milieu de la ligne qui joint les extrémités libres des lignes représentant les vitesses,

et que son équation est celle du cercle même. Elle est donc :

$$x^2 + y^2 - ax - by = 0.$$

Pour trois dimensions, on a l'équation de la sphère :

$$x^2 + y^2 + z^2 - ax - by - cz = 0.$$

Le rayon vecteur faisant avec les axes les angles φ et χ, donne l'équation suivante pour un plan :

$$a \cos \varphi + b \cos \chi = \text{R ou V},$$

R étant le rayon vecteur et V la vitesse résultante.

Pour trois dimensions, l'équation devient :

$$a \cos \varphi + b \cos \chi + c \cos \psi = \text{R ou V}.$$

La formule de Newton, relative à l'élasticité des fluides, est

$$v = \sqrt{\frac{e}{d}}$$

En admettant que d ne varie pas ou qu'il est égal à l'unité, la formule se réduit à

$$v = \sqrt{e} \quad \text{ou} \quad v^2 = e.$$

Dans l'application, cette formule est incomplète; cependant, elle est admise par tous les physiciens, comme étant la formule fondamentale qui établit le rapport existant entre la vitesse et l'élasticité.

D'après cette formule, on peut faire

$$R = v \text{ et } R^2 = v^2.$$

Donc

$$R^2 = a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \cos^2 \chi + 2 (a \cos \varphi + b \cos \chi).$$

Dans l'espace on aurait trois axes, et la formule serait un peu plus compliquée. En élevant la formule fondamentale au carré, on obtient :

$$R^2 = a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \cos^2 \chi + c^2 \cos^2 \psi + 2 (a \cos \varphi . b \cos \chi$$
$$+ a \cos \varphi . c \cos \psi + b \cos \varphi . c \cos \psi),$$

ou

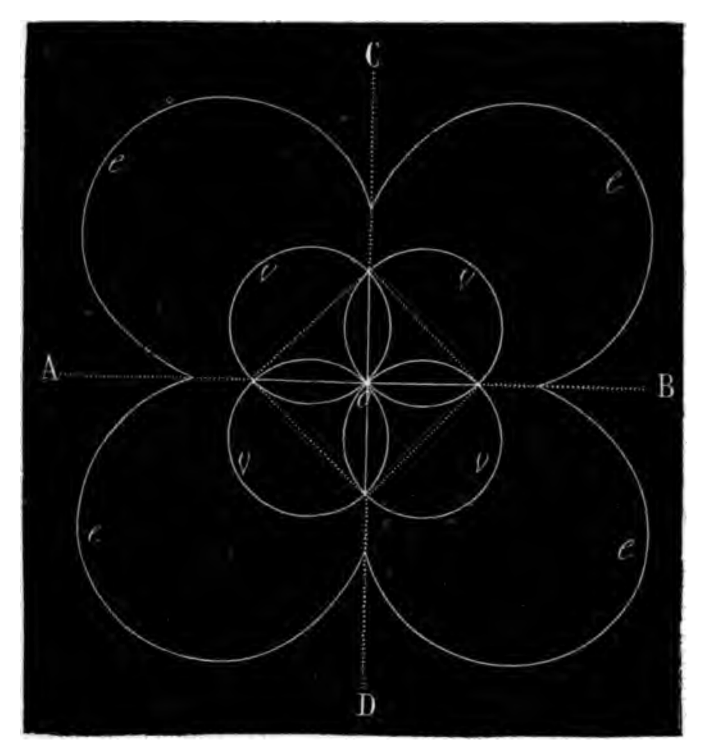
$$(R^2 \text{ ou } E) = (a \cos \varphi)^2 + (b \cos \chi)^2 + (c \cos \psi)^2 +$$
$$2 (a \cos \varphi . b \cos \chi + a \cos \varphi . c \cos \psi + b \cos \chi . \cos \psi).$$

Si l'on néglige les derniers termes qui ne sont point élevés au carré, on a exactement l'équation de l'élasticité, telle qu'elle a été donnée par Fresnel pour interpréter les phénomènes de l'optique :

$$v^2 = a^2 \cos^2 X + b^2 \cos^2 Y + c^2 \cos^2 Z.$$

v est la vitesse, et v^2 une composante de la force élastique. X, Y et Z sont les angles formés par le rayon vecteur et les axes. (V. *Mém. de l'Académie royale des Sciences*, t. VII, p. 45 à 110.)

La figure suivante représente la courbe de la vitesse *v, v, v, v*, et celle de l'élasticité *c, c, c, c*, telles qu'elles seraient dans le plan des axes d'un corps ishortaxique.



Les points de la courbe de l'élasticité dans la direction de chaque rayon émanant du centre *o*, ont été obtenus en portant au carré le rayon de la vitesse.

Les dimensions de la courbe de l'élasticité ont été réduites au dixième.

APPLICATIONS.

Les applications qui paraissent découler des notions établies dans ce travail ne sont pas aussi faciles à réaliser qu'on pourrait le penser au premier abord : il se présente immédiatement plusieurs questions auxquelles on ne peut se dispenser de répondre et qui offrent autant de difficultés à surmonter.

Qu'est-ce qu'un axe de vitesse?

Y a-t-il réellement des axes de vitesse dans les corps?

Ces axes se confondent-ils avec les axes de structure?

Toutes les vitesses qui peuvent émaner d'un point sont-elles réellement et nécessairement enchaînées à des axes?

Ce qui est admissible pour un ordre de phénomènes l'est-il pour un autre? Par exemple, les axes relatifs à l'acoustique conviennent-ils à la thermique et à l'optique?

Tous les corps, ceux qui sont amorphes, et les fluides mêmes, ayant une structure déterminée, la transmission des ondes ayant lieu par le mouvement des parties qui constituent les corps, il serait impossible d'admettre que la structure n'a aucun rapport avec les mouvements ondulatoires, et que les axes correspondant à ces structures sont sans influence sur ces mouvements. Les axes de structure correspondant généralement à des lignes non interrompues de corpuscules, il doit paraître convenable d'admettre que le mouvement se communique immédiatement et plus facilement dans la direction de ces lignes que dans toute autre direction, et il est encore éminemment probable que le mouvement se communique de ces lignes aux lignes voisines dont les éléments ne sont point réunis d'une manière aussi simple, en suivant les lois de la propagation des ondes, qui ont été trouvées d'une manière si élémentaire et qui sont exposées dans ce travail. Cela va d'ailleurs être bientôt démontré.

On doit donc reconnaître que tous les corps qui présentent une homogénéité suffisante ont une structure déterminée; qu'ils ont par conséquent des axes; que les axes des vitesses se confondent avec les axes de structure, au moins quant à la direction; et qu'en dehors des axes, la propagation du mouvement se fait dans les

conditions générales indiquées dans ce travail. Seulement, il se présente une difficulté considérable : le quartz se comporte différemment lorsqu'il transmet des ondes lumineuses d'une part, et des ondes sonores d'autre part. Les phénomènes optiques sont en rapport avec sa structure ; les phénomènes acoustiques ne le sont point.

Ce fait, signalé par Savart, n'a pas encore, que je sache, été expliqué d'une manière plausible. Il m'a fait entreprendre des expériences considérables, qui confirment celles de ce savant, et desquelles il résulte que si les phénomènes optiques s'accomplissent régulièrement autour de l'axe de cristallisation, il n'en est point de même pour les phénomènes acoustiques; les plaques passant par l'axe principal et perpendiculaires aux pans du prisme se comportent tout autrement que celles qui passent par ses arêtes latérales. L'étude de la structure du quartz démontre effectivement que ces plaques ne sont point constituées de la même manière, et doivent se comporter différemment. On trouve en outre que, pour chaque espèce de phénomène, les axes sont représentés par des valeurs spéciales. Je reviendrai très prochainement sur ce sujet en publiant les travaux que j'ai accomplis.

Les fluides liquides ou élastiques ayant une structure déterminée et par conséquent des axes, si l'on admet que les mouvements ondulatoires se propagent par ces axes et par les réactions qu'ils exercent sur les directions intermédiaires, on est conduit à penser que lorsque l'on jette un corps pesant à la surface d'une eau tranquille et qui y fait naître des ondes circulaires, ces ondes ne sont elles-mêmes que la réunion d'une multitude d'ondes beaucoup plus petites. C'est au moins ce que l'on observe pour les flots de la mer. Ces flots, qui paraissent être le résultat d'un désordre de la nature, ne présentent pas moins une véritable harmonie. Ce sont de grandes ondes qui en portent de plus petites contenues les unes dans les autres, et s'entre-coupent quelquefois de manière à produire des réseaux d'une régularité remarquable.

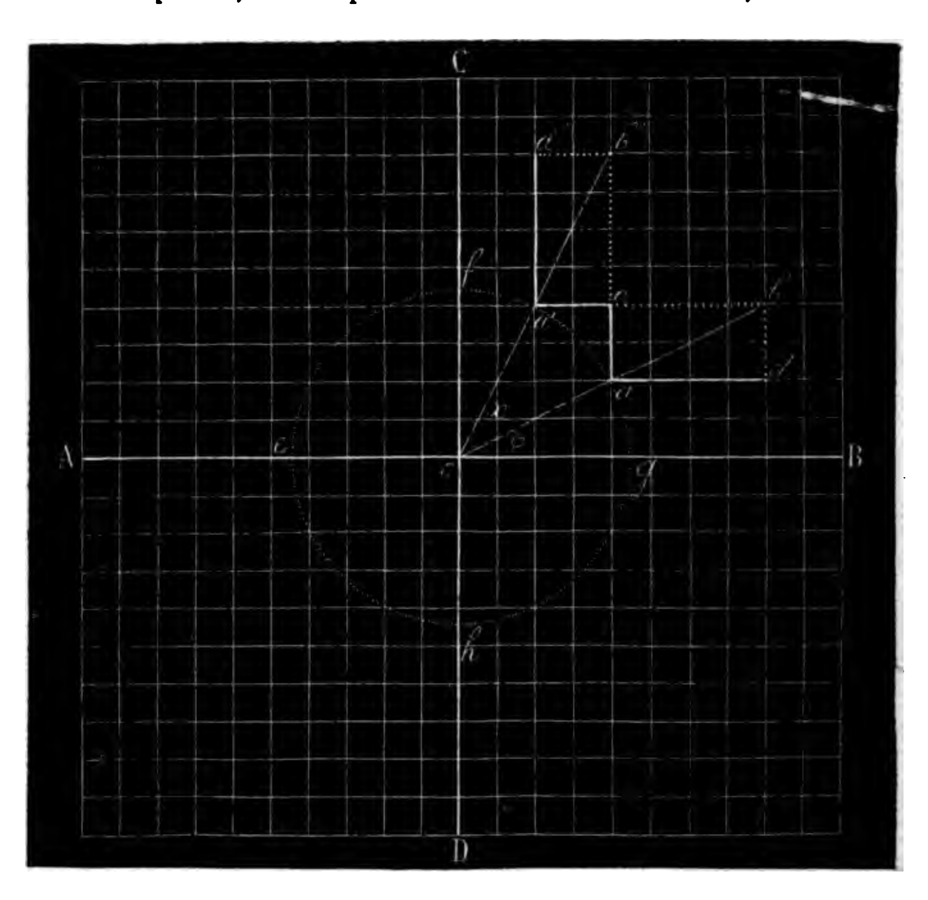
Lorsqu'une détonation a lieu dans l'air, il doit en résulter une foule de petites sphères tangentes à l'action qui les a fait naître, et qui se réunissent pour en produire de plus grandes. Dans un air parfaitement tranquille, il se formerait d'abord douze sphères tangentes l'une à l'autre, qui iraient en se développant et en s'entre-coupant. Si l'ébranlement se faisait dans l'intérieur d'un milieu à

structure cristalline isaxique ou du système cubique, il se développerait en huit sphères dont les centres représenteraient toujours les huit angles d'un cube.

Cependant, cet ébranlement central, unique, se faisant par un point, ne pouvant être réalisé dans la nature, il en résulte que le mouvement ondulatoire, dans les milieux isophones, se compose d'une grande sphère qui va en se développant et qui en contient une foule d'autres. En réduisant à ce qui se passe dans un plan, ce qui a lieu dans l'espace, on peut se rendre assez facilement compte de ce phénomène.

Soit un réseau à mailles carrées, et un ébranlement circulaire dont le centre est en *o*, et qui atteint la circonférence *c*, *f*, *g*, *h*.

Le point *a*, sollicité par une action émanée du centre *o*, corres-



pond à deux axes parallèles à ceux qui sont marqués par AB et CD.

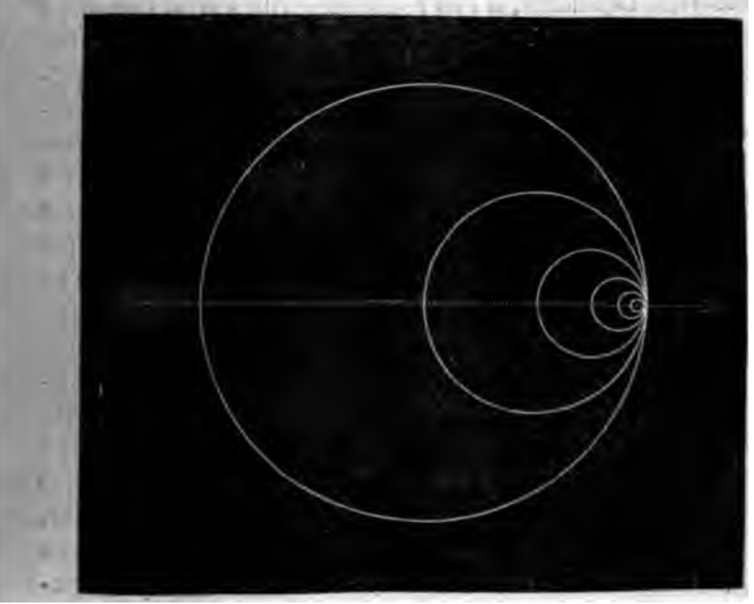
L'action se divise en deux parties perpendiculaires l'une à l'autre, et dans la continuité des files ou des axes *ad*, *ac* et *a'c*, *a'd'*.

Le simple aspect de la figure démontre que cette action est décomposée en parties proportionnelles au sinus et au cosinus de l'angle φ et de l'angle χ : la partie proportionnelle au sinus agit parallèlement à l'axe CD, et celle proportionnelle au cosinus agit parallèlement à AB.

De cette première observation résultent les vitesses *ac et ad*, *a'c* et *a'd'*, qui, par leur composition, donnent les résultantes *ab* et *a'b'*. Ces résultantes sont égales à *oa*, *oa'*, et dans la même direction.

Ces observations peuvent être répétées partout où l'on rencontre les angles du réseau; celui-ci représentant des assemblages de corpuscules d'une ténuité extrême, et ayant par cela même des mailles qui échappent à l'observation directe tant elles sont petites, il en résulte que l'ébranlement produit se propage en ligne droite avec une vitesse toujours égale et se développe circulairement.

En même temps, d'autres cercles prennent naissance tangentiellement à la circonférence de l'onde principale.



La figure précédente ne peut représenter le phénomène qu'à un moment donné, et en le fractionnant, parce que les circonférences des cercles tangentiels vont en se déplaçant continuellement, à mesure qu'elles s'éloignent du centre principal.

Une onde circulaire se développant dans la direction de la flèche ponctuée, on voit, en divisant le mouvement en plusieurs parties correspondant à des instants donnés, que de nouvelles ondes naissent incessamment, et sont finalement contenues les unes dans les autres. Leurs diamètres sont en outre exactement proportionnels au temps écoulé depuis leur origine.

Il résulte de ce fait, lorsqu'on l'applique à l'acoustique, que le son n'est pas produit seulement par des ondes simples, qui vont directement frapper l'organe auditif, mais par ces ondes et la multitude de celles qui les accompagnent et qui se développent selon les lois qui viennent d'être indiquées.

Ce qui précède fait comprendre que les ondes principales sont accompagnées d'ondes secondaires; mais, d'après les démonstrations mêmes, toutes ces ondes, étant tangentes à la cause qui les produit, ne peuvent avoir qu'une marche progressive, et sont insuffisantes pour donner une explication suffisante des phénomènes observés. Cependant, si l'on remarque qu'un son, si instantané qu'il soit, est au moins produit par une vibration complète, formée d'une allée et d'un retour, puisque le mouvement de propulsion, en dérangeant l'arrangement statique des parties constituantes des corps, amène forcément une réaction en sens inverse par suite de l'élasticité inhérente à ces corps, on est conduit à reconnaître qu'à une onde progressive succède immédiatement une onde rétrograde ou rétrogressive. La première est produite par une action expulsive, et la seconde par une action impulsive ou attractive. Cela résulte aussi de la presque universalité des causes qui produisent le son. Il est inutile de parler ici des sons soutenus pour lesquels le fait est très évident, mais des sons instantanés et des explosions; par exemple, lorsque l'on tire une arme à feu, l'air, dilaté et chassé dans la direction de son axe, y rentre subitement, et produit un son dont la hauteur tonique dépend de la longueur de l'âme de cette dernière. Pour un fouet, le même phénomène se produit : l'air, arraché violemment d'un lieu, y rentre aussitôt. Mais, ainsi que cela a été dit précédem-

ment, le son peut être produit par la seule élasticité de l'air, lorsque ce fluide est chassé subitement de la place qu'il occupait sans pouvoir y rentrer. C'est ce qui a lieu lorsque l'on frappe les mains l'une contre l'autre sans les séparer après le choc.

Les deux mouvements alternatifs de l'air produisent des ondes qui marchent en sens inverse les unes des autres : les unes vont en s'éloignant en ligne droite du corps sonore; les autres marchent en s'en rapprochant. Ce double mouvement paraît indispensable au phénomène de l'audition.

J'ai signalé à l'attention des savants (*Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences,* 1851, t. XXXIII, p. 428) un fait singulier qui se produit lorsque l'on essaie de faire claquer un fouet près d'une grille : au lieu d'un son sec, on entend un cinglement prolongé, que j'ai cru pouvoir expliquer par la réflexion successive des ondes sur les barreaux de la grille.

J'ai émis l'opinion que ce fait était dû à ce que le son n'était pas seulement produit par les ondes émanant directement du corps sonore, mais en même temps par d'autres ondes qui les accompagnent et qui font retour vers l'organe auditif.

La théorie qui vient d'être exposée était donc d'avance démontrée par les faits, et surtout par l'un de ceux qui échappent complètement à l'interprétation qu'on essaierait de lui donner dans la théorie ordinaire des seules ondes progressive. Il faut donc reconnaître qu'il y a des ondes évasives et des ondes invasives, qui sont produites simultanément et par le seul fait de l'élasticité des corps et des vibrations de leurs éléments.

Lorsque plusieurs vibrations successives sont produites, les ondes invasives ou de retour se coupent à intervalles égaux avec les ondes évasives ou directes, et à chaque intersection il doit y avoir une interférence et par suite un repos, qui sont encore indispensables à la production du son.

Depuis longtemps je suis convaincu, par suite de l'examen attentif des phénomènes, que la vision et l'audition ne peuvent avoir lieu sans interférences.

Par exemple, pour les phénomènes optiques, ce ne peut être la longueur absolue des ondulations qui produit les couleurs, quoiqu'on l'admette généralement. Cela peut paraître vrai lorsqu'on les considère dans un même milieu, mais cela cesse de l'être lors-

qu'on les compare dans des milieux différents. Ne sait-on pas qu'un rayon coloré, en traversant successivement plusieurs milieux incolores, jouissant de pouvoirs réfringents différents, normalement à leur surface de séparation, ne change pas de couleur, mais change cependant de vitesse; changement qui en entraîne un dans la longueur des ondulations.

La longueur change donc, mais l'égalité du nombre des vibrations dans un temps donné persiste. C'est donc la durée ou le nombre des vibrations des corpuscules luminifères, et non les longueurs des ondulations, qui produisent les couleurs. Or, pour que ce nombre soit appréciable, suffit-il qu'il y ait un changement de phase dans les vibrations qui produisent l'onde? Je ne le pense pas; il faut qu'il y ait un repos, un intervalle obscur, ou une interférence. Dans la théorie contraire, il serait difficile, sinon impossible, d'expliquer les raies brillantes et les raies obscures des spectres lumineux.

Si le nombre des vibrations est la seule chose qui ne varie pas, cela est dû à la persistance de l'isochronisme des vibrations corpusculaires, quel que soit le milieu dont les parties sont ébranlées. Ne sait-on pas d'ailleurs, en passant toutefois d'un ordre de phénomènes à un autre, que les oscillations d'une pendule sont toujours isochromes, quelle que soit la densité du milieu dans lequel il se meut; seulement, qu'elles s'éteignent plus rapidement dans ceux qui sont les plus denses [1].

Les raies des spectres, quelles qu'elles soient et quels qu'ils soient, toutes les couleurs des corps si nombreux qui existent à la surface du globe ou dans l'espace, sont dues à des interférences, et quoique les phénomènes optiques et les phénomènes acoustiques ne puissent être attribués aux mêmes éléments constitutifs des corps, il m'a semblé qu'ils avaient cela de commun entre eux. Cette opinion me paraît aujourd'hui démontrée.

Dans les ondes longitudinales produites selon les principes exposés dans ce travail, les interférences sont perpendiculaires au

[1] Plusieurs physiciens n'admettent pas ce théorème fondamental, qui a été démontré d'une manière très élémentaire par Dulong. L'égalité des oscillations persiste cependant pour deux pendules de même longueur, oscillant, l'une dans l'eau et l'autre dans l'air, et il existe dans le cabinet de physique de la Faculté des Sciences de Paris un instrument qui a été construit exprès pour le démontrer.

rayon de propagation du phénomène. Dans les ondes transversales, les interférences spéciales dont il est question ici ont lieu parallèlement à la direction du rayon.

On voudra bien remarquer encore que le phénomène de la dispersion est soumis aux lois qui découlent de la composition des vitesses, puisque, dans une note précédente, j'ai démontré que les rayons lumineux *dispersés* aboutissent à la circonférence d'un cercle tangent à la normale qui sépare le faisceau incident du faisceau réfracté et dispersé. (*Mém. de la Soc. des Sc. phys. et nat.*, t. II, p. 243.)

Si l'on rapporte à l'espace les notions qui viennent d'être obtenues pour un plan, on voit que dans les milieux isaxiques, à partir du centre d'ébranlement ou de l'onde principale, il se développerait une sphère dont les rayons s'étendraient en lignes droites, dans toutes les directions, avec une vitesse égale, et que sur cette sphère s'en développeraient incessamment d'autres qui lui seraient tangentes.

Un des *grands* cercles des sphères tangentes étant perpendiculaire au rayon de propagation de la sphère principale, tous ces *grands* cercles étant d'ailleurs fort petits, fort nombreux et se confondant les uns dans les autres, forment finalement une surface sphérique dans laquelle les mouvements de propagation peuvent être considérés comme étant perpendiculaires à celui de tel rayon de l'onde principale que l'on voudra considérer : il résulte de cette observation que les ondes longitudinales sont toujours accompagnées d'ondes transversales.

Ce qui vient d'être dit se rapporte à tous les milieux isaxiques, qu'ils soient isophanes, isothermes ou isophones; car la nature des corpuscules mis en mouvement ne change rien aux principes généraux. Il en résulte immédiatement que les ondes sonores, comme toutes les autres ondes, sont en même temps longitudinales et transversales.

Je suis d'ailleurs convaincu depuis très longtemps qu'il ne peut exister de vibrations longitudinales dans un fluide élastique, sans qu'il y ait en même temps des vibrations et par suite des ondes transversales. J'ai d'ailleurs réuni un certain nombre d'expériences, et dont plusieurs sont très vulgaires, qui le prouvent d'une manière évidente. Je les publierai prochainement.

RÉSUMÉ.

Les vitesses qui émanent d'un même point et qui sont obtenues par la projection d'un seul axe, produisent des ondes circulaires dans un plan et des ondes sphériques dans l'espace.

Deux axes de vitesses, réunis en un même point par une de leurs extrémités, donnent naissance à des ondes circulaires, quelles que soient leur proportion relative et leur incidence.

Le point d'ébranlement n'est pas au centre de l'onde, mais il est tangent à sa circonférence.

On déduit très facilement la courbe et la surface de l'élasticité de celles de la vitesse, et l'on arrive ainsi à la formule de Fresnel, mais entière et plus développée.

Une onde principale est toujours accompagnée d'ondes secondaires.

Ces ondes secondaires démontrent que des ondes longitudinales ne peuvent exister sans ondes transversales.

Indépendamment des ondes *secondaires,* il y a encore des ondes *invasives* qui se meuvent en sens inverse des ondes *évasives,* et qui donnent lieu à des interférences par leur rencontre. Ces interférences jettent un jour nouveau sur la théorie de l'audition et sur celle de la vision des couleurs.

Bordeaux, ce 17 juillet 1864.

EXTRAITS

DES

PROCÈS-VERBAUX DES SÉANCES DE LA SOCIÉTÉ.

ANNÉE 1850-1851.

Président : M. BAZIN. — *Secrétaire* : M. DELBOS.

Séances des 21 et 25 novembre et 2 décembre 1850. — Après plusieurs entrevues préparatoires, la Société est fondée. Elle prend le titre de *Société d'Histoire naturelle de Bordeaux.*

Les règlements constitutif et administratif sont arrêtés, sous la présidence de M. Bazin, président provisoire, d'après un projet présenté, au nom d'une commission spéciale, par M. Henry Brochon fils.

Séance du 20 décembre 1850. — M. Lafont lit un Mémoire intitulé : *Note sur l'Euphorbia pubescens* (Whal), *et sur quelques localités de plantes des environs de La Teste et de Gujan.* Dans ce travail, l'auteur annonce la découverte de *l'Euphorbia pubescens* dans les laites du cap Ferret. — Après avoir signalé les différences que présente la plante recueillie au cap Ferret avec les échantillons provenant de Montpellier et de Peyrehorade (Landes), auxquels il l'a comparée, et avoir conclu que ces différences n'indiquent que des variétés, il rappelle que cette *Euphorbe* a déjà été trouvée aux environs de Pauillac par M. Ch. Des Moulins. Il termine en donnant la liste des localités les plus intéressantes du cap Ferret et des environs de La Teste et de Gujan, et en faisant l'énumération des plantes qu'il y a observées.

M. Comme fait remarquer à M. Lafont que le *Statice lychnidiflora*, (de Girard), signalé par lui au cap Ferret seulement, se trouve sur tous les bords du bassin d'Arcachon.

M. Delbos dit avoir recueilli le *Statice lychnidiflora,* en compagnie de M. Chantelat, dans les prés salés, entre Gujan et La Teste (à La Hûme) ; mais il comprend que M. Lafont n'en ait indiqué qu'une seule station, son Mémoire n'étant qu'un catalogue d'excursion et non un catalogue général des productions des bords du bassin.

M. Raulin donne lecture de la première partie d'un Mémoire important : *Sur le champ d'études de la Société d'Histoire naturelle de Bordeaux*. L'auteur expose les motifs qui l'ont décidé à assigner au sud-ouest de la France les limites indiquées dans la note supplémentaire à l'art. 2 du règlement constitutif, afin que la Société n'embrassât dans ses études qu'une région réellement naturelle. Après avoir envisagé l'ensemble du Sud-Ouest au point de vue hydrographique et orographique, M. Raulin s'attache à faire ressortir les principaux traits qui le divisent en régions naturelles du second ordre.

M. Delbos signale l'existence dans les faluns de Salles (Gironde), d'un genre de mollusques qui n'a pas encore été signalé à sa connaissance à l'état fossile, le genre *Anatife*. Il a été trouvé des débris tout à fait identiques dans le sable renfermé dans des coquilles des terrains subappennins qui font partie des collections de la Faculté des Sciences.

M. Raulin croit avoir vu dans le *Traité de Paléontologie stratigraphique*, de M. d'Orbigny, une espèce de ce genre, désignée sous le nom d'*Anatifa Burdigalensis*, d'Orb.

Séance du 3 janvier 1851. — M. Lafont met sous les yeux de la Société une roche coquillière en voie de formation, sur les bords du bassin d'Arcachon, près de la chapelle. Cette roche consiste en un sable légèrement argileux, d'un gris bleuâtre foncé, renfermant à l'état subfossile un grand nombre de coquilles vivant actuellement dans le bassin.

M. Lafont destine cet échantillon au cabinet de la Faculté des Sciences.

M. Panel lit un Mémoire intitulé : *Notice sur la Salamandra variegata, Bory*. L'objet de ce Mémoire est de rétablir la véritable synonymie d'une *Salamandre* publiée en 1818, par Bory de Saint-Vincent *(Résumé d'Erpétologie)*, sous le nom de *S. variegata*. L'auteur arrive à cette conclusion, que la *Salamandra elegans*, de Lesson, publiée en 1844, n'est qu'un double emploi. Daudin (dict. Ch. d'Orbigny) assimile à tort la *S. elegans* au *Trito marmoratus*, la première étant une véritable *Salamandre*, et le second un vrai *Triton*. La *Salamandre* décrite par Daudin, comme le premier état du *Trito marmoratus*, est l'état jeune de la *S. variegata*.

M. Panel termine en donnant la description du Batracien Urodèle qui l'occupe, et qui a été trouvé à Saint-Médard-en-Jalles, Léognan et Gradignan.

M. Brochon donne lecture d'une note sur quelques plantes critiques ou peu connues de la *Flore de la Gironde* et particulièrement sur les *Ranunculus tripartitus*, D. C., *Filago Jussiœi* (Cosson et Germain) et *Cyclamen hederæfolium* (Ait).

A l'occasion d'une citation de M. Brochon, relative au *F. Jussiœi*, de

l'herbier de M. Spach, M. Lafont signale plusieurs plantes indiquées comme provenant du département de la Gironde et qui sont inconnues aux botanistes bordelais; entre autres le *Dianthus deltoïdes*, l'*Echinops sphærocephalus*, etc.

Le président se propose d'interroger officiellement les auteurs sur ces indications, quand la Société aura à faire des publications relatives à la flore du département.

M. Delbos donne lecture d'une notice de M. Ch. Des Moulins sur le *Cyperus Vegetus* Wildenow (l'*Ami des Champs* de janvier 1851, p. 23).

M. Delbos lit à ce sujet un passage relatif à ce *Cyperus*, d'une lettre que lui avait adressée M. Féraud, botaniste de Peyrehorade, en novembre 1850. Cette lettre constate l'apparition de ce *Cyperus* aux allées Marines, près Bayonne. Il a disparu au bout de quelques années. M. Darracq l'avait classé *C. rotundus*, et M. Léon Dufour l'avait placé dans son herbier à côté d'un *Cyperus* identique, quant aux caractères extérieurs, qu'il avait pris au Jardin Botanique de Paris, et auquel il croyait avoir vu une étiquette portant le nom de *C. Brizoïdes*.

M. Comme lit une note qui accompagne les échantillons de *Cyperus Vegetus*, dont il a fait don à la Société. (Dépôt aux Archives.)

Séance du 20 janvier 1851. — M. Lafont lit une note sur la découverte qu'il vient de faire dans les sablières de Bel-Orme, rue Mondenard, à Bordeaux, d'un affleurement du dépôt de coquilles libres de Terre-Nègre, dont la trace était perdue depuis près de trente ans. Ce dépôt est séparé des graviers supérieurs par une mince couche d'argile et a offert à M. Lafont plusieurs fossiles dont les plus caractéristiques sont :

Turbo parkinsonii et opuscules ;
Trochus fragilis;
Fragments de *Pecten Billaudelli;*
Débris de *Scutella striatula.*

Cé Mémoire est déposé aux Archives.

M. Caillebois donne lecture d'un Mémoire intitulé : *Rapport sur quelques excursions dans les départements de la Creuse et de la Haute-Vienne, au mois de septembre 1850*. Après avoir donné un aperçu de la constitution physique et minéralogique des environs de Bourganeuf, désignés dans le pays sous le nom de *Basse-Creuse*, l'auteur énumère les plantes qu'il a recueillies dans les diverses conditions de stations phytostatiques qu'il a pu observer. (Dépôt aux Archives.)

M. Raulin demande à M. Caillebois s'il n'a pas observé l'*Erica scoparia* dans la Haute-Vienne et dans la Creuse.

M. Caillebois n'a rencontré aucun pied de cette plante, mais il signale l'*Erica ciliaris* non loin de Chalus (Dordogne).

M. Lafont dépose la liste des plantes mentionnées dans la *Flore Française* de MM. Grenier et Godron, comme se trouvant dans le département de la Gironde, et qui ont échappé jusqu'ici aux recherches des botanistes bordelais.

M. Lafont rend compte d'une excursion qu'il a faite dans les carrières de Terre-Nègre, voisines de la rue Paulin. Il a rencontré le *Spatangus ornatus*.

M. Raulin fait ressortir comme très remarquable l'existence dans les calcaires tertiaires des environs de Bordeaux de ce fossile qui se trouve aussi dans les terrains mummulitiques du bassin de l'Adour. Un individu, appartenant à la collection de feu Pédroni, qu'il a comparé avec des échantillons provenant de Biarritz, s'est trouvé tout à fait identique. Il invite M. Lafont à soumettre l'individu qu'il a recueilli à la Société, afin de le comparer avec l'espèce de Biarritz.

Séance du 3 février 1851. — M. Brochon lit une note sur une excursion aux environs de Beaumont (Seine-et-Oise), qu'il a explorés avec M. Graves, au double point de vue de la botanique et de la géologie.

M. Ramey lit un Mémoire intitulé : *Rapport sur quelques courses botaniques faites pendant les vacances aux environs de Bordeaux.* (Dépôt aux Archives.)

A la suite de cette lecture, M. Comme demande à M. Ramey si le *Cuscuta* signalé à l'allée Boutaut est bien réellement le *C. Europœa.* Il rappelle que M. O. Debeaux, botaniste d'Agen, prétend avoir trouvé le *C. Hassiaca* dans les marais de Bacalan.

M. Delbos a étudié le *Cuscuta* de l'allée Boutaut et croit que ce n'est réellement que l'*Europœa.* Il rappelle que la Société Linnéenne n'a pas jugé les indications de M. Debeaux suffisantes pour lui décerner une médaille.

M. Lafont fait observer que le *Chenopodium Botrys,* des environs de Bordeaux, est toujours plus rabougri que sur les bords de la Garonne dans son cours supérieur. Il croit à une émigration de cette plante, qui se serait répandue jusque dans la Gironde, en suivant le cours du fleuve.

M. Panel et M. Delbos ne partagent pas cette opinion. Ils citent les localités où cette plante acquiert tout son développement, soit sur le bord de la Garonne, soit sur celui de l'Adour.

M. Lareynie lit un Mémoire *sur quelques insectes aveugles.* Dans ce Mémoire, l'auteur fait ressortir l'étroite liaison qui existe, chez les insectes, entre la privation des organes de la vue et leur genre de vie particulier : les uns, vivant exclusivement dans les fourmilières, où ils sont

nourris par les fourmis, qui sont très-friandes de la liqueur sucrée qu'ils sécrètent; les autres, dans la tannée ou les détritus végétaux. Ces insectes sont en même temps dépourvus d'ailes; mais en échange du sens de la vue, les antennes sont chez eux très développées, ce qui, selon M. Lareynie qui adopte en ceci l'opinion de la plupart des entomologistes, indique une grande sensibilité de l'organe de l'odorat.

M. Bazin exprime ses doutes sur la théorie qui place dans les antennes le siége de l'organe de l'odorat. Il sait bien que les antennes des insectes et des crustacés renferment des faisceaux nerveux très considérables; mais il insiste sur ce fait physiologique, que les substances odorantes doivent être dissoutes pour agir sur le nerf olfactif, et que les antennes, revêtues d'une enveloppe cornée, ne présentent rien d'analogue à une membrane muqueuse. Il pencherait plutôt vers la théorie qui place l'organe de l'odorat dans les trachées, d'autant mieux que cette théorie est d'accord avec ce que l'observation a fait connaître : la liaison constante de l'organe olfactif avec l'appareil respiratoire.

M. Lareynie rappelle qu'un grand nombre de faits viennent appuyer l'opinion adoptée aujourd'hui par la plupart des entomologistes, et qui place dans les antennes l'organe de l'olfaction. Il cite pour exemple l'*Ichneumon*, qui reconnaît, à travers une épaisseur de plusieurs centimètres de bois, l'endroit précis où se trouve la larve dans laquelle il va déposer ses œufs, et les expériences faites sur une guêpe, qui, après l'amputation des antennes, avait perdu le sens de l'odorat au point de ne reconnaître qu'au contact les substances qui pourraient lui être nuisibles.

M. Bazin reconnaît que l'expérience de la guêpe paraît assez concluante, mais il croit que des expériences nombreuses sont encore nécessaires pour que le fait soit mis hors de doute, et qu'il faudrait, après avoir constaté ce fait physiologiquement, lui donner la sanction de l'anatomie en faisant connaître la structure intime des antennes.

M. Micé rappelle quelques expériences faites sur des *Batraciens*, dont tout le corps paraît sensible à l'impression des substances fortement odorantes, telles que l'ammoniaque.

Selon M. Salviat, l'ammoniaque n'agirait, dans ce cas, que comme agent chimique. Cette substance doit, en effet, agir avec beaucoup de force sur la peau presque muqueuse dont sont revêtus les *Batraciens*.

M. Raulin lit la seconde partie de son Mémoire intitulé : *Sur le champ d'études de la Société d'Histoire naturelle*.

Dans cette seconde partie, essentiellement géologique, l'auteur fait connaître l'étendue superficielle des divers terrains qui composent le sol du Sud-Ouest de la France; il passe en revue les questions litigieuses qui restent à éclaircir, et indique les observations qu'il y aurait encore à faire.

M. Delbos, à l'occasion de la divergence qui existe entre M. Raulin et lui au sujet des relations entre la molasse, le calcaire de Bourg et le calcaire à Astéries, déclare que, sans l'avoir tout à fait rallié à la théorie des affluents, les travaux de M. Raulin lui ont suggéré des doutes assez nombreux sur plusieurs points de la théorie contraire, au moins pour le bassin du Sud-Ouest. Il promet de faire tous ses efforts pour contribuer à éclaircir cette question encore obscure.

Séance du 17 février 1851. — M. de Montesquiou lit un travail intitulé : *Un mot sur les mousses. — Excursion du 27 décembre 1850 dans les landes d'Arlac.* (Dépôt aux Archives.)

M. de Lavernelle met sous les yeux de la Société les plantes suivantes, recueillies dans le département de la Dordogne et qui ne sont pas mentionnées dans le catalogue de M. Ch. Des Moulins :

1° Un *Epipactis,* qui paraît intermédiaire entre le *microphylla* et l'*atrorubens ;*

2° Un *Ophrys,* qu'il croit être l'*O. Pseudo-speculum ;*

3° L'*Anthericum ramosum ;*

4° Le *Blechnum Spicant.*

M. Lareynie signale dans le département de la Dordogne, aux environs de Saint-Cyprien, sur la rive gauche de la Dordogne, les plantes suivantes, qui appartiennent pour la plupart aux régions méridionales de la France :

Lavandula spica ;
Coriaria Myrtifolia ;
Acer Monspessulanus ;
Stipa pennata ;
Salvia sclarea ;
Anthericum ramosum ;
Pistacia therebentus.

Ces deux dernières ne sont pas mentionnées par M. Ch. Des Moulins.

M. Raulin a été étonné de voir à Beyssac, près de Saint-Cyprien, des bois de *Quercus ilex,* arbre qui affectionne principalement les régions littorales.

M. Bazin appelle l'attention des zoologistes sur la génération très peu connue des anguilles et des lamproies. Selon S. Everard Home, les organes sexuels de ces poissons ne sont visibles qu'au printemps.

M. Micé, dans une excursion qu'il a faite aux environs de Verdelais (Gironde), a recueilli l'*Helleborus viridis* et le *Galanthus nivalis.*

M. Ramey signale, à Langoiran, l'existence de couches sableuses inférieures à des bancs de calcaire à Astéries, qui renferment un assez grand nombre de débris d'ossements.

Séance du 3 mars 1851. — La Commission présente un modèle de tableau divisé en six colonnes, dans lesquelles elle a cherché à grouper méthodiquement les différentes observations que pourront avoir à signaler les auteurs de catalogues. Elle émet le vœu que le modèle destiné à faciliter les recherches qui pourront se faire plus tard, soit suivi par les Membres qui auront des catalogues botaniques à présenter à la Société.

ESPÈCES et variétés.	NATURE de l'habitation.	SOL.	ALTITUDE	LOCALITÉS. EXPOSITION.	DATE.
	Bois. Chênes. Pins. Châtaigners. Etc. **Rochers.** Calcaires. Siliceux. Etc. **Lieux incultes.** Landes sèches. — humides. Friches. Etc. **Prairies.** Prairies sèches. — humides. Friches. Etc. **Lieux cultivés.** Champs. Vignes. Jardins. Voisinage des habitations. Murailles. Toits. Etc. **Eaux.** Étangs. Marais. Ruisseaux lents. — rapides. Etc.	Sableux. Argileux. Calcaire.	Vallons. Vallées. Plaines. Coteaux. Collines. Plateaux.		

M. Brochon lit un Mémoire intitulé : ***Études sur la molasse de Caupian et le calcaire à Astéries du Thil (Gironde).***

L'auteur décrit les caractères que présentent la molasse miocène du moulin de Caupian et le calcaire à Astéries du Thil. Il signale dans la molasse :

Pecten Beudanti ;

Echinolampas Laurillardi ;

Une huître voisine de l'*Ostrea extensa.* (Desh.) ;

Une anomie qui ne paraît pas être l'*A. costata Brochi (A. Burdigalensis. Defr.) ;*

Des dents nombreuses de poissons appartenant à huit espèces (*Hemipristis, Galeus,* etc.).

Dans le calcaire à Astéries du Thil :

Lucina gigantea;

Nummulina intermedia;

Scutella striatula. (C. C. C.) ;

Enfin, un débris de maxillaire inférieur d'un mammifère de petite taille, que M. Brochon rapporte, suivant l'opinion de M. Raulin, au diluvium, et dont il explique la présence au milieu du calcaire à Astéries par l'existence d'un de ces puits nombreux qui se voient au contact du diluvium ou du sable des Landes et des couches infusoires, puits que des infiltrations calcaires auraient fermé plus tard dans sa partie moyenne.

M. Banon met sous les yeux de la Société des fossiles d'une grande beauté de conservation, recueillis dans les faluns de Léognan et de Cestas. Les plus remarquables sont :

Une *panopée,* de Léognan ; plusieurs *mâctres,* de Léognan (espèce nouvelle), et *Mactra striutula;* un *pecten* de très grande taille ; une *mitre,* de Cestas (métairie du Fourq), etc.

M. Delbos lit un passage d'une lettre de M. le Dr Hornes, de Vienne (Autriche). Cette lettre est intéressante en ce qu'elle indique les rapports qui existent entre la faune des faluns des environs de Vienne et ceux du sud-ouest de la France. M. Hornes ne croit pas que la distinction des époques *miocène* et *pliocène* puisse se soutenir plus tard.

M. Delbos fait remarquer que, dans la théorie qui attribue au soulèvement des chaînes de montagnes les différences survenues entre les faunes de deux terrains consécutifs, il serait bien singulier que le *soulèvement des Alpes Occidentales* n'eût apporté dans les mers voisines que si peu de changement, qu'il soit difficile de distinguer paléontologiquement les terrains antérieurs de ceux postérieurs au cataclysme, alors que le *soulèvement du Sancerrois*, qui a occasionné une ride comparativement si peu importante dans l'orographie de la France, aurait été

la cause d'une différence énorme entre les faunes miocènes inférieure et supérieure.

Séance du 17 mars 1851. — M. Abria donne lecture d'un Mémoire intitulé : *Note sur un anémomètre et un anémoscope à indications continues.*

M. Bazin demande si le voisinage des édifices n'influe pas sur les indications de ces instruments.

M. Abria répond que le voisinage des bâtiments n'influe que dans les bourrasques, ce dont il s'est assuré en faisant diverses observations au moyen des nuages et de la girouette de Saint-André. Cette influence doit porter plus spécialement sur la vitesse des courants. Au reste, l'auteur fait observer que les instruments n'étant établis que depuis peu de temps, ces faits sont encore à l'état d'étude.

M. Rollier s'informe du temps nécessaire pour juger de la vitesse moyenne.

M. Abria pense que vingt minutes peuvent suffire.

M. Rollier demande quelles sont les directions que le vent suit le plus fréquemment.

M. Abria dit que l'instrument a été placé le 19 décembre. Depuis cette époque, il y a eu des ouragans, où le vent a soufflé du nord pendant deux ou trois jours. Le vent s'est maintenu au sud pendant le reste de décembre et la plus grande partie de janvier; les brises d'est ont été très-rares. En février, le vent a été sud avec une tendance plus grande à passer au nord.

M. de Lavernelle lit un travail sur le système de notation employé par M. Thurmann dans son *Essai de phytostatique;* il conclut à l'adoption pure et simple de la notation tout entière.

M. Bazin appuie cette proposition.

M. Panel tire une objection du mode de dissémination que l'*Ophioglossum vulgatum* offre dans la plupart de nos prairies.

M. Delbos répond que cette dissémination s'explique très bien au moyen des coefficients employés par M. Thurmann, qui ont été imaginés dans le dessein de rendre compte du rôle que joue chaque espèce dans le tapis végétal, en comparant l'espace que couvrent les pieds de cette espèce à celui qu'ils pourraient couvrir, puisque le sol paraît leur convenir sous tous les rapports. C'est cette dernière surface que M. Thurmann appelle *station d'une espèce végétale.*

La proposition concluant à l'adoption de la notation entière de M. Thurmann est mise aux voix et adoptée.

M. Raulin lit un Mémoire intitulé : *Division de la France en régions botaniques.* L'auteur a accompagné ce Mémoire d'une carte coloriée, sur

laquelle il a cherché à représenter, par des teintes différentes, les flores des plateaux, des plaines, du littoral, etc., etc.

Séance du 7 avril 1851. — M. Lafont lit un travail intitulé : *Note sur les faluns de Cestas et du Fourq (Gironde).*

L'auteur assimile ces dépôts aux faluns inférieurs de Saucats, et décrit d'abord les sables coquilliers du Fourq, localité peu riche, dont il donne une coupe.

Il signale ensuite à Cestas, au-dessous du sable des landes, un falun à *Terebra, Corbula revoluta, Lucina columbella,* etc..., sur l'identité duquel l'auteur ne peut pas encore se prononcer, et enfin des couches sableuses coquillières très riches en fossiles et renfermant des *oursins,* des dents et des vertèbres de poissons, etc. ; il y signale la présence de dents de carnassiers de moyenne taille, et d'un humérus d'oiseau dont il donne un dessin fidèle.

Il explique la présence de ces débris paléontologiques par la formation du dépôt de Cestas à l'embouchure d'une rivière qui a pu y charrier quelques cadavres d'animaux terrestres en même temps que des coquilles fluviatiles (*Limnœa,* etc.) et terrestres (*Helix,* etc.). Le falun du Fourq, au contraire, aurait été déposé dans une mer profonde et loin de tout cours d'eau.

M. Lafont termine en signalant la présence d'oursins dans la molasse bleue des moulins de Rouillac (commune de Canéjan).

M. Banon lit le catalogue des coquilles qu'il a recueillies à Cestas.

Ce travail mentionne près de 110 espèces déterminées et un assez grand nombre d'espèces indéterminées, parmi lesquelles plusieurs paraissent nouvelles, entre autres un *Scalaria,* un *Cytherœa,* etc.

M. Panel lit une note sur le genre *Barbarea,* et en particulier sur le *Barbarea vulgaris* (R. Brown) (*Erysimum barbarea* (L.) de la Flore française.

M. Brochon, en réponse à une note de M. Burguet, insérée dans le tome XIII des *Actes de la Société Linnéenne,* fait part à la Société d'Histoire naturelle de nouveaux documents sur les cabinets formés à Bordeaux vers le milieu du siècle dernier, par Mme Charol-Duplessis et M. Journu père.

M. Banon montre à la Société un *Cassis mamillaris* et un *Cerithium geminatum* de la carrière de Menou (Léognan).

Séance du 28 avril 1851. — M. Panel lit une *Note sur un lézard* qu'il a rencontré à Arlac, dans les bois et sur les murs, et qu'il rapporte à la variété β (*Bibr. et Dum.,* Erpet., t. V) du lézard gris *(Lacerta muralis).* Cette variété, remarquable par la couleur rouge-brique de la

partie inférieure du corps, n'est indiquée, dans les suites à Buffon, qu'en Dalmatie, dans le royaume de Naples et dans l'île de Ténériffe. Elle serait donc nouvelle pour la France. M. Panel cite les localités suivantes où elle a été observée, à sa connaissance : 1° Arlac, près Bordeaux (Panel); 2° Bruges, près Bordeaux (Docteur); 3° la Vienne, R. (Grivot).

M. Banon croit avoir vu cette variété à Gradignan.

M. de Lavernelle dit l'avoir observée également en Périgord.

M. Bazin fait ressortir l'incertitude qui règne dans les caractères sur lesquels reposent les espèces, et la difficulté qu'on éprouve lorsqu'il s'agit de distinguer certaines formes, soit animales, soit végétales. Ainsi que le lui faisait remarquer un jour M. Aug. de Saint-Hilaire, il n'est pas rare de trouver des séries d'espèces considérées comme distinctes qui se lient entre elles par des termes intermédiaires, de telle sorte qu'il est souvent presque impossible de distinguer deux termes voisins. Selon M. Bazin, cette incertitude résulterait de ce que les caractères employés n'ont pas une valeur suffisante. Il rappelle qu'il a proposé dans son cours une classification des caractères zoologiques, disposés dans l'ordre de leurs valeurs relatives, et la définition du mot espèce. Deux formes vivantes sont de même espèce quand elles se ressemblent par tous leurs caractères zoologiques.

M. Brochon demande à M. Bazin quelle valeur il attribuerait à une forme qui se reproduirait toujours avec les mêmes caractères.

M. Bazin répond qu'il ne croit pas que l'espèce soit immuable. Selon lui, elle peut varier sous l'influence du temps ou de conditions d'existence différentes. Il cite, comme exemple, le *chien*, le *coq* et le *pigeon domestique*.

M. Delbos fait remarquer qu'il est difficile d'appliquer au règne végétal, dans l'état actuel de nos connaissances, la méthode de la subordination des caractères, les mêmes caractères n'ayant pas une valeur comparable dans toutes les familles. Ainsi, les graines, si importantes pour la distinction des espèces dans les *Epilobium*, *Spergula*, etc., ne fournissent aucun moyen de distinction dans les *orchidées*, etc.

M. Rancoulet observe que les caractères que présente la terminaison de la ramification dans les végétaux sont ceux qui offrent le plus de diversité.

M. Bazin se demande s'il ne serait pas possible d'appliquer aux plantes la méthode de la subordination des caractères, en considérant la fonction de la nutrition comme devant passer avant celle de la génération. Ne pourrait-on pas aussi rechercher s'il n'y a pas dans le règne végétal des formes qui dominent réellement les autres, qui jouissent d'une puissance en quelque sorte plus grande, de même que, dans le règne animal, il est des êtres qui dominent les autres par leur intelligence ou le développement plus complet de leurs facultés?

M. Delbos répond que l'emploi des caractères tirés des fonctions de nutrition existe déjà en botanique, et que ces caractères sont considérés comme tellement importants, que ce sont eux qui servent à distinguer principalement les classes ; mais il doute qu'ils puissent être d'un grand secours dans la distinction des espèces, en raison du peu de diversité qu'ils présentent, même lorsqu'on les soumet à l'analyse microscopique.

Le même Membre rend compte d'une excursion qu'il a faite le 22 avril à Gradignan avec M. Banon.

M. Ramey rend compte d'une excursion faite le 27 avril à Margaux (Gironde).

Séance du 5 mai 1851. — M. Delbos lit une Notice géologique sur le pays compris entre Pau et Arudy (Basses-Pyrénées). Les terrains mentionnés sont :

1° Le diluvium à gros galets (poudingues de Pau) ;

2° Le terrain nummulitique en couches inclinées à Bos-d'Arros ;

3° Le terrain crétacé en couches très inclinées, formées entre Gan et Rebenac par des alternances de calcaires, et entre Rebenac et Arudy par des calcaires alternant avec des schistes argileux noirâtres.

C'est dans ces derniers terrains que Palassou, et, d'après lui, M. Dufrénoy, ont indiqué des nummulites au sommet du pic de Rebenac et à Arudy. L'auteur a exploré ces deux localités, et il n'y a vu aucune trace de nummulites. Il pense que les corps signalés par Palassou ne sont que des sections de tubes de *serpules*, assez fréquentes dans les roches calcaires d'Arudy et de Rebenac. Il croit pouvoir rapporter au terrain crétacé inférieur cette puissante formation si développée entre Pau et Arudy.

Séance du 19 mai 1851. — M. Brochon lit une note intitulée : *Observations sur quelques cryptogames nouvelles pour la Flore de la Gironde.*

Au sujet de la lecture de M. Brochon, M. Schrader dit qu'un fragment d'épiderme qu'il avait préparé pour des observations microscopiques, a présenté, au bout d'un certain temps, des taches dues à la présence d'une cryptogame. Il demande à M. Brochon quelles sont les conditions de production de ces cryptogames.

M. Brochon répond qu'une certaine humidité paraît être indispensable à la germination des sporules ; que, probablement, le fragment d'épiderme dont s'agit a été mouillé en vue de l'expérimentation à laquelle il devait être soumis, et qu'il n'est pas dès lors surprenant que quelque sporule d'urédinée ou de mucédinée s'y soit développé sans que tout d'abord sa présence ait été révélée par le microscope, certains de ces sporules

ayant quelquefois, au début, moins de 1/100e de milimètre de diamètre.

M. Ramey signale à Lormont le *Carex pallescens,* nouveau pour la Flore de la Gironde.

M. Brochon a trouvé à Léognan le *Nostoch sphœricum,* non encore indiqué dans le département.

Séance du 2 juin 1851. — Lecture d'une lettre de M. Godron, datée de Montpellier 14 mai, en réponse à la demande qui lui avait été faite par la Société relativement à plusieurs plantes signalées, dans la Flore française, par M. Grenier et lui, comme se trouvant dans le département de la Gironde.

Toutes les plantes dont il est question ont été indiquées sur l'examen d'échantillons portant indication de localités précises, à l'exception de l'*Aldrovanda vesiculosa.*

Le *Dianthus deltoïdes,* recueilli à La Teste, se trouve dans l'herbier de M. Requien.

Le *Trifolium tenuiflorum,* voisin du *T. strictum* (W. K.), a été recueilli à Bordeaux, en 1825, par M. Soyer-Villemet.

C'est dans l'herbier de ce botaniste que se trouve le *Lotus Allionii,* recueilli par Pailloux, le *Vicia calcarata* et le *Bellis annua.*

Enfin, M. Godron a reçu l'*Echinops sphœrocephalus,* qui lui a été envoyé de Bordeaux sous le nom d'*E. ritro.*

M. Panel fait observer, relativement au *Dianthus deltoïdes,* que M. Ch. Des Moulins ayant envoyé à M. Requien un nombre considérable d'échantillons de *D. gallicus* recueillis à Andernos, quelques *D. deltoïdes,* étrangers au département de la Gironde, ont pu être mêlés à l'envoi et devenir cause d'une erreur.

Le même Membre lit une note intitulée : *Rapport sur une excursion cryptogamique faite à Léognan,* par MM. Brochon et Panel.

M. Ramey lit une note sur une *Mauve* qu'il a trouvée à Bègles et qui, bien que voisine de *M. sylvestris,* paraît en différer notablement.

MM. Ramey, Brochon, Delbos et Banon rendent compte de diverses excursions qu'ils ont faites à Bègles, Villenave-d'Ornon, Mérignac et Gradignan.

Séance du 16 juin 1851. — M. de Lavernelle offre à la Société l'*Arenaria marginata,* espèce nouvelle pour la Flore de la Gironde.

M. Delbos signale dans les marais de La Bastide, près Bordeaux, un *Cirsium* qui lui paraît être une hybride des *C. anglicum* et *bulbosum.*

M. Brochon rend compte d'une excursion botanique qu'il a faite, avec M. Banon, aux environs de Guitres et de Coutras. Il signale, entre

autres espèces intéressantes, le *Ranunculus divaricatus,* le *Chara stelligera* et le *Scirpus lacustris*, présentant la modification anomale des graines décrites par M. Des Moulins.

M. Lafont lit une *Note sur le Lychnis læta* (Ait.) et le *Sedum pentandrum* (Rov.) qu'il considère simplement comme une variété du *S. villosum.*

M. de Montesquiou annonce qu'il a retrouvé à Arlac le *Buxbaumia aphylla,* qui n'y avait jamais été observé qu'une seule fois par M. Ch. Laterrade.

Séance du 21 juillet 1851. — M. Ramey dit qu'il vient de trouver, sur le chemin de halage, à Lormont, deux espèces nouvelles pour la Flore de la Gironde : le *Roripa nasturtioïdes* et le *Camelina sativa.*

M. Delbos fait un Rapport sur le *Bulletin de la Société géologique de France* (année 1851).

ANNÉE 1851-1852.

Président : M. Bazin. — *Secrétaire :* M. Delbos.

Séance du 3 novembre 1851. — M. Lafont annonce qu'en étudiant les *Statices* des bords du bassin d'Arcachon, il croit avoir reconnu les espèces suivantes : *Statice Bubani, St. pseudo-limonium* et le *St. Dodartii.*

MM. Ramey et Panel rendent compte des excursions botaniques qu'ils ont faites : le premier, à Haux, et le second, à Chalais.

Séance du 19 décembre 1851. — M. Lafont lit un *Rapport sur une excursion botanique faite de Saint-Palais à Mortagne (Charente-Inférieure), du 19 juillet au 2 août 1851,* par MM. Delbos et Lafont.

M. Ramey lit une *Note sur quelques localités de plantes trouvées dans diverses excursions botaniques faites pendant les vacances.* — Il signale notamment la présence du *Chara stelligera,* en magnifique état, aux allées de Boutaut.

Le même Membre lit une *Notice sur les champignons vénéneux.* — Il croit pouvoir conclure, en s'appuyant sur plusieurs faits, que le principe vénéneux étant ou volatil ou soluble dans l'eau chaude, on peut manger sans danger toute espèce de champignons, en ayant la précaution de les faire préalablement bouillir dans l'eau.

M. de Montesquiou cite un paysan du Lot-et-Garonne qui mange tous les champignons indistinctement en les faisant simplement rôtir devant le feu.

M. Panel cite quelques faits qui tendraient à prouver que les champignons vénéneux peuvent être mangés sans danger quand ils ont été confits dans le vinaigre. Il a eu occasion de faire à l'hôpital Saint-André l'autopsie d'une femme morte à la suite d'un empoisonnement causé par les champignons. Le cadavre ne présentait aucune lésion intérieure. Les symptômes de la maladie avaient été tout à fait les mêmes que ceux du choléra.

M. Bazin cite l'ouvrage de Roques comme utile à consulter sur cette matière. Cet auteur conseille le vinaigre comme antidote. Quant aux données à tirer de l'ouverture cadavérique, il croit que la mort peut survenir sans qu'il y ait eu aucune lésion intérieure. Une simple inflammation des muqueuses du tube digestif, par exemple, peut produire la mort.

M. Comme croit que la manière de préparer les champignons peut avoir une grande influence sur leurs qualités nuisibles. Il prétend qu'à La Réole (Gironde), on mange impunément la *fausse oronge* et l'*agaric rouge* en les faisant griller préalablement sur des charbons ardents.

M. Micé dit que, d'après les ouvrages d'Orfila, on n'est pas bien d'accord sur la question de savoir si la *fausse oronge* doit être ou non rangée parmi les champignons vénéneux. Au Kamschatka, elle produit seulement l'ivresse, et est employée à cause de cette propriété. Quant aux antidotes, un médecin de Bordeaux prétend avoir obtenu de bons résultats de l'emploi de l'ammoniaque, mais seulement après l'expulsion des aliments contenus dans l'estomac.

Séance du 1er décembre 1851. — M. Lafont lit un travail sur les *Statices* du département de la Gironde.

Il résulte de ce travail, qui a pour but la détermination des espèces qui croissent dans le sud-ouest de la France et l'examen critique des caractères assignés par les auteurs aux diverses espèces, que :

Dans presque toutes les espèces, les feuilles et les rapports de dimension qui existent entre la trachée interne et la trachée externe sont sujets à de nombreuses variations, et que par conséquent, contrairement à l'opinion de MM. de Girard et Boreau, il ne faut en tirer aucun caractère spécifique; enfin, qu'on ne doit s'appuyer que sur l'inflorescence et la forme du calice.

« Les différentes espèces que l'auteur a reconnues dans le Sud-Ouest sont :

» 1° Le *Statice limonium* (L.);

» 2° Le *St. pseudo-limonium,* qui s'en distingue par ses bractées et ses rameaux serrés;

» 3° Le *St. serotina,* qui n'est peut-être qu'une variété de *St. limonium,* et qui s'en distingue par sa tige et sa panicule plus grêle;

» 4° Le *St. caspia* (Wild.), qui avait été confondu par M. Laterrade et M. Ch. Des Moulins avec le *St. dichotoma* (Cav.), qui est une espèce méditerranéenne.

» 5° L'auteur mentionne sous le nom de *St. oceanica* un *St.* du cap Ferret qu'il croit être nouveau.

» 6° L'auteur passe ensuite au *St. Dodartii, lychnidifolia* et *Bubani.* Suivant lui, pour arriver à une détermination exacte, il faut s'appuyer uniquement sur la forme du calice et sur l'inflorescence, en laissant de côté les caractères tirés des bractées et des feuilles.

» Enfin, M. Lafont termine en ajoutant à sa Note un tableau analytique des *Statices* du sud-ouest de la France. »

M. Raulin, sur l'examen des échantillons soumis à la Société par M. Lafont, doute de l'identité du *Statice* de La Teste, rapporté par M. Lafont au *S. caspia,* avec celui de la Méditerranée.

M. Lafont répond qu'il n'a trouvé aucune différence dans les calices et les autres parties de la fleur. Il reconnait cependant que le port des deux plantes est tout différent; mais il croit avoir observé sur des échantillons de Provence des passages à la forme océanienne.

M. Ramey dépose un *scorpion* provenant d'une maison des Chartrons, à Bordeaux, où il se trouve en abondance.

M. Salviat a eu l'occasion de voir l'effet d'une piqûre de cet animal, qui ne présente aucune espèce de danger dans notre pays.

M. Ramey lit de nouveau sa *Notice sur les champignons vénéneux,* remaniée depuis la dernière séance.

M. Lafont s'est assuré que l'agaric nommé *roussette* à La Teste est l'*Agaricum digmogalus.*

M. Comme réfute l'importance des caractères signalés par M. Ramey comme généralement propres aux champignons vénéneux, la présence d'un suc laiteux par exemple. Selon lui, beaucoup d'espèces qui fluent un suc blanchâtre ne sont nullement dangereuses.

M. Micé cite un Mémoire de M. Letellier sur les champignons vénéneux. Selon cet auteur, il n'existe pas un caractère général propre à distinguer les bonnes espèees des mauvaises.

M. Schrader s'étonne de ce que l'on n'ait pas pu encore isoler le principe vénéneux des champignons.

M. Delbos répond que la difficulté provient sans doute de ce que ce principe est décomposable par la chaleur.

M. Micé donne lecture d'un passage du *Traité de Toxicologie*

d'Orfila, dans lequel sont consignées plusieurs analyses de champignons. Leur composition est très variable, et ne donne aucune notion propre à éclairer la question.

Séance du 15 décembre 1851. — M. Delbos lit une Notice intitulée : *Aperçu sur la végétation d'une partie du département de la Dordogne dans la dernière quinzaine de septembre et la première d'octobre 1851.*

Le pays parcouru comprend la vallée de la Dordogne depuis Bergerac jusqu'à Castelnau, près Domme; l'espace borné par la Dordogne; la route de Bergerac à Périgueux, à l'ouest, et une ligne tirée de Campsegret à Bergerac; enfin, les communes de Veyrines et de Marnac, et les environs de Molières, au sud de la Dordogne.

L'auteur s'est efforcé de grouper ses observations suivant les différentes stations physiques qu'il a remarquées. C'est ainsi qu'il passe successivement en revue les flores des berges de la Dordogne, de la vallée de cette rivière et des vallons arrosés par ses affluents, celle des coteaux, etc.

M. Ramey dépose des échantillons de *Phalaris minor,* espèce nouvelle pour la Flore de la Gironde.

M. Micé fait don aux Archives : 1° D'un tableau dans lequel il a résumé les faits principaux qui se présentent dans la formation du fœtus humain et de ses enveloppes ou appendices; 2° d'un tableau dressé, à sa prière, par M. Jacquemet, ingénieur ordinaire des ponts et chaussées à Langon, et qui a pour titre : *Hauteurs des débordements de la Garonne au-dessus de l'étiage du 7 octobre 1847 au pont de Langon (culée gauche).*

Séance du 5 janvier 1852. — M. Bazin engage les anatomistes de la Société à rechercher la circulation des entozoaires. M. de Quatrefages nie la possibilité d'injècter les vaisseaux latéraux que présentent les articles de ces animaux. Cependant, M. Bazin est parvenu très facilement à les injecter sur un helminthe du serpent Python *(Botrydium Pythonis).* Il n'a pu cependant injecter les vaisseaux afférents qui partent de ces canaux transversaux et latéraux. Mais il a fait sortir le mercure, sans aucune déchirure des tissus, par les ostioles qui se trouvent sur les articles de cet entozoaire, et qui servent d'ouvertures aux organes génitaux.

A propos de la reproduction des helminthes, M. Bazin ajoute que, d'après les théories modernes, il est à croire que les ovules du tœnia ne peuvent se développer dans le milieu où vit l'animal parfait. Ils auraient besoin, d'après cela, de passer par un état analogue à celui de *larves* et à se développer sur des matières végétales, dans l'eau, etc.

M. Salviat rappelle que, dans le *Dictionnaire des Sciences naturelles,* M. de Blainville cite la présence de trente *tœnias* dans un même individu. Ce fait est néanmoins signalé comme extrêmement rare. Cette observation viendrait à l'appui de l'opinion qui admet la présence des ovules d'helminthes dans les substances qui servent à la nutrition.

M. Bazin ajoute que ces ovules se trouvent sans doute dans l'eau.

M. Panel dit qu'il a trouvé des trichocéphales dans tous les cadavres qu'il a ouverts. Il n'a jamais constaté d'exception à ce fait.

M. Lareynie cite quelques exemples de parasitisme des insectes. Il signale notamment les excroissances formées sur les feuilles du *Pistacia terebinthus* par suite de la piqûre d'un puceron. Il a vu ces excroissances présenter jusqu'à 4 décimètres de longueur.

M. Lafont rend compte d'une excursion géologique qu'il a faite à Martignas avec M. Banon. La molasse de cette commune, connue depuis longtemps par la beauté des échinodermes qu'elle renferme, lui a paru différer, par ses caractères lithologiques, des autres molasses qu'il a vues, à l'exception de celle de Salles dont il serait assez disposé à la rapprocher.

M. Delbos répond que la molasse de Martignas n'est que le prolongement de celle du moulin de Caupian, près Saint-Médard. Elle se trouve, en effet, dans le lit d'un des affluents de la Jalle. De plus, la molasse de Caupian renferme les mêmes fossiles que celle de Martignas, mais dans un plus mauvais état de conservation.

M. Lareynie entretient la Société de l'emploi de la *cétoine dorée* comme remède contre la rage.

M. Lafont demande s'il est fait mention dans les ouvrages de mammalogie que les écureuils mangent des insectes. Il a vérifié ce fait par lui-même.

M. Lareynie a trouvé fréquemment des débris de longiserres dans les nids d'écureuils.

M. Delbos a trouvé de nombreux élytres de carabes dans l'estomac d'une genette tuée aux environs de Libourne.

Séance du 2 février 1852. — M. Delbos lit divers passages d'une lettre qui lui a été adressée par M. J. Léon, de Peyrehorade. M. Léon lui annonce qu'il a découvert aux environs de Bayonne le *Panicum digitaria* en très grande abondance. M. Delbos fait remarquer qu'il avait envoyé, en 1849, des rhizomes frais de cette graminée à M. Féraud qui voulait la naturaliser à Peyrehorade sur les bords du gave de Pau. M. Léon a visité les lieux où M. Féraud avait planté ces rhizomes, mais il n'en a pas vu de vestiges. Il est donc à peu près certain que la plante des environs de Bayonne ne provient point des graines qui auraient pu être

entrainées par le gave depuis Peyrehorade. Du reste, son abondance exclurait toute supposition semblable.

M. Léon annonce aussi la découverte de deux plantes nouvelles pour la Flore des Basses-Pyrénées : le *Xanthium spinosum* et l'*Amaranthus retroflexus*.

Séance du 16 février 1852. — A l'occasion de la lettre de M. Léon, M. Comme dit qu'il a envoyé, il y a deux ans, des rhizomes frais de *Panicum digitaria* à deux personnes de Bayonne qui voulaient essayer de naturaliser cette plante aux environs de la ville.

M. Delbos ne croit pas que le *Panicum digitaria*, d'après la manière dont il est répandu aux environs de Bayonne, puisse provenir d'une naturalisation de date aussi récente.

Le Secrétaire lit divers passages d'une lettre de M. Brochon, depuis quelque temps fixé à Paris. Cette lettre est relative :

1° Aux recherches dont s'occupe M. Montagne sur les fonctions des étoiles du *Chara stelligera*, qu'il considère comme des dépôts de fécule analogues à ceux des renflements des tiges souterraines des pommes de terre. Selon lui, ces étoiles n'existent probablement que dans le *Chara stelligera* (Baüer);

2° Au *Cerastium alsinoïdes* (Pers.), qui, suivant M. Chaubard, serait le type du *C. tetrandum*, de Curtis. M. Brochon en a envoyé un dessin fait par M. Chaubard. Ce botaniste a trouvé cette espèce dans le département du Lot-et-Garonne, et croit qu'elle doit se trouver dans la Gironde;

3° Au *Plantago Wulfeni*, qui, d'après M. Decaisne, est presque partout confondu avec le *Plantago maritima*, et qui pourrait se trouver dans la Gironde.

M. Panel dit qu'il a examiné les étoiles du *Chara stelligera*, et qu'elles ne sont pas pierreuses. Il en donne la figure et la description.

M. Delbos a aussi constaté qu'elles ne font point effervescence avec l'acide chlorhydrique. Il les considère comme composées en grande partie de fécule. Ce seraient par conséquent des réservoirs de substance destinés à la nutrition. Il a cru que ce n'étaient que des épaississements des aisselles des verticilles, et n'a pas songé à les comparer à des tubercules appartenant aux racines.

M. Ramey croit que ces étoiles sont des tubercules espacés sur le trajet des rhizomes, et se range complètement à la manière de voir de M. Montagne. Il se propose, du reste, de suivre attentivement leur développement.

M. Delbos présente un Rapport sur la première partie de l'ouvrage de M. d'Orbigny, intitulé : *Précis élémentaire de Paléontologie stratigraphique*.

M. Panel fait un Rapport sur les Mémoires relatifs à l'histoire naturelle qui ont paru dans la *Gazette médicale* des mois de décembre et de janvier.

Séance du 1er mars 1852. — M. Delbos continue l'analyse, commencée dans la séance précédente, du *Précis de Paléontologie stratigraphique* de M. d'Orbigny.

Séance du 15 mars 1852. — M. Ramey lit un Rapport sur un Mémoire intitulé : *Observations sur la germination particulière et sur le développement de quelques espèces de Corydalis;* par M. Bischoff. (*Ann. des Sciences nat.,* 2e série, t. I, p. 117.)

M. Raulin lit un Mémoire en réponse à une Note de M. Leymerie, publiée dans les Comptes-Rendus de l'Institut, dans laquelle ce géologue essaie de démontrer que les *Anthracoterium*, de Moissac (Tarn-et-Garonne), appartiennent au terrain tertiaire moyen. Il s'agissait, pour décider la question, de préciser l'âge des molasses dans lesquelles les débris de ces mammifères ont été trouvés. M. Raulin a accompagné son Mémoire d'une coupe des terrains du bassin de l'Aquitaine, depuis Saint-Palais-sur-Mer (Charente-Inférieure) jusqu'à Moissac, au moyen de laquelle il est démontré que les molasses à *Anthracoterium* appartiennent à l'âge des molasses du Fronsadais, c'est à dire au terrain tertiaire inférieur. L'âge de l'*Anthracoterium* de Moissac se trouve ainsi déterminé.

M. Delbos termine l'analyse de la première partie du *Précis de Paléontologie stratigraphique* de M. d'Orbigny.

Séance du 5 avril 1852. — M. Ramey lit une analyse d'un Mémoire intitulé : *Essai d'expériences sur la greffe des graminées,* par M. J. Calderini, de Milan. (*Ann. des Sciences nat.,* 3e série, t. VI.)

M. Comme doute que le riz puisse germer dans un terrain sec. Il ne voit donc pas l'utilité de l'expérience de M. Calderini.

M. Delbos fait remarquer que le but que s'est proposé M. Calderini est de favoriser l'acclimatation du riz par la greffe sur le *Panicum crus-galli* qui se plaît dans les lieux simplement humides et non inondés; l'objet de la greffe étant, suivant l'auteur, moins la propagation des variétés que l'acclimatation des espèces dans certains terrains qui ne leur conviendraient pas immédiatement.

M. Brochon appelle l'attention de ses collègues sur le genre *Cerastium.* Il y a dans l'herbier de Clarion un *Cerastium* qui fut nommé par Persoon *C. alsinoïdes.* Selon M. Chaubard, le même nom fut donné par M. Grenier et par M. Ch. Des Moulins à une autre plante. Dans la *Flore de France,*

de MM. Grenier et Godron, cette espèce est réunie au *Cerastium glutinosum*. Mais M. Chaubard pense que le *C. alsinoïdes* (Pers.) est une espèce distincte.

Le même Membre expose ses idées sur le peu de valeur des caractères spécifiques (suivant les auteurs) des *Viola* intermédiaires entre le *V. hirta* et le *V. odorata*.

Ces observations que M. Brochon détache d'un travail d'ensemble sur les *Viola* du département de la Gironde dont il s'occupe depuis plusieurs mois, portent particulièrement sur le *V. alba* (Bess.), nouvelle acquisition pour la Flore bordelaise, que M. Brochon avait reconnue depuis quelque temps dans un envoi de M. Ramey qui la confondait avec le *V. odorata fl. alb.*

Après avoir passé en revue tous les caractères différentiels assignés par Besser à son espèce (*primit. Fl. gall.*, t. I, p. 171), et avoir essayé de démontrer qu'ils se retrouvent plus ou moins, mais avec des modifications *non spécifiques*, dans toutes les espèces hybrides des Allemands, M. Brochon s'exprime en ces termes :

« Ainsi, en étudiant toutes ces espèces si multipliées aujourd'hui, il semble qu'on n'a sous les yeux qu'une chaine dont le premier anneau est le *V. odorata*, et le dernier le *V. hirta*. C'est ce qu'a cru Spenner (*Fl. Friburg.*, p. 1086), qui a réuni toutes ces formes sous le nom unique de *V. martii*.

» La vérité est-elle là? Non. Une espèce ainsi formée ne répond plus à l'idée d'espèce qui doit correspondre à un type nettement défini, bien qu'immatériel, et irréductible à tout autre.

» Quelle est donc l'erreur de Spenner?

» C'est d'avoir considéré ces formes comme se rattachant toutes au *V. odorota* par une série d'anneaux dont chacun est étroitement lié au précédent, et dont le dernier est le *V. hirta* qu'il regarde ainsi comme la plus éloignée des modifications de son type.

» Cette erreur, dit M. Brochon, est démontrée par les caractères absolument opposés des deux formes extrêmes, à coup sûr impossibles à réunir sous une dénomination unique.

» Que croire donc?

» 1° Que le *V. odorata* (L.) et le *V. hirta* (L.) sont deux espèces nettement caractérisées et irréductibles, en tant que types, l'une à l'autre, mais ayant les plus grandes tendances à se féconder mutuellement;

» 2° Que toutes les espèces intermédiaires des Allemands et le *V. hirto-alba* (Gren. et Godr.) sont des hybrides des deux précédentes, hybrides plus ou moins éloignées de l'un ou de l'autre type, selon que c'est le premier ou le dernier élément qui a déterminé l'hybridité.

» Telle est ma conviction, dit M. Brochon, et je n'en changerai que

devant des preuves irrécusables tirées du fruit, cet organe si important qui m'a offert jusqu'ici des ressources si grandes dans l'étude des espèces critiques de ce genre, et que, cependant, les auteurs ont tant dédaigné, peut-être à cause de la difficulté de rencontrer en herbier des fruits non ouverts et pourtant assez mûrs.

» Enfin, dit-il, s'il me fallait établir un ordre, un classement entre ces formes si multipliées, je dirais :

» Ou l'élément *V. odorata* a prévalu, et alors nous aurons le *V. suavis* (Bieberst.) et le *V. hirto-alba* (Gren. et Godr.) que je considère comme un hybride, non du *V. hirta*, mais du *V. odorata* et du *V. alba*.

» Ou l'élément *V. hirta* a décidé du croisement, et alors je classerai dans un ordre de gradations de plus en plus rapprochées du type le *V. alba* (Bess.), le *V. odorato-hirta* (Rehb.), le *V. sororia* (W. Rehb., *Ic. Bot.*, f. 94), le *V. campestris* (Bieb. in Rehb., *Ic. Bot.*, f. 89, 90, 91), le *V. hirta fraterna* (Rehb., f. 95), et le *V. collina* (Best. Rehb., f. 92, 93). »

M. Brochon ajoute, en terminant, qu'il a reconnu l'existence dans la Gironde de plusieurs *Viola* d'un très haut intérêt, parmi lesquels il cite, outre le *V. canina* (type linnéen peu connu des auteurs), et le *V. alba* (Bess.), une espèce qui est très probablement le *V. Ruppii* (All) et le *V. ericetorum* (Schrader), qui est une variété du *V. canina*, plus une espèce très voisine du *V. lancifolia* (Thore), mais que M. Brochon n'est point encore parvenu à déterminer. »

Séance du 19 avril 1852. — M. le Secrétaire lit une lettre de M. de Lavernelle, annonçant qu'il a trouvé dans la Dordogne deux plantes non mentionnées dans ce département : le *Viola hirto-alba* et le *Primula variabilis*.

M. Ramey lit un travail intitulé : *Notice sur la greffe*.

L'auteur, après avoir défini la greffe, sa théorie et son but, passe en revue les différentes sortes de greffes usitées par les horticulteurs, les divers végétaux qui sont susceptibles de se greffer les uns sur les autres, et les exceptions qui se présentent quelquefois dans un même genre naturel. Enfin, il examine les circonstances qui peuvent influer sur la réussite de l'opération. Après avoir terminé sa lecture, M. Ramey met sous les yeux de la Société plusieurs échantillons de greffes, et pratique l'opération sur des tronçons apportés à cet effet.

M. Micé dépose, pour les Archives, un nouveau tableau des hauteurs des débordements de la Garonne au pont de Langon. Ce tableau est destiné à servir de complément à celui qui a déjà été déposé par M. Micé, et sur lequel plusieurs chiffres avaient été omis.

Séance du 17 mai 1852. — M. Brochon écrit qu'il a eu l'occasion d'élucider, par ses recherches bibliographiques, un fait observé par lui et par M. Delbos dans une excursion commune faite par eux à Bruges, relativement au mode de reproduction de la sagittaire.

A la base de la sagittaire, dit M. Brochon, il existe un renflement formé par l'imbrication des feuilles. De la partie inférieure de chaque gaine pousse en automne un corps filamenteux, lequel se termine lui-même par un petit renflement de consistance farineuse qui a l'air d'un véritable bulbe. En hiver, le corps filamenteux, suspenseur de ce bulbe, meurt, et celui-ci se trouve dans la vase, isolé de la plante mère. Il s'accroît alors rapidement, et on voit bientôt sortir du point opposé à celui par lequel il adhérait à son suspenseur une sorte de hampe qui, née d'un bulbe sans racines, n'en pousse qu'au moment où elle se trouve en contact avec l'eau. Les racines adventives ainsi formées suffisent bientôt à la nourriture de la plante, et alors le bulbe central, devenu inutile, se flétrit et se détache. Ce bulbe contient beaucoup de fécule comme on peut s'en assurer au moyen de l'iode, et cette fécule est destinée à alimenter la jeune plante avant l'épanouissement des racines adventives.

C'est ce fait curieux de reproduction d'une alismacée au moyen d'un bulbe que M. Brochon avait cru nouveau, et sur lequel il s'était proposé de consulter les auteurs. Il a trouvé que ce fait paraissait entièrement ignoré de tous les floristes et même de tous les physiologistes, et qu'il n'avait été signalé que par Nolte, dans un Mémoire publié en 1825 (dans un journal danois), et par Raffineau-Delisle, dans son *Voyage en Belgique* (avec figures).

M. Brochon rappelle que, dans cette même course à Bruges, il a observé, avec M. Delbos, le cas rare des *phyllodes* de la sagittaire.

Séance du 7 juin 1852. — A l'occasion de la lettre de M. Brochon, M. Panel fait observer que la sagittaire offre trois sortes de feuilles qu'il a eu l'occasion de remarquer : 1° les phyllodes qui sont rubanées ; 2° des feuilles submergées et linéaires ; 3° des feuilles émergées et sagittées.

M. Ramey lit un Catalogue des principales plantes qu'il a trouvées pendant le mois de mai et les premiers jours de juin. Au milieu des nombreuses raretés mentionnées dans ce Catalogue, on remarque surtout le *Trifolium Perreymondi,* recueilli à Gradignan avec M. Banon, espèce qui n'avait encore que trois localités connues en France (Roquebrunne, près Fréjus, vallée d'Eynès, et La Teste-de-Buch), et le *Millium scabrum,* indiqué seulement en Corse par la *Flore de France.*

M. Panel fait connaître à la Société que le *Stratiotes aloïdes,* qui est indiqué dans la *Flore Bordelaise,* dans les fossés qui entourent le château

de Blanquefort, ne se trouve pas dans cette localité. Il n'en a jamais trouvé le moindre vestige, bien qu'il ait fait, avec M. Ch. Des Moulins, plusieurs excursions spécialement destinées à rechercher cette plante.

Séance du 21 juin 1852. — M. le Secrétaire donne lecture d'une lettre de M. de Lavernelle, datée du 20 mai, qui annonce la découverte des plantes suivantes, nouvelles pour le département de la Dordogne : *Amelanchier vulgaris, Carex sylvatica, Carex digitata, Carex hirta* var., *hirtæformis* (Pers.), *Valeriana tripteris* (type) et var. β *intermedia.* (Vahl.), *Valeriana tripteris* (type) et var. γ *pinnata.* (Lavern.), qui paraît inédite. Enfin, une variété de l'*Orchis militaris,* qui paraît intermédiaire entre les *O. militaris* et *galeata.*

Le même Membre a rencontré aussi, aux environs de Lavernelle, les *Alyssum campestre, Luzula maxima, Geranium lucidum, Limodorum abortivum,* espèces déjà mentionnées par M. Ch. Des Moulins.

M. de Lavernelle a eu encore à recueillir, ainsi que l'annonce une deuxième lettre du 18 juin, aux environs de Mussidan, le *Rhagadiolus stellatus,* découvert par M. Chastenet, et les espèces suivantes : *Potentilla argentea, Carex paradoxa, Carex pallescens, Carex disticha;* l'*Adonis automnalis* est abondant aux environs de Bergerac.

M. Raulin, ne pouvant assister à la séance, a envoyé un travail dont M. le Secrétaire donne lecture, et qui est intitulé : *Division de l'Aquitaine en pays.*

M. Banon annonce que, dans une excursion faite à Haux avec M. Ramey, il a trouvé l'*Epipactis rubra* qui n'avait pas encore été signalé dans cette partie du département.

M. Ramey présente quelques observations sur le mode de germination du fruit du cocotier. Ce fruit, en état de germination, est vendu en ce moment en assez grande abondance sur les places publiques de Bordeaux. Il résulterait de la communication de M. Ramey que la radicule reste dans l'enveloppe ligneuse du coco, et que la végétation de la plumule n'étant pas assez active pour donner lieu à l'absorption des sucs contenus dans l'intérieur du coco, la radicule pourrit et entraîne l'altération du collet, qui ne tarde pas à périr lui-même. Chez M. Coudert, on a réussi à faire lever des fruits en laissant germer la plante et en cassant l'enveloppe quand cet acte est accompli. On sème donc le coco avec ses deux enveloppes. L'extérieure ou fibreuse s'altère, et quand la germination a eu lieu, on brise l'enveloppe testacée intérieure.

M. Delbos fait part de la découverte qui a été faite à Créon, par M. G. Dordet, du *Dorychnium suffruticosum* et de l'*Hypopithys multiflora.*

Séance du 5 juillet 1862. — M. Delbos lit un Mémoire intitulé :

Comparaison d'une série de fossiles du bassin de Vienne (Autriche), avec les fossiles du bassin du sud-ouest de la France.

L'auteur, après avoir jeté un coup d'œil sur les oscillations qui se sont produites depuis quelques années sur la fixation des limites des divers étages des terrains tertiaires, pense qu'au point de vue paléontologique, les différences sont beaucoup plus tranchées entre le terrain miocène inférieur et le terrain miocène supérieur qu'entre ceux-ci et le terrain pliocène. Il croit qu'en Autriche le falun de Saubrigues est représenté par le dépôt coquillier de Baden, le falun de Salles par celui de Steinabrunn, et peut-être par celui de Gainfahren; enfin, le falun de Mérignac aurait son analogue dans les sables coquilliers de Grund, Enzesfeld et Lerbecsdorf, et peut-être dans les marnes de Billowitz.

M. Bazin a trouvé sur le martinet commun un diptère parasite dont il donne la description et qu'il croit appartenir au genre *Stenopteryx*.

M. Lareynie pense que ce diptère est un *Ornithornyx*. Cet insecte présente ce fait remarquable que, dans l'acte de la reproduction, les œufs éclosent dans le corps de la mère; le jeune insecte y subit successivement les métamorphoses à l'état de larve, puis à l'état de nymphe, et c'est dans ce dernier état qu'il vient au jour. On sait d'ailleurs que, dans ce même ordre de diptères, les mouches ne pondent point d'œufs, mais des larves, de sorte que l'éclosion de l'œuf s'est aussi effectuée dans le corps de la mère.

M. Bazin a observé un ver dans les sacs aériens d'un martinet. Il croit ce fait intéressant et se propose de l'étudier.

Le même Membre présente une analyse de la discussion reproduite dans les Comptes Rendus de l'Institut entre M. Dariste et M. Gratiolet, au sujet de l'importance attribuée au nombre des circonvolutions cérébrales dans la production des phénomènes intellectuels. M. Dariste nie qu'il y ait un rapport entre le nombre de ces circonvolutions et la puissance intellectuelle des animaux. Selon lui, le nombre est proportionnel à la taille de l'animal. M. Bazin objecte la forme des hémisphères cérébraux du cabiai et du kanguroo, qui peuvent passer pour des mammifères d'assez grande taille, et dont l'encéphale est absolument lisse. Il a trouvé encore une preuve contre la thèse soutenue par M. Dariste dans l'autopsie qu'il a faite à l'Asile des Aliénées d'une jeune fille de dix-neuf ans qui se trouvait, avant sa mort, dans un état voisin de l'idiotisme. Le cerveau présentait une forme sphéroïdale comme celui des marsouins; les circonvolutions étaient moins nombreuses que d'ordinaire; plusieurs avaient même disparu ou étaient remplacées par de la sérosité. Le même sujet a présenté un fait remarquable: les deux rochers, très volumineux, étaient presque détachés des temporaux, de sorte qu'on aurait pu les séparer aisément.

M. Panel présente un rapport sur les derniers Mémoires de la *Gazette médicale.* Des expériences ont été faites sur le venin des crapauds et des salamandres par deux savants allemands. Le venin, inoculé par piqûre, a produit sur des oiseaux des convulsions suivies d'une mort assez prompte. Il présente une réaction alcaline sur le papier de tournesol. Desséché et humecté au bout d'un an, il a présenté encore des propriétés toxiques énergiques.

Le même Membre analyse un Mémoire de M. Montagne sur un champignon qui se produit en abondance dans les fabriques d'huile, sur les pressoirs, ainsi que sur les matières savonneuses qui servent à faire perdre le *suin* à la laine.

Séance du 19 juillet 1852. — M. de Montesquiou lit le Catalogue des mousses qu'il a reconnues dans ses excursions aux environs de Bordeaux et d'Agen. Les espèces remarquables sont présentées par l'auteur.

M. Panel lit un rapport sur les Mémoires relatifs à l'histoire naturelle qui ont paru dans le numéro de juin 1852 de la *Gazette médicale.*

M. Lareynie analyse les livraisons des *Annales du Lycée d'histoire naturelle de New-York,* pour lesquelles il avait été désigné comme rapporteur. Les Mémoires relatifs à l'Entomologie sont les plus nombreux; les articles d'Ornithologie et de Conchyliologie viennent ensuite.

Il y a trois grands Mémoires d'Entomologie de M. Leconte, un des naturalistes les plus distingués des États-Unis. M. Lareynie fait remarquer qu'il s'est glissé dans un de ces Mémoires, relatif aux insectes de la Californie, une faute regrettable, en ce qu'elle consacre un double emploi de noms spécifiques. Un insecte est décrit sous le nom de *Pœcilus cursorius* (Leconte), et cette dénomination a été déjà donnée depuis longtemps à une espèce du midi de la France.

M. Bazin parle du sulfhydrate de chaux comme remède à employer contre la maladie de la vigne.

ANNÉE 1852-1853.

Président : M. Raulin. — *Secrétaire :* M. Micé.

Séance du 2 novembre 1852. — M. Delbos lit un Mémoire intitulé : *Sur l'âge des argiles de Sadirac (Gironde).* Ces argiles forment des lits et des veines dans des argiles terreuses impures reposant à Créon

sur le diluvium caillouteux de l'Entre-deux-Mers. Le diluvium recouvre des couches de coquilles brisées, qui reposent elles-mêmes sur un calcaire à nombreux fossiles d'eau douce. Les deux couches représentent, d'après l'auteur : la première, le falun de Mérignac; la deuxième, le calcaire d'eau douce de Saucats et celui de Sainte-Croix-du-Mont (inférieur). Au-dessous du calcaire gris d'eau douce de Créon vient la formation du calcaire à astéries caractérisée par de nombreux fossiles, et sous laquelle apparaissent entre Haux et Tabanac des molasses argileuses et sableuses que l'auteur rapporte à la formation des molasses du Fronsadais.

MM. Ramey, Delbos, Brochon et Lafont ont trouvé sur les berges de la Garonne, entre Bordeaux et Bouillac, le *Scabiosa calyptocarpa* (Saint-Amans), plante nouvelle pour la Flore de la Gironde.

M. Laharpe a observé à Canéjan, sur les bords de l'eau bourde, les couches suivantes :

1° Falun endurci avec *Cyrena Brongniarti, Cerites*, etc.;

2° Calcaire blanc marneux avec *Paludines* (50 centimètres);

3° Calcaire avec *Lymnées* et *Planorbes,* au-dessous du niveau de l'eau.

Séance du 18 novembre 1852. — M. Delbos dépose sur le bureau un dessin qu'il a fait du *Chara stelligera,* dans lequel il s'est surtout attaché à faire ressortir la forme et le mode d'insertion des sporanges.

M. Panel présente un résumé des travaux d'histoire naturelle insérés dans les derniers numéros des journaux de médecine. Il analyse surtout avec détail un Mémoire de tératologie présenté par M. Valentin à la Société de Biologie, et ayant pour titre : *Recherches sur le développement des monstres doubles*. Dans ce travail, l'auteur suit le développement d'œufs de brochet fécondés artificiellement, qui, sur 917, ont présenté dix monstres. Il conclut à l'adoption de la théorie de la segmentation des germes pour expliquer les monstres doubles et au rejet de la théorie qui attribue ces phénomènes à la fusion de deux œufs.

M. Bazin voit avec plaisir l'attention des naturalistes se porter sur l'évolution des vertébrés inférieurs, qui offre tant d'intérêt et a été jusqu'ici si négligée.

Séance du 2 décembre 1852. — M. Delbos lit un Mémoire intitulé : *Essai d'une description géologique du bassin de l'Adour*. La partie de ce travail, lue dans la séance, comprend des considérations générales orographiques et hydrographiques, et l'étude des terrains primitifs et crétacés.

M. Delbos annonce que M. Dordet, étranger à la Société, a trouvé dans les fossés des environs de Créon un crustacé qu'il dit être le *Lepidurus prolongatus*.

Séance du 16 décembre 1852. — M. Delbos continue la lecture de son Mémoire intitulé : *Essai d'une description géologique du bassin de l'Adour*. La partie de ce travail, lue dans la séance, comprend les terrains nummulitiques et tertiaire moyen.

Séance du 6 janvier 1853. — M. Delbos continue la lecture de son Mémoire. La partie de ce travail, lue dans la séance, comprend le terrain tertiaire supérieur, le diluvium, les roches plutonniennes et un parallélisme établi entre les formations du bassin de l'Adour et celles du bassin de la Gironde.

M. Micé dit qu'il a rapporté de la craie des environs d'Uzeste. Il croyait que la présence du terrain crétacé dans cette partie du département de la Gironde était un fait nouveau; mais M. Delbos lui a appris que ce terrain avait été découvert, il y a environ un an, dans cette région, par M. Raulin.

Séance du 20 janvier 1853. — A l'occasion du procès-verbal, M. Micé dépose l'échantillon géologique qu'il a trouvé à Uzeste, et qu'il rapporte à la craie. M. Banon y trouve à la loupe une coquille qu'il croit être un planorbe. M. Delbos est du même avis; de sorte que cette roche qui, minéralogiquement parlant, est bien de la craie, doit être considérée géologiquement comme un calcaire d'eau douce, probablement le même que celui de Saucats (calcaire gris de l'Agenais de M. Raulin).

M. Ramey analyse un Mémoire de M. Garreau sur la respiration des plantes, Mémoire inséré dans les *Annales des Sciences naturelles*. D'après ce travail, l'absorption d'oxygène à l'air et la production d'acide carbonique serait le fait dominant, l'ensemble des rapports du végétal avec l'atmosphère. La réduction d'acide carbonique et le rejet d'oxygène seraient le fait secondaire, et ce dernier mode de respiration ne pourrait avoir lieu qu'aux rayons directs du soleil, pas à l'ombre ni à la lumière diffuse.

M. Micé annonce que M. Édouard Robin a déjà présenté à l'Académie des Sciences, et avant M. Garreau, un travail arrivant à la même conclusion. Il lit une analyse de ce travail, insérée dans les Comptes Rendus de l'Académie. Néanmoins, et malgré les nombreuses expériences de ces Messieurs, M. Micé pose à ce nouveau mode de respiration deux objections qui lui paraissent très fortes : 1° Tous les végétaux donnent du charbon quand on les calcine en vase clos, quel que soit le sol dans lequel ils croissent; d'où viendrait ce carbone? 2° Comment se fait-il que la composition de l'air reste constante malgré l'énorme quantité d'oxygène consommé et d'acide carbonique formé non-seulement par les animaux et les diverses combustions, mais encore par les végétaux?

M. Banon a trouvé à Martillac le falun de Mérignac. Il a recueilli plusieurs coquilles dans ce falun, et les met sous les yeux de la Société. Il n'a pas encore fini de déterminer toutes ces coquilles, mais il espère arriver bientôt à en soumettre à la Société la liste complète. Pour lui, le falun de Mérignac trouvé à Martillac repose là immédiatement sur le falun de Léognan, le calcaire d'eau douce de Saucats et le falun de Saucats manquant complètement.

M. Delbos avait observé le falun de Mérignac à Martillac, mais il y a longtemps, et depuis il n'avait pu le retrouver. Il trouve la communication de M. Banon très intéressante, et l'engage à poursuivre ses déterminations.

M. Laharpe voudrait arriver à déterminer d'une manière exacte la superposition des différents faluns. D'après lui, le falun de Martillac (qui est bien celui de Mérignac) est supérieur au falun de Léognan, mais il ne sait où le placer par rapport au falun de Saucats. Il insiste sur les indications fournies par la position géographique.

M. Delbos pense qu'il a dû s'écouler un temps assez long entre le dépôt du calcaire d'eau douce de Saucats et celui du falun de Mérignac, parce qu'entre eux on trouve des pierres forées par des pholades; mais il croit que les faluns de Saucats et de Léognan ont été séparés l'un de l'autre par un temps beaucoup moins considérable.

M. Laharpe s'explique que le calcaire d'eau douce de Saucats manque dans quelques localités, car il est facilement attaquable par les eaux, et il a dû être plus ou moins complètement enlevé après son dépôt. Ainsi, à Canéjan, le falun de Mérignac repose directement sur ce calcaire, tandis qu'à Cestas, ce même falun de Mérignac repose sur une molasse qui doit dépendre du falun de Saucats.

M. Banon appelle l'attention de la Société sur un autre dépôt qu'il a vu à Léognan, où M. Brochon le lui a indiqué. C'est encore le falun de Mérignac représenté par une marne bleue à *Cerithium calculosum* et à *Lucina scopulorum*.

M. Ramey annonce qu'il a trouvé dans une fouille qu'on exécute en ce moment rue Paulin, l'*Echinoscyanus pyriformis* (Agass.) qu'il avait déjà rencontré à Terre-Nègre.

M. Laharpe dit qu'il a vu la fouille dont il s'agit. Elle a mis à découvert un calcaire très dur dans lequel se trouvent, à l'état de moules ou d'empreintes, des coquilles qu'on n'a jamais rencontrées dans le gisement de Terre-Nègre. En revanche, il n'a trouvé rue Paulin aucun vestige de *Delphinula scobina;* il y a observé seulement quelques portions osseuses de lamantins, des scutelles et des empreintes d'un *Cassis* indéterminé.

Le même Membre a vu affleurer à l'allée des Noyers le calcaire à astéries (assise supérieure). Ce calcaire y est caractérisé par un moule

d'une espèce de *Cardium* que M. Delbos a trouvé dans les coteaux du Carbon-Blanc, et qui lui a paru très voisin du *C. aviculare.*

Au surplus, M. Laharpe a l'intention de faire un travail complet sur le sol qui sert d'emplacement à la ville de Bordeaux. Il prie, en conséquence, tous ceux de ses collègues qui auraient quelques indications à lui fournir sur ce sujet, de vouloir bien les lui transmettre au plus tôt.

Séance du 17 février 1853. — M. Delbos lit quelques passages d'une lettre à lui adressée par M. de Montesquiou, qui prie la Société de déterminer un champignon dont il envoie le dessin. Ce champignon est un *Lycoperdon* dont M. Panel se charge de déterminer l'espèce.

M. Delbos lit la première partie d'un Mémoire intitulé : ***Essai sur la distribution des végétaux dans le département de la Gironde.***

Séance du 3 mars 1853. — M. Delbos continue la lecture de son Mémoire *sur le* ***Mode de distribution des végétaux dans le département*** *de la Gironde.*

M. Raulin, en réponse aux théories développées ou appliquées par M. Delbos dans son Mémoire, dit que la constitution géologique et les caractères purement physiques du sol ne lui paraissent pas exercer l'influence prédominante que M. Thurmann, et, avec lui, M. Delbos, leur accordent. Il est porté à penser que la composition chimique, soit des eaux pour les plantes aquatiques, soit des milieux dans lesquels les plantes terrestres se développent, influe plus directement sur leur distribution. Il est au moins douteux, dans son opinion, que l'état de la science permette de distinguer les stations avec la rigueur des principes proposés par M. Thurmann. M. Raulin penche donc à regarder les conclusions du Mémoire de M. Delbos comme un peu prématurées.

M. Musset communique le résultat d'un voyage effectué par lui à la Pointe de Grave où la mer avait rejeté le cadavre d'une baleine franche. Ce résultat est à peu près négatif. L'autorité administrative, craignant pour la salubrité publique, s'était hâtée d'ordonner la destruction de ce grand cétacé sans prendre aucune mesure pour l'intérêt de la science. M. Musset n'arriva que pour assister à l'incinération ou à l'enfouissement des pièces de la charpente et des masses charnues détachées par lambeaux. Il déplore qu'une sollicitude, trop prompte à s'alarmer, ait rendu impossibles des observations anatomiques dont les occasions sont si rares.

Séance du 17 mars 1853. — M. Schräder lit un travail sur la maladie de la vigne. Après un historique de la maladie, qui a été observée pour la première fois à Londres par M. Turpin, et qui, après être restée

pour ainsi dire enfermée dans les serres jusqu'en 1850, fit à cette époque son apparition dans les vignobles du midi de l'Europe, où elle a fait de grands ravages; M. Schräder divise son travail en trois parties :

1° Qu'est-ce que la maladie de la vigne? — La maladie de la vigne est causée par l'oïdium. L'espèce d'acarus qu'on voit sur les feuilles de vigne, et auquel quelques auteurs ont attribué la maladie, diffère essentiellement des véritables acarus en ce qu'il n'a que six pattes au lieu de huit. Cet animal, en agissant d'une manière inconnue sur les poils des feuilles de vigne, les fait gonfler d'une manière extraordinaire; ils s'enchevêtrent alors les uns dans les autres et forment des taches qu'on a confondues avec l'oïdium, mais que l'examen au microscope fait bien distinguer de celui-ci qui est un petit champignon facile à reconnaître.

2° D'où vient l'oïdium? — M. Schräder ne croit pas à la génération spontanée. L'oïdium, comme quelques personnes l'ont supposé, ne vient pas de la surabondance ou d'un vice de la sève, car sur un pied qui contient un grand nombre de grappes une seule souvent est atteinte. Ce qui paraît le plus raisonnable, c'est de penser que la dispersion des sporules a été favorisée par des conditions atmosphériques qui nous sont inconnues, l'oïdium existant déjà depuis longtemps dans nos vignes, mais son peu d'abondance l'ayant fait échapper à nos recherches jusqu'à ce jour.

A l'appui de la dernière opinion émise par M. Schräder, M. Laharpe rappelle qu'il y a quelques années l'*oïdium aurantiacum* a paru en grande abondance sur le pain à La Bastille, et qu'il disparut tout à-coup par un vent de nord qui souffla pendant quelques jours.

Séance du 7 avril 1853. — M. Schräder continue la lecture de son Mémoire sur la maladie de la vigne.

D'après l'auteur, la poussière fine qui recouvre la graine du raisin malade se présente au microscope sous la forme de cellules transparentes, mais d'un très petit volume. L'auteur la considère comme un produit d'exsudation qui, d'abord liquide, a été solidifié par un soleil ardent. Le dépérissement des grappes provient d'un engorgement reconnaissant pour cause cette poussière qui s'oppose à la transpiration; d'où corruption de la sève qui donne naissance à la plante cryptogame.

M. Schräder croit à la contagion de la maladie de la vigne; mais si elle n'a pas réussi dans tous les cas où elle a été expérimentée, on doit en rapporter la cause à l'existence de la transpiration, et par suite à l'élimination par cette voie des sporules de l'oïdium.

Quant à son mode de propagation, la maladie de la vigne a été comparée au choléra, et ce n'est pas sans motifs, car il semble qu'elle est transportée par les vents, sévissant dans un lieu plus que dans un

autre, attaquant un sujet seulement au milieu d'autres sujets tout à fait sains, mais préférant toutefois les grands centres de population. La disparition de cette maladie sera-t-elle semblable à son apparition? Cela serait à désirer; mais, en attendant, il faut agir.

M. Schräder fait remarquer qu'il est possible que la vigne cultivée soit la seule malade, la vigne sauvage étant tout à fait saine. On sait, en effet, que la culture modifie les plantes au point de changer complètement la nature des maladies qui peuvent les atteindre.

L'*oïdium Tuckeri* n'a pas seulement été observé sur la vigne, mais encore et concurremment sur plusieurs autres plantes. La cause de ce véritable fléau doit être attribuée, d'après M. Schräder, aux hivers très doux qui se sont succédé depuis quelques années : l'absence de fortes gelées a permis aux sporules de se conserver, tandis que le froid aurait pu les détruire. Si cela est, le dernier hiver n'ayant pas offert de froid bien prononcé, il y a lieu de craindre cette année encore le renouvellement de la maladie. Aussi faut-il agir et tâcher de combattre le fléau dès son apparition.

Arrivant enfin au traitement, M. Schräder passe en revue tous ceux qui ont été proposés : tels que le grattage, le lavage de tous les pieds proposé par les partisans des insectes pour l'entière destruction de ces animaux, la saignée au bas de chaque pied, moyens impraticables à cause de leur longueur; l'acide sulfureux produit par la combustion du soufre, le sulfure de calcium et autres moyens semblables, qui, proposés pour détruire les plantes cryptogames, doivent bien probablement détruire aussi le sujet malade.

La conclusion générale de ce travail est que le traitement convenable à la maladie de la vigne étant tout à fait inconnu, il y a lieu de soumettre cette dernière à un nouvel examen. En conséquence, il voudrait voir établir à Bordeaux, avec le concours de l'Autorité et de la Société d'Histoire naturelle, une Commission permanente envoyant à chaque canton une série de questions auxquelles on répondrait, et qui, par ce moyen, réunirait tous les documents nécessaires à l'édification d'une monographie sérieuse de cette maladie. Il termine même en faisant une liste des plus importantes de ces questions.

Séance du 21 avril 1853. — A l'occasion du procès-verbal, une discussion s'engage sur quelques faits contenus dans le Mémoire de M. Schräder, sur la maladie de la vigne.

Pour M. Bazin, la poussière qui est à la surface des raisins malades est simplement constituée par les sporules de l'oïdium.

M. Musset pense que l'oïdium est la conséquence et non la cause de la maladie de la vigne, car tout est malade dans le végétal affecté, les

vaisseaux comme le reste, et on ne le comprendrait guère si la cause était l'oïdium qui n'existe qu'à la surface.

M. Bazin n'est pas de cet avis, car, dit-il, si cela était, toutes les grappes d'un même pied devraient être malades, et il ne croit pas que ce fait soit constant.

A propos de la théorie qui rapporte aux insectes la cause de la maladie de la vigne, M. Bazin cite un long Mémoire de M. Martins, de la Société des Sciences naturelles de Munich, sur la maladie de la pomme de terre, duquel il résulte que cette maladie, qui présente tant d'analogie avec celle de la vigne, est dans l'intérieur même de la plante, et est causée par un acarus.

M. Delbos, sans vouloir soutenir la théorie des insectes, admet cependant qu'une piqûre d'un semblable animal pourrait bien être la cause première de la maladie, et il fonde son opinion sur les effets (excroissances) remarquables que des insectes parfois fort petits font sur des parties végétales.

M. Laharpe lit la traduction par lui faite d'un Mémoire allemand de M. Sandberger sur la géologie des environs de Wiesbaden (*Journal de la Société d'Histoire naturelle de Nassau,* 1850, 6e cahier). D'après ce travail, les trois formations tertiaires existeraient dans une localité très restreinte, sans discordance de stratification ni rien d'apparent pour les distinguer. M. Laharpe en doute, et serait porté à penser que la période éocène n'est pas représentée dans les environs de Wiesbaden, son existence n'étant point établie par des données paléontologiques suffisantes.

M. Delbos émet une opinion semblable.

M. Bazin annonce que M. Artaud a trouvé dans sa propriété, aux environs de Tonneins (Lot-et-Garonne), une mâchoire de tapir dans le calcaire gris de l'Agenais.

M. Laharpe annonce aussi la découverte à Nérac d'os de rhinocéros.

Séance du 12 mai 1853. — M. Banon lit un Mémoire sur les faluns de Martillac. Le premier dépôt, qui se trouve à l'est et s'étend du moulin de l'église à la propriété des dames de Lorettes, appartient aux faluns de Léognan; le deuxième, situé au nord, appartient au falun de Bazas ou de Mérignac. Ces deux dépôts sont très bien caractérisés, l'un et l'autre, par leurs fossiles, mais on ne peut observer ni alternance ni stratification. Ils sont séparés par un espace de près de deux cents pas, au milieu duquel coule un ruisseau. D'après M. Delbos, le falun de Léognan forme l'assise inférieure de ce terrain.

M. Bazin lit un *Mémoire sur la communication directe* qu'il a observée *entre le système nerveux ganglionnaire et le cerveau.*

M. Bazin a déjà publié cette découverte dont il entretint, dans le temps, l'Académie des Sciences. Mais un ouvrage récent de M. Hirschfeld, où cet auteur parle de cette communication directe comme d'un fait qu'il vient de découvrir, a décidé M. Bazin à revenir sur cette question et à rappeler que c'est lui qui a vu le premier le système nerveux ganglionnaire communiquer directement au cerveau par deux filets nerveux partant, l'un de la partie antérieure, l'autre de la partie postérieure du ganglion cervical supérieur, et se rendant dans le plexus carotidien.

Séance du 26 mai 1853. — Administration.

Séance du 2 juin 1853. — M. Raulin lit un *Mémoire sur la partie moyenne des terrains jurassiques de l'Yonne.*

MM. Musset et Banon signalent les principaux résultats de leurs dernières herborisations : le premier en Médoc, le second à Lormont et à Floirac.

Sur la proposition de M. Abria, la Société décide qu'elle s'appellera à l'avenir *Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux.*

Séance du 16 juin 1853. — M. Delbos lit un *Mémoire sur les progrès de la cosmogénie,* dans lequel il présente un résumé des principaux systèmes qui ont été successivement adoptés par les savants qui se sont occupés de cette branche des connaissances humaines depuis l'année 1835 jusqu'à nos jours.

M. Laharpe lit un Mémoire sur un crâne de *Hyotherium* nouveau, découvert dans le calcaire tertiaire de Wiesbaden, par M. Sandberger, et décrit par M. Von-Nezen.

Séance du 21 juillet 1853. — M. Bourguignat, membre correspondant, envoie à la Société, pour être publiés dans le premier cahier de ses Mémoires, une *Étude sur l'ancylus Janii,* et un travail *sur le genre Cyclas,* accompagné de deux planches.

M. Laharpe lit une Note sur le falun du Fourcq, à Cestas.

M. Delbos annonce qu'il a trouvé à Cenon le *Galium Timeroyi,* espèce nouvelle pour la Flore de la Gironde.

ANNÉE 1853-1854.

Président : M. Raulin. — *Secrétaires :* MM. Micé et Salviat.

Séance du 10 novembre 1853. — M. de Montesquiou adresse à la Société le Catalogue des mousses qu'il a recueillies dans quelques

départements du Sud-Ouest. Ce Catalogue renferme 129 espèces, dont 7 non mentionnées dans les flores départementales; ce sont : *Polytrichum commune*, var. β. *attenuatum*, *Bryum mnium*, *Bryum carneum*, var. β. *atropurpureum*; *Dicranum varium*, var. β. *rufescens*; *Gymnostomum viridissimum*, *Sphagnum cuspidatum*, *Phascum curvicollum*.

M. Banon a trouvé à Cestas, près de l'église, le falun de Mérignac au-dessus de celui de Saucats. Les principales espèces fossiles qui lui ont fait reconnaître ce dépôt sont le *Lucina scopulorum* et le *Mytilus antiquorum*.

Séance du 1er décembre 1853. — M. Brochon fait un Rapport sur une brochure de M. Timbal-Lagrave, relative à plusieurs plantes nouvelles ou peu connues du bassin sous-Pyrénéen.

M. Laharpe lit un travail sur le falun du Fourcq et ses relations avec la molasse de Léognan. D'après l'auteur, le falun du Fourcq est contemporain de celui de Saucats, mais on y trouve aussi des fossiles de Léognan et de Mérignac, que M. Laharpe attribue à des remaniements contemporains de ces deux derniers faluns. Les espèces les plus caractéristiques du dépôt du Fourcq appartiennent aux genres *Cardium*, *Cytherea*, *Lucina*, *Tellina*, *Ostræa*. Ce dernier genre y est même représenté par quatre espèces : *Ostræa producta*, *O. neglecta*, *O. edulina* et *O. crispata*. M. Laharpe a trouvé dans ce même falun une espèce de *Lucine* qu'il croit nouvelle, et pour laquelle il propose, sous toutes réserves, le nom de *L. depressa* à cause de sa forme.

Séance du 22 décembre 1853. — M. Martin, médecin à Omessaz, annonce, dans une lettre écrite à M. Delbos, qu'il a trouvé aux environs de Bordeaux les *Ranunculus Drouetii*, *divaricatus* et *trychophyllus*.

M. Laharpe montre à la Société les nombreuses espèces fossiles qu'il a recueillies à Cestas.

Séance du 5 janvier 1854. — M. Laharpe fait un Rapport sur un Mémoire de M. Sandberger, qui traite du bassin tertiaire de Mayenne et du parallélisme des diverses couches de ce bassin avec celles des autres bassins tertiaires.

Séance du 19 janvier 1854. — M. Schräder fait un Rapport sur le dernier numéro reçu des *Annales du Lycée d'Histoire naturelle de New-York*. Ce numéro n'est guère qu'un catalogue descriptif des diverses espèces d'oiseaux particulières au pays.

M. Micé commence la lecture d'un Mémoire intitulé : *Examen critique et comparatif des théories dualistiques et unitaire de la chimie*.

M. Oré donne un aperçu de quelques résultats physiologiques, auxquels il est arrivé à l'aide des vivisections sur les fonctions de la moëlle épinière et du bulbe rachidien.

Séance du 2 février 1854. — M. Micé continue la lecture de son Mémoire. Il lit le chapitre I, intitulé : *Constitution la plus probable des diverses séries d'éléments chimiques.*

Séance du 9 février 1854. — M. Micé lit le chapitre II de son Mémoire. Ce chapitre est relatif au *mode d'union des corps simples lors de la formation des corps composés.*

M. Delbos donne lecture d'un travail envoyé par M. Ramey, sous le titre de : *Mémoire sur les Equisetum tuberculeux,* avec deux planches.

Séance du 16 février 1854. — Administration.

Séance du 9 mars 1854. — M. Delbos commence la lecture d'un Mémoire intitulé : *De la position et du classement des terrains nummulitiques.*

Séance du 23 mars 1854. — M. Oré donne lecture d'un *Mémoire sur les fonctions de la moëlle épinière,* contenant le résultat d'expériences très curieuses qu'il a faites, l'été dernier, sur cette question. Contrairement à l'opinion généralement reçue, il y aurait, d'après ces expériences, un effet croisé pour la sensibilité dans la moëlle épinière comme dans le cerveau; mais pour la motilité, l'effet serait direct. Dans le bulbe rachidien, on observe, comme dans la moëlle, un effet croisé, quoique les fibres de cette dernière se croisent à la base du bulbe. Cela vient de ce que les faisceaux antérieurs et postérieurs se croisent seuls, tandis que les faisceaux intermédiaires marchent directement.

M. Micé s'étonne que si cet effet croisé a réellement lieu, il n'ait été reconnu par aucun des grands expérimentateurs qui se sont occupés de cette question, et qui tous, excepté M. Brouw-Sequart, dans ces derniers temps, ont reconnu un effet direct.

M. Oré explique que l'erreur où sont tombés ces expérimentateurs provient de ce qu'ils n'ont pas opéré la section complète d'une moitié de la moëlle, mais de ce qu'ils se sont tous bornés à exciter ou à couper superficiellement celle-ci. « Alors, dit M. Oré, ils ont dû se tromper, les faisceaux supérieurs des nerfs rachidiens sensitifs marchant directement et extérieurement du même côté de la moëlle épinière. »

M. Salviat demande à M. Oré si, après avoir paralysé un nerf sensitif par la section de la moitié opposée de la moëlle, il a expérimenté l'effet

produit par l'excitation des fibres de la portion extérieure de la moëlle épinière.

M. Oré n'a point fait cette expérience, mais il ne doute point qu'elle ne réussisse, puisqu'il reste toujours une légère sensibilité dans la partie paralysée par la section de la moitié opposée de la moëlle.

Séances des 4 et 18 mai 1854. — Administration.

Séance du 15 juin 1854. — M. Delbos lit quelques observations sur un Mémoire de MM. Croizet et Fraysinet, intitulé : *Études géologiques du bassin de l'Adour.*

A propos de ce Mémoire, M. Micé cite un article de M. Dumas, dans lequel ce savant attribue la formation de gypse dans certains cas à un dégagement d'hydrogène sulfuré dans le calcaire. Cette opinion vient à l'appui de celle de M. Delbos.

Séance du 6 juillet 1854. — Sur la proposition de M. Delbos, la Société nomme une Commission pour faire le relevé des plantes consignées dans les procès-verbaux de ses séances qui doivent être citées dans le 1er cahier des Mémoires qui va être publié. Cette Commission se compose de MM Delbos, Brochon, Banon et Urgel.

M. Delbos continue la lecture de son Mémoire, intitulé : *Constitution géologique des divers gisements des terrains nummulitiques d'Europe.*

Séance du 13 juillet 1854. — M. Delbos lit la fin de son Mémoire *sur les terrains nummulitiques d'Europe.*

Séance du 27 juillet 1854. — M. Banon donne lecture du *Catalogue des plantes* à publier dans le prochain cahier.

ANNÉE 1854-1855.

Président : M. Bazin. — *Secrétaire :* M. Brochon fils.

Séances des 9 et 23 novembre, 7 et 21 décembre 1854. — Élections et administration.

Séance du 4 janvier 1855. — M. Léon montre à la Société l'*Euphorbia angulata,* espèce nouvelle pour la Flore de la Gironde.

Le même Membre fait un Rapport verbal sur le dernier numéro des *Annales de la Société d'Horticulture.*

Ce Rapport est suivi d'une discussion relative à la question de savoir si l'on peut admettre que le blé ait pour titre sauvage l'*Œgilops triticoïdes,* et si le fait étant prouvé, il en faudrait conclure à un type primordial unique pour toutes les espèces végétales.

MM. Delbos, Brochon et Bernard prennent part à cette discussion. Ils s'entendent sur ce point que toutes les espèces actuelles, en supposant qu'elles ne se rattachent pas à autant de types primitifs, sont tout au moins, dans leur ensemble, irréductibles à un type unique.

Séances des 18 janvier et 8 février 1855. — Détails d'administration relatifs à la publication du 2e cahier.

Séance du 22 février 1855. — M. de Montesquiou écrit à M. Bazin pour lui annoncer qu'il tient à la disposition de la Société un *Catalogue des reptiles du département de la Gironde,* observés par lui lors de son séjour à Bordeaux.

M. Micé dépose sur le bureau de très beaux échantillons de *Sperkise,* provenant de Sauternes, au lieu dit *de Barjumaud* (propriété Mansencaut). Ce qu'il y a de remarquable dans le gisement de ce minéral, c'est qu'il a une épaisseur de 2m30, ainsi qu'on a pu le constater en forant un puits. On l'a rencontré à 8 mètres de profondeur dans une argile sableuse d'un gris foncé et ferrugineuse.

Séance du 15 mars 1855. — M. Delbos lit un Compte Rendu sur le dernier numéro du *Bulletin de la Société géologique.*

M. Bazin lit une note intitulée : *Analyse des travaux de M. Claude Bernard sur les fonctions du foie.*

M. Schräder rend compte des *Annales de Pugendorf* (année 1852).

Séance du 29 mars 1855. — M. Delbos lit un Rapport sur la brochure de M. Édouard Robin, relative à la respiration des plantes. « L'auteur, dit M. Delbos, a pour but d'établir la prédominance de la respiration nocturne des végétaux sur la respiration diurne. La réduction de l'acide carbonique par les parties vertes ne s'effectuerait qu'en présence des rayons directs du soleil, et la lumière diffuse serait tout à fait insuffisante pour la production de ce phénomène. »

Après une discussion sur ce travail, à laquelle prennent part MM. Baudrimont, Delbos et Micé, il est reconnu qu'on doit louer l'auteur d'avoir rappelé l'attention sur un phénomène peut-être beaucoup trop négligé, à savoir le rôle comburant de l'oxygène dans la vie du végétal; mais en

l'absence d'expériences positives, il serait téméraire de donner une approbation complète au travail de M. Robin, qui, selon toute probabilité, exagère aussi à son tour le phénomène qu'il a voulu remettre en évidence. Le végétal possède deux respirations bien différentes et aussi indispensables l'une que l'autre : la première est réductrice, et fournit à l'être vivant les éléments nécessaires à son accroissement; la seconde, au contraire, est comburante, et est destinée à transformer la matière organique déjà formée et à créer de nouveaux produits; mais la réduction doit nécessairement l'emporter sur la combustion; sans quoi, le végétal ne pourrait s'accroître.

Séances des 3 et 24 mai 1855. — Détails d'administration relatifs aux envois à effectuer du 1er cahier aux Sociétés savantes et aux particuliers avec lesquels la Société est en rapport.

Séance du 31 mai 1855. — M. Brochon analyse le dernier Mémoire de M. Durieu de Maisonneuve, intitulé : *Notices détachées sur quelques plantes de la Flore de la Gironde.*

M. Micé lit un Rapport sur la brochure de M. Robin, intitulée : *Nouvelle théorie de la fusion aqueuse.*

Séance du 14 juin 1855. — M. Delbos annonce qu'il a trouvé à Audenge une forme très singulière du *Carex divisa* qu'il avait prise d'abord pour le *C. teretiuscula.*

M. Panel analyse un Mémoire de M. Philipi sur les trematodes (publié dans le dernier cahier des *Annales des Sciences naturelles*).

M. Bazin rend compte d'une excursion qu'il a faite à Audenge sur les vastes domaines de MM. Douillard et Boissière. Le but de cette excursion, tentée une première fois le 26 avril dernier et renouvelée le 11 juin, était, pour M. Bazin, de se livrer sur le *muge* à diverses expériences de pisciculture. Le 11 juin, comme le 26 avril, les femelles lui ont présenté des ovaires plats et rougeâtres, et les mâles des testicules entièrement aplatis. M. Bazin se demande donc à quelle époque le *muge* fraye, et insiste sur l'utilité de recherches destinées à éclairer l'histoire des poissons, histoire pleine encore de tant d'obscurités.

M. Baudrimont dit qu'il se livre en ce moment sur les *méduses* à des expériences qui lui ont permis de constater que ces êtres singuliers, placés sous la presse, rendent 96 0/0 d'eau, et qu'ils ne renferment guère que 1/94 de matière solide, c'est à dire de sel marin.

Séance du 28 juin 1855. — M. Léon recommande à l'attention de la Société un curieux *Polygala* qui croît au Lazaret de Bayonne, et

qui paraît voisin du *P. austriaca.* Il dit aussi qu'il a trouvé à Vitry-sur-Seine, dans un champ de luzerne, le véritable *P. austriaca,* dont MM. Puell et Maille nient la spontanéité, même dans le sud-ouest de la France.

M. Micé fait un Rapport sur un Mémoire de M. Soubeiran, intitulé : *Des applications de la botanique à la pharmacie.*

Séance du 12 juillet 1855. — M. Panel fait un Rapport verbal : 1° Sur le Mémoire de M. de Quatrefages, intitulé : *Note sur les physalies et sur les syllis*; 2° et sur un travail de M. Lacaze-Duthiers, relatif à l'alimentation des insectes gallicicoles et à la formation des matières grasses.

M. Delbos donne une analyse : 1° des Notices de M. Abieh sur les terrains tertiaires du lac d'Aral et sur les écroulements cratériformes de la province de Toula (Russie); et d'un Mémoire de M. Coquand, intitulé : *Description géologique du terrain permien du département de l'Aveyron.* (*Bulletin de la Société géologique de France,* t. XII, janvier 1855.)

Le même Membre dit qu'il a eu l'occasion récente de vérifier avec M. Durieu de Maisonneuve l'excellence des caractères que ce savant a signalés pour spécifier les *Avena* de notre Flore, et particulièrement pour distinguer l'*A. ludoviciana,* que M. Delbos avait précédemment confondue avec l'*A. fatua.*

Séance du 27 juillet 1855. — M. Abria lit un Mémoire sur le magnétisme rotatoire, qui a déjà été imprimé dans les *Annales de Chimie et de Physique.* M. Abria met sous les yeux de la Société les appareils qui lui ont servi dans le cours de ses recherches, et qui lui ont permis de découvrir les lois de l'influence qu'exercent sur les animaux les plaques métalliques mues d'un mouvement circulaire. Après avoir expliqué le jeu de ces appareils et la méthode d'observation qu'il a suivie, M. Abria résume sa communication en ces termes :

« En définitive, on peut déterminer la valeur de la composante horizontale de la force émanée de la plaque par deux méthodes distinctes : la première, qu'on peut appeler *méthode des oscillations,* consiste à observer le décroissement d'amplitude des oscillations consécutives; dans la seconde, à laquelle on peut donner le nom de *méthode de rotation,* on mesure la dérivation que l'aimant éprouve de la part de la plaque.

» Le rapport de la force cherchée à la force terrestre se calcule, dans le premier cas, à l'aide de la formule $\frac{F'}{F} = -\frac{2T}{\pi^2 \log} \gamma \log \beta$, et, dans le second, par la formule $\frac{F'}{F} = \frac{Sm\,\theta n}{2n\,\pi}$.

» Chacune de ces méthodes a ses avantages et ses inconvénients : la seconde, par exemple, paraît convenir mieux que la première pour déterminer l'action des divers métaux avec précision. Mais il est indispensable que la plaque soit circulaire et que son centre coïncide avec celui de l'aimant. Il faut, de plus, que la surface de la plaque reste bien horizontale dans le mouvement, et que celui-ci soit bien uniforme au moins pendant quelques tours.

» Mais il est évident que la première méthode seule peut permettre de résoudre un certain nombre de questions extrêmement importantes dans l'étude de ces phénomènes : celles, par exemple, qui se rapportent aux solutions de continuité qu'on peut établir dans la plaque métallique et beaucoup d'autres qu'il est inutile d'indiquer en détail.

» Cette méthode étant d'un usage plus commode que la première et conduisant à des résultats aussi exacts, je l'ai employée presque exclusivement dans mes recherches. »

M. Bernard expose le résultat de ses expériences sur le spectre solaire. Lorsque la lumière est très intense, les couleurs du spectre s'affaiblissent, la plupart des couleurs tendent à passer au blanc, et M. Bernard croit que si l'intensité de la lumière était suffisante, l'œil ne percevrait plus les couleurs du spectre et recevrait l'impression d'une lumière blanche uniforme, quoique les rayons ne cessassent point pour cela d'être réfractés. M. Bernard tire quelques conséquences physiologiques de ses observations à la chromatopsie. Il se demande si le daltonisme ne pourrait pas procéder de ce que l'humeur vitrée des personnes atteintes de cette affection posséderait une composition différente de l'état normal. Par suite de cette composition particulière de l'humeur vitrée, la dispersion des rayons lumineux ne se ferait plus comme à l'ordinaire.

M. Panel lit un Compte Rendu sur un Mémoire de M. Philippi et de M. le docteur Gros (de Moscou) sur l'embryogénie des vers intestinaux.

M. Baudrimont rend compte du contenu du dernier cahier des *Annales de la Société d'Horticulture.*

ANNÉE 1855-1856.

Président : M. BAZIN. — *Secrétaire*. M. BROCHON fils.

Séance du 8 décembre 1855. — Élections.

Séance du 20 décembre 1855. — M. Panel rend compte des

aménités malacologiques de M. Bourguignat (§ XIV, XXVIII), comprenant les genres *Cyrena, Sphaerium, Pisidium, Daudebardia, Valenciennia* et *Lutea*.

M. Lespès présente quelques observations sur les tendances générales des œuvres de M. Bourguignat. « Peut-être, dit M. Lespès, les caractères dont cet honorable correspondant se sert comme spécifiques ne sont-ils pas suffisamment fondés sur l'étude anatomique de l'animal. » Le pli columellaire des ancyles, par exemple, qui correspond au volume du foie, organe de second ordre chez ces animaux, ne paraît pas à M. Lespès un caractère assez important pour servir de base à une classification des espèces de ce genre de mollusques.

M. Bazin convie ses collègues à assister aux expériences qu'il se propose d'entreprendre sur la respiration des oiseaux. M. Bazin, après avoir indiqué le haut intérêt de ces recherches, appelées peut-être à des résultats nouveaux, dit que son but sera de vérifier la proposition trop succinctement énoncée par *Tilman*, « *qu'une fois les sacs aériens ouverts, l'oiseau ne peut pas voler.* » M. Bazin, commentant cette proposition, pense que non-seulement le mouvement, mais que la respiration elle-même devient impossible chez l'oiseau dont les sacs sont ouverts, et que, par suite, la mort est pour lui une conséquence de l'ouverture de ces sacs. Des expériences pourront être faites, à ce point de vue, sur des pigeons.

M. Bazin annonce encore qu'il va essayer sur des oiseaux des expériences de la nature de celles que M. Oré a faites sur le cochon d'Inde, relativement aux fonctions de *la moëlle épinière*. Ces expériences auront, M. Bazin le croit, les mêmes résultats que celles de son honorable collègue.

MM. Bazin, Lespès et Oré exposent ensuite leurs idées tant sur la direction à donner à ces expériences, que sur les moyens à employer pour en assurer le succès.

M. Brochon annonce qu'il a trouvé dans les bois de pin de Tuyas, entre Ichoux et Labouheyre, à gauche de la voie ferrée, le *Sphæria militaris* excessivement abondant.

Séance du 10 janvier 1856. — M. Bazin fait remarquer que dans le programme des questions mises au concours par l'Académie de Berlin pour l'année 1858, il en est une particulièrement importante pour la Gironde. Cette question est relative aux acides et aux sels qui se trouvent contenus dans le vin.

M. Micé donne lecture d'un Rapport dont il a été chargé sur les ouvrages de M. Robin, envoyés par l'auteur à l'appui de sa demande d'admission comme Membre correspondant.

M. Brochon fait l'analyse du Mémoire de M. Raulin sur l'âge des formations d'eau douce de la portion de l'Aquitaine située à l'est de la Garonne.

M. Panel fait le Compte Rendu des dernières publications qui se sont occupées des cysticerques. Il analyse plus particulièrement les Mémoires publiés par MM. Leukart et Kuchemeister sur les transformations de ces entozoaires.

Séance du 24 janvier 1856. — M. Oré fait un Rapport sur une brochure physiologique de M. Édouard Robin soumise à l'appréciation de la Société, brochure qui n'est autre chose que la réunion de plusieurs notes présentées à l'Académie des Sciences pendant ces dernières années. Après avoir fait connaître l'éther brômhydrique comme un nouvel et puissant agent anesthésique, l'auteur passe rapidement en revue les autres corps doués des mêmes propriétés; puis il arrive à leur mode d'action, et propose sur ce sujet une théorie tout à fait nouvelle. « L'éther, le chloroforme, dit-il, n'agissent pas sur le système nerveux, ou du moins n'exercent sur lui qu'une influence tout à fait secondaire : la preuve en est dans ce fait que ces agents exercent sur les végétaux une action tout à fait comparable à celle qu'ils déterminent sur les animaux, et cependant les plantes ne possèdent pas de système nerveux. Il suit de là que toute opinion établissant le mode d'action des anesthésiques sur ce système doit être repoussée. Ainsi, il ne faut pas croire à une compression du cerveau, comme l'ont avancé quelques physiologistes. Toutes les substances antiputrides jouissent de propriétés semblables à celles des anesthésiques; l'éther et le chloroforme eux-mêmes, comme M. Robin s'en est assuré, conservent très bien les matières organiques. Ainsi, toutes ces substances empêchent l'action de l'oxygène humide sur les matières organiques mortes, et c'est bien probablement en agissant de la même façon sur les matières organiques vivantes qu'elles diminuent et anéantissent, pour un moment, certaines propriétés vitales, comme la sensibilité et la mobilité. M. Robin a établi, dans un autre travail, le rôle prépondérant de l'oxygène humide dans la vie de la plante. Pour lui, le végétal respire comme l'animal, brûle de la matière organique, absorbe de l'oxygène et émet de l'acide carbonique et de la vapeur d'eau; la réduction de l'acide carbonique par les parties vertes n'est qu'un phénomène tout à fait secondaire qui ne s'effectue même pas à la lumière diffuse, et exige impérieusement l'action directe des rayons solaires. C'est parce qu'ils s'opposent aussi à l'action vivifiante de l'oxygène humide sur les plantes que les anesthésiques agissent sur elles comme sur les animaux. L'anesthésie se rapproche donc de l'asphyxie; « mais elle s'en distingue, dit l'auteur, par une intensité moindre et par l'absence de coloration noire du sang artériel. »

Tout en reconnaissant ce qu'a d'ingénieux la théorie de M. Édouard Robin, M. Oré lui oppose les résultats des expériences faites par MM. Longet, Flourens, Aran et autres physiologistes distingués. M. Longet a établi que, chez les animaux éthérisés, ce sont d'abord les nerfs de la périphérie qui sont anesthésiés, ceux du centre ne le deviennent que plus tard. Les symptômes offerts par les sujets soumis aux expériences démontrent qu'on doit distinguer dans l'éthérisation trois périodes successives offrant des lésions de trois organes différents. Dans la première de ces périodes, il y a perte de l'intelligence et de la volonté, mais non de la sensibilité : c'est la *période d'éthérisation des lobes cérébraux*. Dans la deuxième, la sensibilité disparaît à son tour : c'est là la période chirurgicale, *période d'éthérisation de la protubérance annulaire*. Dans la troisième, enfin, le *bulbe* cesse de fonctionner, et il y a asphyxie par suite de la cessation des mouvements respiratoires. Comment admettre ces degrés successifs dans l'action des anesthésiques si ces agents n'influencent pas le système nerveux ? Il y a plus : l'éther chlorhydrique chloré, quand on le respire, détruit chez l'animal toute sensibilité, mais conserve la myotilité. Si, au contraire, on l'injecte dans les veines, la myotilité disparaît, mais la sensibilité reste ; de telle sorte qu'on a là un moyen d'analyse très nette des deux propriétés fondamentales du système nerveux. Si c'est à une diminution ou un anéantissement de la combustion vitale dans le système nerveux qu'on doit rapporter les phénomènes offerts par les anesthésiques, comment comprendre que toutes les propriétés de ce système ne disparaissent pas en même temps ? Et l'anesthésie locale ne vient-elle pas aussi renverser l'opinion de M. Robin ? La peau ne respire pas, et cependant elle peut perdre sa sensibilité par une application de chloroforme. Si on applique un anesthésique sur un nerf dénudé, l'action de cet agent sur lui peut être telle, que, même après la cicatrisation, il ne puisse plus reprendre ses propriétés primitives. « Ainsi donc, dit M. Oré, il m'est impossible d'admettre avec M. Robin que les anesthésiques n'exercent qu'une action secondaire sur le système nerveux. Pour moi, cette action est tout à fait capitale ; et, dans les cas peu nombreux où l'anesthésie trop longtemps prolongée conduit à l'asphyxie, c'est qu'alors le bulbe rachidien cesse tout à fait de fonctionner. »

M. Lespès annonce qu'il s'occupe de l'étude des termites du département de la Gironde. Ces insectes ont été étudiés au cap de Bonne-Espérance, au Sénégal ; ils attaquent surtout les vieilles souches de pin après que les coléoptères y ont passé ; ils se fixent d'abord sur l'écorce, puis sur l'aubier, et n'arrivent au bois que plus tard, alors que les parties résineuses sont en partie détruites ; ils causent toutefois moins de ravages au cap qu'au Sénégal. Malgré les études dont ils ont été

l'objet, leur constitution sociale est peu connue, et M. Lespès croit qu'on a publié sur leur compte un assez grand nombre de faits erronés. L'honorable membre possède déjà, dit-il, six formes différentes, au lieu de trois ou quatre qui ont été décrites. Ces six formes sont celles de six ordres sociaux différents que voici : Les travailleurs, les soldats, les véritables femelles, les femelles non encore fécondées ou nymphes, les vrais mâles, et enfin les mâles à l'état de nymphes. Jusqu'ici, on n'a signalé qu'une seule forme de nymphes; M. Lespès en possède déjà deux.

Les faits les plus curieux signalés par l'auteur de cette communication sont relatifs aux animaux parasites de ces termites. Si on ouvre le tube digestif de ces insectes, on y découvre çà et là de petits morceaux de bois à moitié rongés dont l'animal fait sa nourriture, mais on peut observer aussi au microscope des milliards d'infusoires localisés dans les diverses parties de l'intestin (un intestin de quatre millimètres environ!), mais jamais dans l'estomac. Tous les parasites observés là par M. Lespès lui paraissent des espèces nouvelles. Dans la partie la plus inférieure de l'intestin, dans le rectum, l'auteur a observé : 1° Une *Monade* ovalaire, avec une queue assez longue, qui, mise dans l'eau, n'y vit que quinze minutes environ; son diamètre est de 0,0035 de millimètre, et la longueur du filament qui lui sert de queue de 0,06 de millimètre environ; — 2° un *Vibrion*, peut-être bien le *Vibrio serpens* de Muller, de 0,06 de millimètre de diamètre, vivant vingt à vingt-cinq minutes dans l'eau; — 3° un autre parasite, le seul qui ne soit pas infusoire : c'est un foraminifère du genre *Actinophrys*, et d'une espèce voisine du *Sol*, qui ne remue presque pas, et a un diamètre de 0,10 de millimètre. Dans l'intestin proprement dit, M. Lespès a observé trois autres espèces d'infusoires, savoir : 1° Un *Acomia*, très voisin de l'*ovata*, vivant quinze à vingt minutes, et possédant un diamètre de 0,04 de millimètre; — 2° un *Opatrina* ovalaire, avec une vingtaine de stries longitudinales, dont le grand diamètre est de 0,10 à 0,12 de millimètre, et le petit de 0,025 de millimètre; il vit de vingt-cinq à trente minutes. On a décrit jusqu'ici trois espèces d'Opatrina, dont deux sont parasites des lombrics, et une des naïs : celle-ci est une nouvelle, une quatrième espèce; — 3° enfin, un *Trichoda*, de 0,4 de millimètre de longueur, de 0,12 de millimètre de largeur, très abondant et vivant plus que toutes les autres espèces précédemment signalées, puisqu'il ne succombe guère qu'après quarante ou quarante-cinq minutes.

M. Bazin rend compte à la Société des premières expériences tentées pour arriver à déterminer les fonctions des sacs aériens des oiseaux. Après avoir ouvert assez largement le réservoir latéral d'un pigeon, il a vu l'animal voler moins bien qu'auparavant, résultat conforme à la

proposition énoncée par *Tilman,* mais beaucoup moins absolu que ne faisaient supposer les expressions de l'auteur. « Toutefois, l'animal, ajoute M. Bazin, paraît s'habituer aux lésions qu'on lui fait; car, quand on répète l'expérience une deuxième, une troisième fois, la gêne observée dans la natation aérienne devient beaucoup moins sensible. »

M. Oré fait connaître les résultats d'expériences récentes entreprises par lui. Il a injecté dans une des ramifications de la mésaraïque supérieure une solution de tannin qui a immédiatement tué l'animal en coagulant le sang dans toutes les divisions de la veine-porte. L'honorable membre reconnaît même à cet agent une action plus rapide que celle du perchlorure de fer. Une injection d'eau plâtrée a été également suivie de mort, quoique les caillots formés n'obstruassent pas complètement le calibre des vaisseaux. M. Oré, en se livrant à ces essais, a pour but d'arriver à produire des oblitérations lentes de la veine-porte; il désirerait voir si ces oblitérations seraient suivies d'une cirrhose et empêcheraient la sécrétion de la bile. Un travail récent, inséré dans le dernier numéro du *Journal de Médecine de Bordeaux,* tendrait à faire admettre que les matériaux de la bile sont fournis par l'artère hépatique; car l'auteur, M. Gintrac père, cite des faits d'oblitérations pathologiques de la veine-porte par des ossifications, et ces oblitérations n'ont nullement empêché la bile d'être sécrétée.

M. Bazin n'admet pas ce dernier résultat. Cette seule considération que le foie reçoit beaucoup plus de sang veineux que de sang artériel, le porte à penser *à priori* que c'est la veine-porte qui fournit les matériaux nécessaires à la sécrétion de la bile.

M. Oré, pour appuyer la première opinion, rappelle qu'Abernetti cite un cas où la veine-porte allait s'ouvrir dans la veine cave inférieure, et cependant la bile était sécrétée comme à l'état normal.

M. Lespès, comme M. Oré, ne croit pas que la veine-porte ait des usages spéciaux. A cet égard, il rappelle ce fait bien connu des anatomistes, à savoir que, chez les reptiles, les veines qui proviennent des membres postérieurs et de la queue se réunissent en un tronc commun qui traverse le rein, sans qu'aucun physiologiste ait songé à induire de cette disposition que l'urine de ces animaux est produite aux dépens du sang de cette veine-porte rénale.

M. Bazin se propose d'analyser l'air qui sort des sacs aériens des oiseaux; il le croit, *à priori,* moins chargé d'acide carbonique et de vapeur d'eau que l'air des poumons.

Séance du 14 février 1856. — M. Micé donne lecture d'un Rapport général sur tous les travaux envoyés par M. Édouard Robin.

M. Baudrimont discute encore quelques-unes des théories formulées et des opinions émises par l'auteur. La Société décide que ces observations devront être intercalées dans le Rapport de M. Micé, qui est adopté.

Séance du 28 février 1856. — M. Bazin entretient la Société des essais de pisciculture auxquels il vient de se livrer dans le vaste domaine de M. Boissière, à Audenge. Il a opéré sur des carrelets. La laitance des mâles n'ayant pu être obtenue qu'au moyen d'une très forte compression, il est à craindre que l'expérience ne réussisse pas faute d'avoir été faite en temps opportun. Cependant, quand M. Bazin a quitté Audenge, déjà au milieu des œufs déposés en eau douce parmi des joncs, on voyait des filaments particuliers sur la nature desquels on ne pouvait guère être déjà fixé, et qui n'étaient peut-être que des *byssus*.

Le même membre dit qu'il s'est livré à quelques recherches sur le mode de reproduction des anguilles, inconnu depuis Aristote. Il a pu constater, chez ces poissons, des corps particuliers qu'un grand nombre d'anatomistes a regardés comme des testicules. Ce sont des vaisseaux, ou franges remplies de globules, assez semblables en apparence à des œufs. Mais ces prétendus œufs, mis en contact avec l'alcool, se sont dissous sans laisser aucun résidu opaque, ainsi que l'eût fait l'albumine si l'expérimentateur avait eu affaire à de véritables œufs. L'opinion que ces vaisseaux frangés sont des testicules ne paraît pas à M. Bazin devoir être acceptée.

MM. Bazin et Lespès ont eu l'occasion de dépouiller un gros oiseau de mer envoyé pour les collections de la Faculté par M. Jules Caron. Chez cet oiseau, qui n'est autre que le fou de Bassan, les réservoirs ou sacs aériens sont tellement considérables, que M. Lespès a évalué à deux litres la quantité d'air qu'ils peuvent contenir. Ces réservoirs occupent tous les espaces intermusculaires jusqu'aux carpels.

A l'occasion de cet oiseau, rare sur nos côtes, plusieurs membres parlent de quelques espèces d'oiseaux dont ils ont pu constater la présence dans le bassin d'Arcachon. M. Brochon dit que, vers l'embouchure de la Leyre, il a vu d'énormes vols de foulques extrêmement farouches, et partant à de grandes distances. Il arrive parfois que ces vols sont de plusieurs centaines d'individus. Ils paraissent se tenir exclusivement dans les eaux de Malprat.

M. Oré a la parole pour une communication : « Une question indécise en physiologie, dit M. Oré, est celle de la sécrétion biliaire. La plupart des physiologistes pensent que c'est la veine-porte qui fournit au foie les matériaux de cette sécrétion ; d'autres, que c'est l'artère hépatique. En présence de cette diversité d'opinions, M. Oré a cherché à apprécier

surtout le rôle de la veine-porte. Il a fait un grand nombre d'expériences avant d'arriver à une solution probable. Les expériences ont été faites plus particulièrement sur les chiens.

» Dans une première série de recherches, M. Oré a mis à nu le tronc de la veine-porte, et l'a lié fortement de manière à interrompre brusquement le cours de la circulation dans la veine et dans le foie. Les animaux n'ont jamais survécu plus d'une heure à la ligature. Ils ont succombé offrant les symptômes suivants : Refroidissement général, teinte violacée des muqueuses, gêne de la respiration.

» Il a essayé alors de produire l'oblitération moins rapide de la veine en injectant des liquides qui ont les propriétés de faire coaguler le sang. Il a d'abord injecté dans un des vaisseaux de la mésaraïque supérieure une solution concentrée de tannin, puis du plâtre, et enfin du perchlorure de fer. Le sang s'est coagulé, mais les animaux ont succombé immédiatement.

» Ces résultats négatifs ont suggéré à M. Oré la pensée d'agir sur la veine-porte, comme Scarpa et Roux l'avaient fait sur les artères. Alors, il a placé autour de la veine une anse de fil qu'il a laissé pendant cinq ou six jours; il a sacrifié les animaux de deux à cinq jours après, et il lui a été facile de voir la manière dont le sang se coagulait et dont se produisait l'oblitération complète du vaisseau, et enfin de constater que le vaisseau se transformait en un cordon fibreux. Chez un jeune chien, M. Oré a obtenu une oblitération complète de la veine, oblitération qui se trahissait, à l'extérieur, par la dilatation des veines superficielles du véntre. Le chien n'a été sacrifié que quinze jours après que l'oblitération s'était produite; et cependant, malgré cette oblitération, l'animal a pu vivre, digérer, et la sécrétion biliaire n'a pas été interrompue chez lui; la vésicule était, au contraire, pleine de bile; les substances alimentaires contenues dans l'intestin étaient imprégnées de ce liquide, et enfin les matières fécales offraient la coloration brunâtre qu'elles présentent dans l'état normal.

» De ces expériences, M. Oré conclut : 1° Que le sang de la veine-porte ne fournit pas les matériaux de la sécrétion biliaire, et que la bile est sécrétée aux dépens du sang de l'artère hépatique; 2° que la sécrétion biliaire, comme toutes les autres sécrétions, se fait avec le sang artériel, et ne constitue pas une exception à la loi générale des sécrétions, comme les physiologistes l'ont admis jusqu'à ce jour. »

Séance du 18 mars 1856. — Administration.

Séance du 3 avril 1856. — M. Brochon rend compte de deux nouvelles brochures de M. Bourguignat (*Aménités malacologiques*,

§ XXIX à § XLI). L'une d'elles contient un Catalogue de coquilles recueillies en Crimée et dans l'Empire ottoman.

M. Oré reprend quelques-unes des propositions qu'il a développées dans la séance du 28 février dernier, et s'attache à démontrer, par de nouvelles observations, que la sécrétion biliaire se fait bien réellement avec le sang artériel.

M. Bazin signale quelques faits physiologiques de nature à corroborer l'opinion de M. Oré.

Séances des 29 mai et 23 juillet 1856. — Modifications au Règlement. — Résolutions de la Société sur diverses questions administratives.

Séance du 1er août 1856. — Élections.

ANNÉE 1856-1857.

Président : M. Oré. — *Secrétaire* : M. Lespès.

Séance du 7 novembre 1856. — M. Bazin fait part à la Société de diverses observations qu'il a recueillies sur un coucou non adulte, élevé en captivité pendant plusieurs mois, et qui est mort à l'époque du départ de cette espèce. M. Bazin fait remarquer que cet oiseau se rapproche des oiseaux de proie par quelques-uns de ses caractères, des *turdus* par quelques autres, et forme ainsi l'un des types les plus intéressants de l'ordre des grimpeurs.

M. Brochon rapporte qu'il a tué, il y a quelques jours, à Léognan, un coucou mâle en beau plumage, dont les allures, profondément différentes de celles que cet oiseau présente au printemps et en été, le rapprochaient de certains rapaces nocturnes. Au lieu de voler de cime en cime, à de grandes distances et en poussant son cri habituel, il volait sous bois, silencieusement, faisant des vols très courts et se perchant sur les basses branches des pins, où il se tenait immobile jusqu'à l'approche du chasseur. M. Brochon le poursuivit ainsi pendant longtemps, sans se douter un seul instant que ce fût un coucou, tant cet oiseau s'éloignait des habitudes de son espèce.

M. Micé dit avoir observé sur un mur couvert de l'enduit Fritz-Sollier une matière rouge qui lui paraît provenir d'un lichen altéré par l'acide que renferme cet enduit.

Séance du 5 décembre 1856. — M. Royer fait part à la Société de ses expériences sur le soufre.

Ce corps cristallise sous deux formes différentes quand on le dissout à chaud dans l'essence de térébenthine; on l'obtient sous la forme octaédrique et sous la forme prismatique. Ces expériences viennent confirmer celles de M. Saint-Claire Deville, qui, lui aussi, a prouvé que le soufre peut prendre des formes cristallines différentes dans le sulfure de carbone, la benzine, etc. M. Deville attribue complètement cette différence de forme à la température à laquelle les cristaux se déposent. M. Royer pense que ce n'est pas seulement à la température plus ou moins élevée à laquelle on opère qu'est due cette différence, mais encore à la rapidité plus ou moins grande du refroidissement. Quelques expériences sembleraient prouver ces faits remarquables. M. Royer, qui ne connaissait pas les expériences de M. Deville, ne lit le résultat des siennes que pour remplir vis à vis de la Société les devoirs que le Règlement lui impose, et pour prendre acte de ses opinions sur la cause du dimorphisme si singulier que le soufre peut présenter en cristallisant dans un même dissolvant.

M. Baudrimont croit que cette modification est due seulement à la température, et que la trempe ne joue aucun rôle dans ce phénomène.

M. Micé fait remarquer qu'on a toujours attribué à la température les différentes modifications cristallines du soufre.

Séance du 19 décembre 1856. — M. Lespès, en présentant à la Société une table anatomique et un prisme redresseur qu'il a récemment reçu de M. Nachet, donne quelques détails sur les heureuses modifications que cet opticien a introduites dans ses instruments, et qui en font des appareils de la plus grande exactitude.

M. Oré entretient la Société de ses expériences sur la ligature de la veine-porte. Après avoir donné un abrégé des expériences anciennes qui avaient été tentées pour obtenir l'oblitération de ce vaisseau, et qui toutes avaient été sans succès, M. Oré rend compte de ses expériences. Dans une première série, il a suivi les anciens procédés en tentant d'obtenir une brusque interruption de la circulation dans la veine, soit par une ligature, soit par l'injection des substances diverses qui coagulent le sang. La mort presque immédiate des sujets sur lesquels l'opération était pratiquée a toujours été la conséquence de ces tentatives. Dans une deuxième série d'expériences, une ligature non nouée et lâche a été passée autour de la veine, et a suffi pour amener l'oblitération complète, et bien des fois constatée, du vaisseau. La circulation se rétablit alors par des anastomoses nombreuses et volumineuses de la veine splénique

avec la veine cave inférieure ou quelqu'une des branches tributaires de ce gros tronc.

Séance du 16 janvier 1857. — M. Micé lit plusieurs chapitres de son Mémoire sur la statique et la statistique des corps vivants.

Séance du 6 février 1857. — Présentation de M. Huyn. Examen et discussion d'un appareil électro-médical de son invention.

Séances de mars 1857. — Administration.

Séance du 11 juin 1857. — M. Bazin lit un extrait d'un Mémoire de M. Ehrenberg, contenu dans les dernières publications envoyées à la Société par l'Académie de Berlin. Après un grand nombre de sondages exécutés entre le cap de Bonne-Espérance et le cap Horn, et l'examen de la vase recueillie à diverses profondeurs, M. Ehrenberg arrive à la certitude que des êtres organisés vivent jusqu'à une profondeur de 2,000 à 4,000 mètres ; et, ce qui est plus intéressant encore, c'est l'existence à cette énorme profondeur d'espèces qui caractérisent la craie des bords du Mississipi.

A cette occasion, M. Baudrimont fait part à la Société d'une observation faite à Bourbon, après une grande tempête, par M. le général de Monistrol, qui a vu la mer rejeter des mollusques inconnus dans les environs, et qui a recueilli aussi à de grandes profondeurs, dans la mer Rouge, des espèces inconnues à des profondeurs moindres.

M. Micé entretient la Société des travaux récents de M. Mège-Mouriès, sur la *panification.*

Séance du 25 juin 1857. — M. Abria montre à la Société le galvanomètre de Weber. Cet appareil, construit avec une remarquable précision, se compose d'un système de fils métalliques enroulés autour d'un cercle de cuivre très pesant, dans lequel se meut librement un barreau aimanté. Celui-ci est suspendu à un fil sans torsion, et entraîne dans ses oscillations un petit miroir plan. A une distance variable du premier appareil, on dispose une lunette, dont le pied porte une règle graduée en millimètres ; de sorte qu'en observant dans cette lunette, on aperçoit l'image de la règle. En faisant alors passer un courant dans les fils du galvanomètre, le miroir change de position, et, par conséquent, on ne voit plus avec la lunette le même point de la règle, mais un point différent, et la distance ainsi parcourue est la tangente de l'angle double de celui décrit par le miroir et le barreau aimanté sous l'influence du courant électrique. Cet instrument permet d'apprécier des déviations

extrêmement petites, telles que 20' ou 30', et de les mesurer avec précision. Le même procédé peut être employé pour la mesure d'angles très petits dans plusieurs autres cas.

Après cette intéressante communication, M. Abria parle encore à la Société d'un moyen nouveau qui peut être employé pour déterminer avec précision les pôles d'un aimant. Après avoir suspendu le barreau par un fil sans torsion, on fait rapidement tourner au-dessous un disque de cuivre. Si le centre de ce disque ne répond pas exactement au pôle du barreau, ce dernier doit quitter sa position et suivre plus ou moins le disque dans sa rotation. On peut, par une suite de tâtonnements, arriver ainsi à une détermination des pôles aussi exacte que par les procédés anciens.

M. Royer rend compte à la Société d'un Mémoire de M. Jamin sur le pouvoir réfringent de l'eau.

Séance du 9 juillet 1857. — Élections.

ANNÉE 1857-1858.

Président : M. Baudrimont. — *Secrétaires :* MM. Micé et Caussade.

Séance du 19 novembre 1857. — M. Micé fait un rapport sur le n° 1 de la 2e année du *Bulletin de la Société Philomathique de Bordeaux.*

M. Brochon fait un rapport sur la *Flore de l'Aude* (Ire partie), de M. Bourguignat.

M. Micé lit, au nom de M. Royer, une analyse d'un travail présenté par M. Descloizeaux à l'Académie des Sciences de Paris sur les propriétés rotatoires du cinabre, propriétés analogues à celles du quartz, mais quinze ou seize fois plus marquées.

Entre autres faits pathologiques observés par lui et offrant des applications à la physiologie, M. Delmas signale un cas d'oblitération complète de l'artère pulmonaire constatée à l'autopsie d'un sujet qui avait offert, entre autres symptômes, une gangrène de la face.

Cette singulière altération organique, qui appartient presque autant au domaine de la tératologie qu'à celui de l'anatomie pathologique, rappelle à M. Oré une autre monstruosité du cœur observée dans une nécropsie déjà ancienne : l'artère pulmonaire manquait complètement, ou plutôt elle était remplacée par des vaisseaux partant de l'oreillette droite pour aboutir aux poumons.

Les corps de Rosenmüller, contenus entre les deux replis qui constituent les ligaments larges, sont signalés comme n'ayant aucune connexion vasculaire avec l'utérus. M. Caussade a vu cependant une injection de mercure, faite dans ces corps par le professeur d'anatomie de l'École de Médecine de Bordeaux, pénétrer au travers de petits vaisseaux blancs jusque dans les couches externes de la matrice. L'honorable membre se propose de revoir les travaux publiés sur ce point délicat d'anatomie et d'élucider au besoin cette question par des recherches spéciales.

M. Oré a fait, il y a cinq ou six ans, des expériences sur les animaux qui lui ont signalé la grande efficacité d'un courant électrique pour faire disparaître presque instantanément l'anesthésie. Depuis lors, ces expériences ont été répétées dans le cours public de chimie de la Faculté par M. Merget, professeur suppléant. Mais M. Oré annonce qu'il a aujourd'hui, à l'appui de cette efficacité, des observations recueillies sur des malades traités par MM. Denucé, Bitot et lui-même. Il demande si ce fait, que le hasard lui a permis de découvrir, est nouveau dans la science, ou s'il a été signalé par d'autres praticiens.

M. Azam répond qu'il a vu l'efficacité de l'électricité dans l'anesthésie signalée par un médecin anglais, mais il ignore si elle a été appuyée sur des expériences faites sur des animaux ou sur des observations prises sur l'homme.

M. Micé croit à l'existence d'observations pathologiques, car ce fait a été annoncé à l'Académie des Sciences de l'Institut, est actuellement enseigné à la Faculté de Médecine de Paris, et de simples expériences faites sur les animaux ne seraient pas assez concluantes pour faire adopter, ainsi qu'on le fait aujourd'hui, ce moyen thérapeutique comme un précepte. Du reste, M. Micé promet de se livrer sur ce point à quelques recherches bibliographiques.

Non seulement l'électricité combat les effets du chloroforme chez l'homme et les animaux, mais elle en triomphe encore chez la sensitive, qui, endormie par la substance anesthésique, est réveillée à l'aide d'une pile, ainsi qu'il résulte d'un travail dont M. Micé ne se rappelle plus l'auteur.

Séance du 3 décembre 1857. — M. Lespès fait un rapport sur le premier Compte-Rendu de l'Académie des Sciences de Saint-Louis. Le travail qui lui a paru le plus remarquable est celui de M. Koch, qui établit que le mastodonte gigantesque a vécu du temps de l'homme. Ce fait est prouvé par la présence de haches et flèches de pierre à côté d'os cassés de cet animal, et l'on sait que les sauvages de l'Amérique du Nord n'ont adopté les armes défensives en métal qu'après la découverte du Nouveau-Monde. Un autre argument plus démonstratif est fourni par

la découverte, au milieu d'une argile cuite et de cendres, d'un squelette de mastodonte tué par des flèches et haches de pierre qu'on a trouvées à côté, dont les os de la tête ont été cassés par des pierres qu'on a également rencontrées près de l'animal, et dont toutes les pièces solides sont rôties. Évidemment, il y a eu là un festin dont le monstrueux mammifère a fait tous les frais.

M. Bazin n'accorde pas une grande valeur aux preuves précédentes. Rencontrant des os à l'état fossile et ignorant les transformations qui accompagnent la pétrification, des sauvages pourraient bien avoir cassé ces os dans le but d'en extraire la moëlle, sans que ce fait établît une contemporanéïté entre l'objet mutilé et le peuple destructeur.

M. Lespès répond qu'il ne s'expliquerait pas, dans ce cas, la coction de ces os, démontrée inutile par leur cassure. Du reste, il y a déjà quelque temps que les géologues ont reconnu que si le mastodonte ne se trouve en France que dans le terrain miocène supérieur, il est plus récent dans le Nouveau-Continent, où il se trouve postérieur aux dépôts glaciaires. Des fermiers de l'Amérique du Nord, en faisant écouler l'eau d'un lac argileux, ont trouvé dans la vase un mastodonte debout. En écartant les côtés, ils ont vu à la place de l'estomac une masse de substance végétale d'un volume de 70 litres environ, constituée presque en entier par des bourgeons de genévrier de Virginie, arbre très récent qui appartient à la Flore actuelle.

M. Brochon fait un rapport sur le volume des Mémoires de la Société des Sciences naturelles de Cherbourg, reçu dans la dernière séance.

Séance du 17 décembre 1857. — M. Micé communique à la Société le résultat des recherches bibliographiques auxquelles il s'est livré pour tâcher d'élucider la question posée par M. Oré dans la séance du 19 novembre dernier. Trois savants surtout, MM. Ducros, Abeille et Wartmann, ont parlé de l'action puissante de l'électricité dans les cas d'anesthésie trop prolongée. M. Wartmann a opéré sur les animaux; mais MM. Abeille et Ducros ont dû expérimenter sur l'homme, car ils annoncent dans le titre de leurs Mémoires, qui a seul été publié dans les *Compte-Rendus de l'Académie des Sciences de Paris,* que cet agent thérapeutique réussit chez l'homme et les animaux.

M. Oré répond qu'on pourrait bien, ainsi que cela se pratique malheureusement trop souvent en physiologie, avoir par induction étendu à l'espèce humaine ce qui aurait été observé sur des chiens, des chats, des lapins et autres animaux qui en sont plus ou moins éloignés. On a trop l'habitude de considérer la vie comme sujette exactement aux mêmes lois dans toute la série zoologique, et l'honorable membre voudrait avoir vu et lu de ses yeux des observations pathologiques publiées par les

auteurs qui appliquent à l'homme les propriétés anti-anesthésiques de l'électricité pour être convaincu que les résultats généraux n'ont pas été déduits d'expériences particulières à quelques espèces animales seulement.

Dans tous les cas, il ressort des recherches mêmes de M. Micé que si des observations médicales existent, elles sont trop peu connues; et, qu'à ce titre, ce serait rendre un service à la science que d'en signaler de nouvelles, surtout quand elles sont aussi curieuses et aussi démonstratives que celles dont M. Oré a donné un aperçu dans la séance du 19 novembre dernier.

M. Alexandre montre à la Société un échantillon d'oxyde de manganèse naturel trouvé à Castandet, près Mont-de-Marsan (Landes). Ce minerai a été caractérisé par le procédé de M. Barreswil, consistant dans la formation d'un phosphate de sesqui-oxyde de manganèse d'un beau violet.

Bordeaux. — Imp. G. Gounouilhou, rue Guiraude, 11.

MÉMOIRES

DE LA SOCIÉTÉ

DES SCIENCES

PHYSIQUES ET NATURELLES

DE BORDEAUX

TOME III

2me Cahier

A PARIS
CHEZ J.-B. BAILLIÈRE
LIBRAIRE DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DE MÉDECINE
rue Hautefeuille, 19.
A LONDRES, chez H. BAILLIÈRE, 219, Regent Street.—A NEW-YORK, chez H. BAILLIÈRE, 290, Broadway.
A MADRID, chez BAILLY-BAILLIÈRE, calle del Principe, 11

A BORDEAUX
CHEZ CHAUMAS-GAYET, LIBRAIRE
Fossés du Chapeau-Rouge, 34

1865

COMPOSITION DU BUREAU DE LA SOCIÉTÉ

pour l'année 1864-1865.

MM. AZAM, *président*.
ROYER, *vice-président*.
SOLLES, *secrétaire*.
CHATARD, *secrétaire-adjoint*.
MICÉ, *trésorier-archiviste*.
ABRIA, BAUDRIMONT, ORÉ, *membres du Conseil*.

LISTE DES MEMBRES TITULAIRES ET CORRESPONDANTS.

§ Ier — Membres titulaires.

MM. ABRIA ✻, doyen de la Faculté des Sciences.
ALEXANDRE, pharmacien.
AZAM, professeur à l'École de Médecine.
BAUDRIMONT ✻, agrégé libre de la Faculté de Médecine de Paris, professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux.
BAUDRIMONT (Édouard), chef des travaux de physique et de chimie à la Faculté des Sciences.
BAZIN ✻, professeur à la Faculté des Sciences, médecin en chef de l'Asile des Aliénées.
BILLIOT, licencié ès sciences mathématiques et physiques.
BROCHON (E.-H.), avocat à la Cour Impériale.
CHATARD, docteur en médecine.
COUERBE, chimiste, à Verteuil (Médoc).
DELMAS, docteur en médecine
GINTRAC (Henri), professeur à l'École de Médecine.
GLOTIN ✻, ancien officier de la Marine Impériale.
GUÉPIN, docteur en médecine.
GUESTIER (Daniel), négociant.
HOUËL, professeur à la Faculté des Sciences.
LADEVI-ROCHE fils.
LANGLADE (DE), ingénieur civil.
LAVERGNE (comte DE).
LESPIAULT, professeur à la Faculté des Sciences.
LUZUN, docteur en médecine.

MM. MANÈS fils, officier de l'armée.
MARX, docteur en médecine.
MÉTADIER, docteur en médecine.
MICÉ, licencié ès sciences, professeur à l'École de Médecine.
ORÉ, professeur à l'École de Médecine, chirurgien en chef de l'hôpital Saint-André.
PICKMAN, manufacturier, à Séville.
PÉRIER, pharmacien, à Pauillac.
PRAT, pharmacien, à Bordeaux.
ROCHET, rédacteur du journal *les Tablettes agricoles*.
ROYER, licencié ès sciences mathématiques et physiques, chef d'institution.
SAINT-MARTIN, propriétaire.
SAMY, préparateur à la Faculté des Sciences.
SIRECH, médecin.
SOLLES, docteur en médecine.
SOUS, docteur en médecine.

§ II. — Membres correspondants.

MM. BERNARD, professeur de physique à la Faculté des Sciences de Clermont.
BOUÉ, régent de physique au collége de Sarlat (Dordogne).
BOURGUIGNAT, aide-naturaliste au Muséum d'histoire naturelle de Paris.
BURGADE, docteur en médecine, à Libourne.
DELBOS, docteur ès sciences, professeur à l'École des Sciences appliquées de Mulhouse.
GARRIGAT, docteur en médecine.
KEMMERER DE SAINT-MARTIN, docteur en médecine, île de Ré.
LAVERNELLE (Oscar DE), chef du cabinet du Directeur général des lignes télégraphiques, au Ministère de l'Intérieur.
LE BESGUE ✻, correspondant de l'Institut de France (Académie des Sciences), professeur honoraire à la Faculté des Sciences de Bordeaux.
MONTESQUIOU (Louis DE), docteur en médecine, près d'Agen.
MUSSET, docteur ès sciences, chef d'institution à Toulouse.
RAMEY (Eugène), naturaliste, à Paris.
ROBIN (Édouard), professeur de chimie, à Paris.
RODET, ingénieur de la Manufacture des tabacs de Paris, ancien élève de l'École polytechnique.

TABLES

DONNANT POUR LA MOINDRE RACINE PRIMITIVE D'UN NOMBRE PREMIER, OU PUISSANCE D'UN NOMBRE PREMIER :

1° LES NOMBRES QUI CORRESPONDENT AUX INDICES;

2° LES INDICES DES NOMBRES PREMIERS ET INFÉRIEURS AU MODULE;

PAR V.-A. LE BESGUE

Professeur honoraire de la Faculté des Sciences de Bordeaux,
Membre correspondant de l'Institut.

Ces tables ne diffèrent de celles de Jacobi *(Canon arithmeticus, etc.)* que par le choix des racines primitives qui ont servi à leur formation. C'est toujours la plus petite racine, en valeur absolue, qui a été employée pour chaque module. Les trois tables de Jacobi ont été réunies en une seule, qui contient, rangés par ordre de grandeur, les modules nombres premiers et puissances de nombres premiers pairs ou impairs. La disposition est la même que celle du *Canon arithmeticus*. Pour les modules 2^n, on a évité l'emploi des compléments, et l'usage des tables devient par là un peu plus simple. Comme ces modules 8, 16, 32,..., sont peu nombreux, on a rendu sans inconvénient la seconde table un peu plus longue.

Les tables de Jacobi vont de 1 à 1000; celles-ci s'arrêtent à 200. Si elles venaient à être continuées, on les réduirait de moitié au moyen de théorèmes connus. On peut obtenir une réduction plus grande encore, comme il sera dit dans le paragraphe V.

Les tables ont été construites par M. Hoüel, professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux, qui a bien voulu s'occuper de la correction des épreuves.

§ I.

RACINES PRIMITIVES POUR LES MODULES p, p^m, 2^m, PREMIERS OU PUISSANCES DE NOMBRES PREMIERS.

1. Une *racine primitive* pour le module premier p, est un nombre g inférieur à p, et tel que la suite,

$$g,\ g^2,\ g^3, \ldots, g^{p-1},$$

quand on divise tous les termes par p, donne des restes différents, dont le dernier est 1. Ces restes forment la *période* de la racine primitive; ce sont, à l'ordre près, les nombres

$$1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ p-1.$$

Ainsi l'on a

$$g^\alpha \equiv a \text{ , mod. } p.$$

On peut regarder g comme la base d'un système de logarithmes pour le module p; α est alors le logarithme de a. Gauss a donné à ces exposants α le nom d'*indice*. Ce terme sera conservé; l'indice du nombre a sera désigné par ind.a. La congruence

$$g^{\text{ind.}a} \equiv a \text{ , mod. } p$$

n'est qu'une définition.

Comme le nombre

$$g^{p-1} - 1 = (g^{\frac{p-1}{2}} - 1)(g^{\frac{p-1}{2}} + 1)$$

est divisible par p, et que $g^{\frac{p-1}{2}} - 1$ ne l'est pas, il est indispensable que l'on ait

$$g^{\frac{p-1}{2}} \equiv -1, \text{ mod. } p;$$

et comme l'on a aussi

$$g^{\text{ind.}a} \equiv a, \text{ mod. } p,$$

il en résulte

$$g^{\text{ind.}a + \frac{p-1}{2}} \equiv -a \equiv p - a, \text{ mod. } p.$$

Dans cette congruence, quand l'exposant ind.$a + \frac{p-1}{2}$ surpasse $p-1$, ce qui arrive pour ind.$a > \frac{p-1}{2}$, on peut le diminuer de $p-1$; il devient alors ind.$a - \frac{p-1}{2}$.

Les deux congruences

$$g^{\text{ind}.a} \equiv a, \quad g^{\text{ind}.a \pm \frac{p-1}{2}} \equiv p-a, \text{ mod.} p$$

montrent que, si l'on connaît l'indice d'un nombre $b < \frac{p}{2}$, on pourra en déduire l'indice du nombre $p - b > \frac{p}{2}$. Pareillement, connaissant le nombre correspondant à un indice $\beta < \frac{p-1}{2}$, on saura en déduire l'indice du nombre $\beta + \frac{p-1}{2} > \frac{p-1}{2}$. On pourra donc réduire de moitié l'étendue des deux tables dont la construction sera indiquée dans le paragraphe suivant.

Ce qui vient d'être dit pour le module p, convient au module p^n; il faudra seulement remplacer $p-1$ par $p^{n-1}(p-1)$; ainsi l'on aura

$$g^{p^{n-1}(p-1)} \equiv 1, \text{mod.} p^n, \quad g^{p^{n-1}\left(\frac{p-1}{2}\right)} \equiv -1, \text{ mod.} p^n$$

$$g^{\text{ind}.a} \equiv a, \text{ mod.} p^n, \quad g^{\text{ind}.a \pm p^{n-1}\left(\frac{p-1}{2}\right)} \equiv p^n - a, \text{mod.} p^n.$$

La période de g aura $p^{n-1}(p-1)$, termes renfermant, à l'ordre près, tous les nombres inférieurs et premiers à p^n.

N. B. — Pour les démonstrations, on peut consulter soit les *Recherches arithmétiques* de Gauss, soit mon *Introduction à la théorie des nombres.* Paris, 1862.

2. Pour le module $2^m > 4$, tout nombre g de la forme $8k+3$ ou $8k+5$ aura une période de 2^{m-2} termes. Le nombre 3 étant pris pour racine primitive, on aura

$$3^{2^{m-2}} \equiv 1, \text{ mod. } 2^m, \qquad 3^{2^{m-3}} \equiv 1 + 2^{m-1}, \text{ mod. } 2^m,$$

$$3^{\text{ind}.a} \equiv a, \text{ mod. } 2^m, \qquad 3^{\text{ind}.a \pm 2^{m-3}} \equiv a + 2^{m-1}, \text{ mod. } 2^m.$$

Ces congruences montrent encore que si l'on a l'indice d'un

nombre b de l'une des formes $8k+1$, $8k+3$, inférieur à 2^{m-1}, on pourra trouver l'indice d'un nombre de même forme supérieur à 2^{m-1}. Pareillement, si l'on a le nombre correspondant à un indice $\beta < 2^{m-3}$, on en déduira le nombre correspondant à un indice $\beta + 2^{m-3} > 2^{m-3}$; on pourra donc encore réduire les tables de moitié.

3. Quand on aura trouvé la moindre racine primitive pour le module p, on en déduira comme il suit la moindre racine pour le module p^n.

Soit g la moindre racine primitive pour le module p, on fera

$$g^p = g + ph + p^2 k,$$

h étant positif et $< p$; si l'on n'a pas $h = 0$, g sera racine primitive pour le module p^n, quel que soit n. Si $h = 0$, g ne sera pas racine primitive pour p^2, et à plus forte raison pour p^n; mais $g + p$ le sera. Pour avoir une racine primitive inférieure à p, on refera le calcul précédent pour les différentes racines primitives g', g'',....

Pour le module 2^m, la moindre racine primitive est toujours 3, comme il a été dit.

4. Les racines primitives pour le module p étant en nombre $\varphi(p-1)$, en indiquant ainsi combien il y a de nombres inférieurs et premiers à $p-1$, la moindre racine sera ordinairement petite, relativement à p. Voici ces racines au-dessous de 211 :

2 est la moindre racine primitive des nombres suivants, de la forme $8k+5$,

5, 13, 29, 37, 53, 61, 101, 149, 173, 181, 197,

et des nombres suivants, de la forme $8k+3$,

3, 11, 19, 59, 67, 83, 107, 131, 139, 163, 179.

— 2 est la moindre racine primitive des nombres suivants, de la forme $8k+7$,

7, 23, 47, 71, 79, 103, 167, 191, 199.

3 est la moindre racine primitive des nombres suivants,

17, 31, 43, 89, 113, 137.

5 est la moindre racine primitive des nombres

73, 97, 157, 193.

— 5 est la moindre racine primitive du nombre

151.

6 est la moindre racine primitive des nombres

41, 109.

Les tables se forment donc très facilement par le calcul des périodes des nombres 2, 3, 5, 6. Il est à remarquer que quand la période d'un nombre a pour le module $p = 4k + 3$ aura $\frac{p-1}{2}$ termes, on pourra prendre $-a$ pour racine primitive. C'est ainsi qu'on a obtenu les nombres qui ont -2 et -5 pour moindre racine primitive.

Au-dessous de 211, la moindre racine primitive de p est aussi celle de p^n.

§ II.

DISPOSITION ET USAGE DES TABLES.

5. Des deux tables qui forment les deux moitiés de chaque page, la première (table anti-logarithmique) donne les nombres correspondants à des indices donnés; on l'appelle *Table des Nombres*. La seconde (table logarithmique) fait connaître les indices des nombres donnés; c'est la *Table des Indices*.

La première s'obtient en élevant aux diverses puissances la moindre racine primitive de chaque module; l'autre s'en déduit par de simples transpositions qui n'ont pas besoin d'explication.

Voici un spécimen de ces deux tables.

Module $p = 29$, $p - 1 = 28 = 2^2.7$, rac. prim. $= 2$.

Table des Nombres.

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	B
0	1	2	4	8	16	3	6	12	24	19	
1	9	18	7	14	28	27	25	21	13	26	
2	23	17	5	10	20	11	22	15	1		
C											D

Table des Indices.

A'	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	B'
0		28	1	5	2	22	6	12	3	10	
1	23	25	7	18	13	27	4	21	11	9	
2	24	17	26	20	8	16	19	15	14		
C'											D'

Dans la *Table des Nombres,* les indices ont leurs dizaines dans la colonne AC, et leurs unités sur la ligne AB. La première ligne donne les restes des puissances

$$2^0, \quad 2^1, \quad 2^2, \quad 2^3, \ldots, \quad 2^9,$$

la seconde, ceux des puissances

$$2^{10}, \quad 2^{11}, \quad 2^{12}, \quad 2^{13}, \ldots, \quad 2^{19},$$

et ainsi de suite. Chaque ligne contient 10 restes; les nombres ou restes sont ainsi renfermés dans le rectangle ABCD, sous les unités et vis-à-vis des dizaines de l'indice.

La disposition de la Table des Indices est toute semblable,

L'indice de 26, qui est 19 d'après la première table, est placé sous les unités 6 et vis-à-vis des dizaines 2 du nombre 26.

Pour le module p^n, la disposition des deux tables est toute semblable; seulement comme les restes p, $2p$, $3p$, ..., $(p^n - p)$ manquent, la Table des Indices contient des cases vides.

6. Pour le module 2^m, la Table des Nombres conserve la même disposition. Quant à la Table des Indices, elle perd les colonnes 0, 2, 4, 6, 8; et de plus, il y a des cases vides, par la raison qu'aucun reste pair ne se présente, et que les restes impairs des formes $8k + 5$, $8k + 7$ manquent également, le nombre 3 étant pris pour racine primitive.

Voici un exemple pour le module

$$2^n = 2^6 = 64, \quad 2^{n-2} = 16.$$

Table des Nombres.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	3	9	27	17	51	25	11	33	35
1	41	59	49	19	57	43	1			

Table des Indices.

	1	3	5	7	9
0	16	1	—	—	2
1	7	—	—	4	13
2	—	—	6	3	—
3	—	8	9	—	—
4	10	15	—	—	12
5	5	—	—	14	11

La Table des Indices pourrait être abrégée en évitant les vides

par l'emploi des compléments, comme l'a fait Jacobi; mais l'usage en deviendrait moins simple, et d'ailleurs les puissances de 2 sont si peu nombreuses dans les limites des tables, que l'abréviation est insignifiante et n'atteint pas une page.

Ces tables, comme on le voit, seront d'autant plus longues que le module sera plus grand. Pour un grand module, il sera avantageux de les réduire de moitié; c'est ce qui sera fait dans la continuation de ces tables. C'est alors surtout qu'il conviendra d'exposer, avec quelque modification, la méthode de Jacobi pour la construction du *Canon arithmeticus*.

§ III.

RÉSOLUTION DE LA CONGRUENCE $ax^m \equiv b$, mod. p^n.

7. En posant

$$a \equiv g^{\text{ind}.a}, \quad b \equiv g^{\text{ind}.b}, \quad x \equiv g^{\text{ind}.x}, \quad \text{mod}.\, p^n,$$

comme la congruence devient

$$g^{\text{ind}.a}\, g^{m.\text{ind}.x} \equiv g^{\text{ind}.b}, \ \text{mod}.\, p^n,$$

ou

$$g^{\text{ind}.b}\left\{ g^{\text{ind}.a-\text{ind}.b+m\,\text{ind}.x} - 1 \right\} \equiv 0, \ \text{mod}.\, p^n,$$

l faut avoir

$$\text{ind}.a - \text{ind}.b + m\,\text{ind}.x = p^{n-1}(p-1)y.$$

Le plus grand commun diviseur δ de m et $p^{n-1}(p-1)$ doit diviser ind.a — ind.b : c'est la condition de possibilité. Si elle a lieu, on fera

$$m = m'\delta, \quad p^{n-1}(p-1) = p'\delta, \quad \text{ind}.a - \text{ind}.b = c\delta;$$

il viendra

$$m'\,\text{ind}.x + c = p'y,$$

qui donnera pour moindre solution

$$m'\xi_0 + c = p'y_0,$$

et pour solution générale

$$\text{ind.}\, x = \xi_0 + p' u,$$

où il faut poser

$$u = 0, 1, 2, 3, \ldots, \delta - 1.$$

8. Voici quelques exemples :

1° Résoudre la congruence

$$13x \equiv 7, \text{ mod. } 199.$$

On a, par la Table des Indices pour le module 199 (p. 269),

$$\text{ind.}\, x \equiv \text{ind.}\, 7 - \text{ind.}\, 13 \equiv 190 - 166 \equiv 24, \text{ mod. } 198;$$

la Table des Nombres donne ensuite

$$x = 23.$$

2° Résoudre la congruence

$$x^3 \equiv 5, \text{ mod. } 199,$$

on a

$$3\, \text{ind.}\, x \equiv \text{ind.}\, 5, \text{ mod. } 198;$$

la Table des Indices donne

$$3\, \text{ind.}\, x = 48 + 198z,$$

ou

$$\text{ind.}\, x = 16 + 66z,$$

de là

$$\text{ind.}\, x = 16, 82, 148,$$

et par suite

$$x = 65, 124, 10.$$

3° Résoudre la congruence

$$x^2 \equiv 107, \text{ mod. } 199.$$

On en tire

$$2\, \text{ind.}\, x \equiv \text{ind.}\, 107 \equiv 33, \text{ mod. } 198,$$

ce qui est impossible, l'un des membres étant pair et l'autre impair.

4° Résoudre la congruence

$$x^5 \equiv 7, \text{ mod. } 169, (\text{mod. } 13^2).$$

On en tire

$$5 \text{ ind.} x - \text{ind.} 7 = 13.12 y,$$

ou

$$5 \text{ ind.} x - 107 = 156 y;$$

de là

$$\text{ind.} x = 21 + 31 y + \frac{y+2}{5}.$$

En faisant

$$y = -2$$

on a

$$\text{ind.} x = -41 \equiv 115, \text{ mod. } 156,$$

et par conséquent

$$x = 102, \text{ ou } x \equiv 102, \text{ mod. } 13^2.$$

5° Pour résoudre la congruence

$$x^m \equiv a, \text{ mod. } p^\alpha q^\beta r^\gamma \ldots,$$

il faudrait commencer par résoudre la même congruence pour les modules

$$p^\alpha, \; q^\beta, \; r^\gamma, \ldots;$$

puis l'on égalerait entre elles les diverses formules de solutions

$$x = p_1 + p^\alpha y,$$

$$x = q_1 + p^\beta y',$$

$$x = r_1 + r^\gamma y'',$$

&c. . . .

Le nombre a est supposé premier au module; si p_1 a p' valeurs (inférieures au module p^α); si q_1 a q' valeurs, si r_1 a r' valeurs, etc..., la congruence aura $p'q'r'\ldots$, solutions inférieures au module.

Résolution de la congruence $ax^m \equiv \pm b$, mod. 2^n.

9. Comme, pour le module 2^n, les nombres $8k+5$ et $8k+7$ n'ont pas d'indices, il faut préparer la congruence de manière à faire disparaître ces nombres. Pour cela, en posant

$$a\alpha \equiv \pm 1, \text{ mod. } 2^n,$$

on aura

$$x^m \equiv b\alpha \equiv c, \text{ mod. } 2^n.$$

Si m est pair, il faut avoir $c = 8k+1$, sans quoi la congruence est impossible. Si m est impair, et que c soit de l'une des formes $8k+5$, $8k+7$, on posera

$$x = 2^n - y,$$

et l'on aura à résoudre la congruence

$$y^n \equiv -c \equiv 2^n - c, \text{ mod. } 2^n.$$

Or, $2^n - c$ ayant l'une des formes $8k+1$, $8k+3$, on pourra employer les tables.

10. *Exemples.* 1° Soit la congruence

$$x^2 \equiv 11, \text{ mod. } 128 = 2^7.$$

on a

$$2 \text{ ind.} x \equiv \text{ind.} 11 \equiv 7, \text{ mod. } 2^5 \text{ (mod. 32)}.$$

Il y a impossibilité. Cela pouvait se voir de suite, tout carré impair ayant la forme $8k+1$, tandis que la congruence donnait la forme $8k+3$.

2° Résoudre la congruence

$$x^2 \equiv 33, \text{ mod. } 128.$$

On en tire

$$2 \text{ ind.} x \equiv \text{ind.} 33 \equiv 8, \text{ mod. } 32,$$

ou

$$\text{ind.} x = 4 + 16z;$$

de là les valeurs 4 et 20 pour ind. x. A l'indice 4 répond le nombre 81; à l'indice 20 répond le nombre 17. On a donc quatre racines, savoir : ± 17, c'est-à-dire 17 et 111, et ± 81, c'est-à-dire 81 et 47. De ces quatre racines, il n'y en a que deux qui aient des indices réels, ce sont celles-là que la table indique.

11. Les tables serviront à résoudre quelques autres problèmes. Si l'on voulait, par exemple, trouver toutes les racines primitives, comme elles sont contenues dans la formule

$$g^{\alpha},$$

le nombre α étant inférieur et premier à $p^{n-1}(p-1)$, on les trouverait au moyen de la Table des Nombres.

Si on voulait les trouver par ordre de grandeur, il faudrait, dans la Table des Indices, trouver les indices premiers à $p^{n-1}(p-1)$.

Ainsi, pour le module 113, si l'on examine les indices 112, 12, 1, 24, 83, ..., on voit que 1 et 83 sont premiers à 112; ces nombres répondent à 3 et 5. Le nombre 3 est la moindre racine primitive, 5 est celle qui la suit.

Il faut remarquer que les racines primitives négatives pour un module ayant la forme $4k+3$, étant prises positivement, ont une période de $\frac{p-1}{2}$ termes, de sorte que les indices qui n'auront avec $(p-1)$ que le seul facteur commun 2, répondront à des nombres qui, pris négativement, seront des racines primitives.

Ainsi, pour le module $107 = 4.26 + 3$, si l'on examine les indices 106, 1, 70, 2, ..., on voit que 2, qui répond à 4, donne -4 ou 103 comme racine primitive, et, en effet, l'indice de 103 est 55, nombre premier à 106.

12. Si l'on voulait trouver l'exposant auquel *appartient* (*) un nombre donné a, on prendrait dans la table l'indice de a, puis on chercherait le moindre multiple de $p-1$ et de ind. a, ce serait

(*) Si $e > 0$ est le moindre nombre qui donne $a^e \equiv 1$, mod. p, on dit que a *appartient* à l'exposant e. Les racines primitives appartiennent à l'exposant $p-1$.

en représentant par D $(p-1, \text{ind}.a)$ le plus grand diviseur commun aux nombres $p-1$ et ind.a,

$$\frac{p-1}{D(p-1, \text{ind}.a)} \cdot \text{ind}.\,a;$$

le nombre a appartiendrait donc à l'exposant

$$\frac{p-1}{D(p-1, \text{ind}.a)} = e.$$

Ce nombre est indépendant de la racine primitive; il en est donc de même de D $(p-1, \text{ind}.a) = f$, si l'on suppose $p-1 = ef$.

On a donc ce théorème : *Si le nombre a appartient à l'exposant e, et que l'on fasse* $p-1 = ef$, *quelle que soit la racine primitive, l'indice de a aura la forme mf, m étant premier à e.*

On peut trouver une ou plusieurs racines primitives pour lesquelles l'indice soit nf, le nombre n étant premier à e. Pour $n = 1$ l'indice devient minimum. La considération des racines primitives pour lesquelles 10 prend l'indice minimum est fort utile pour la construction d'une table qui peut remplacer le *Canon arithmeticus*.

Si l'on considère deux racines primitives g et $g' \equiv g^z$, mod. p, z étant premier à $p-1$, et que les indices du nombre a soient mf, nf, on aura pour déterminer z la congruence

$$a \equiv g^{mf} \equiv g^{znf}, \text{ mod.}\, p,$$

qui conduit, comme on l'a vu, à

$$nz = m + ev.$$

Cette équation donnera les valeurs de z; on ne conservera que celles z', z'', . . . qui sont premières à f, ou plutôt aux facteurs de f qui ne divisent pas e. Ces nombres z', z'', . . . seront premiers à $p-1$, et il en résultera des racines primitives $g^{z'}$, $g^{z''}$, ...

Exemple. Soit $p = 31$, $a = 10$.

Le nombre 10 appartient à l'exposant $15 = e$; ainsi l'on a $f = 2$. La moindre racine primitive 3 donne $3^{14} \equiv 10$, mod. 31; l'on a $m = 7$. Si l'on veut avoir une racine primitive pour laquelle 10 appartienne à l'exposant minimum $f = 2$, il faut résoudre

$$z = 7 + 15v,$$

ce qui donne $z = 7$, en négligeant $z = 22$ qui n'est pas premier à f; or, à $z = 7$ répond la racine primitive 17. On a

$$17^2 = 289 = 31.9 + 10.$$

§ IV.

13. La table auxiliaire II pour trouver l'indice du produit

$$1.2.3\ldots x = \Pi x$$

se compose simplement de deux colonnes, dont la première contient les sommes des 4, 14, 24, 34, ... premiers indices, la seconde celles des 9, 19, 29, 39, ... premiers indices, ces sommes étant diminuées du plus grand multiple de $p - 1$ qu'elles contiennent. Pour les valeurs de x intermédiaires entre celles qui sont inscrites dans la table, on complète la somme au moyen de la Table des Indices, ce qui n'exige que l'addition de quatre nombres au plus.

Voici un exemple pour le module $p = 109$: on a

$$\left.\begin{array}{ll} \text{ind.}\,\Pi 24 \equiv 40, & \text{ind.}\,\Pi 27 \equiv 40 + 44 + 16 + 48 \equiv 40, \\ \text{ind.}\,\Pi 34 \equiv 25, & \text{ind.}\,\Pi 36 \equiv 25 + 8 + 2 \equiv 35, \\ \text{ind.}\,\Pi 69 \equiv 33, & \text{ind.}\,\Pi 72 \equiv 33 + 65 + 78 + 59 \equiv 19, \end{array}\right\} \text{mod. } 108.$$

Voici quel est l'usage de ces produits. Gauss a démontré que, pour $p = 4\varpi + 1$, l'équation

$$p = x^2 + 4y^2,$$

qui n'admet qu'une solution en nombres positifs, donne

$$2x \equiv \frac{(\varpi+1)(\varpi+2)\ldots 2\varpi}{1.\quad 2\ldots\quad \varpi} = \frac{\Pi.2\varpi}{(\Pi\varpi)^2}, \text{ mod. } p.$$

Pour $p = 109$, $\varpi = 27$, et l'on a

$$\left.\begin{array}{l} \text{ind.}\,x \equiv \text{ind.}\,\Pi 54 - 2\,\text{ind.}\,\Pi 27 - \text{ind.}\,2 \\ \quad \equiv 27 - 2.40 - 57 \equiv -2 \equiv 106, \end{array}\right\} \text{mod. } 108,$$

d'où

$$x \equiv 106 \equiv -3, \quad \text{mod. } 109,$$

on a donc

$$109 = 3^2 + 4.5^2$$

Jacobi a prouvé que, pour $p = 3\varpi + 1$, l'équation

$$4p = x^2 + 27y^2,$$

qui n'a qu'une solution, donne

$$-x \equiv \frac{(\varpi+1)(\varpi+2)\ldots 2\varpi}{1\ .\ 2\ .\ .\ .\ \varpi} = \frac{\Pi . 2\varpi}{(\Pi\varpi)^2}, \quad \text{mod.}\ p.$$

Pour $p = 109$, $\varpi = 36$, l'indice de $-x$ est 57, et le nombre correspondant est 2, donc

$$4.109 = 2^2 + 27.4^2, \quad \text{ou } 109 = 1^2 + 27.2^2.$$

— Il y a d'autres équations donnant des solutions analogues, ainsi que l'a montré Cauchy, dans son *Mémoire sur la Théorie des Nombres,* 1830.

§ V.

ABRÉVIATION DES TABLES AU MOYEN DE LA RÉDUCTION DES FRACTIONS ORDINAIRES EN FRACTIONS DÉCIMALES PÉRIODIQUES.

14. Gauss, dans les *Disquisitiones arithmeticæ,* abrège la table qui donne les indices des nombres, en n'y insérant que les indices des nombres premiers, qui conduisent aux indices des nombres composés au moyen de la formule

$$\text{ind.}\,(abc\ldots) \equiv \text{ind.}\,a + \text{ind.}\,b + \text{ind.}\,c + \ldots, \ \text{mod.}\,(p-1).$$

Voici un extrait de la table I de ses *Disquisitiones :*

(A)

MOD.	RAC. PR.	NOMBRES. 2, 3, 5, 7, 11; 13, 17, 19, 23, 29.
29	10	11, 27, 18, 20, 23; 2, 7, 15, 24.
31	17	12, 13, 20, 4, 29; 23, 1, 22, 21, 27.

Pour 29, la racine primitive est 10, qui appartient à l'exposant 28.

Pour 31, 10 appartient à l'exposant $15 = \frac{30}{2}$. On a pris pour racine primitive 17, qui donne $17^2 \equiv 10$, mod. 31.

Gauss ne donne pas une seconde table pour déterminer les nombres qui correspondent à des indices donnés, mais il montre (6e section, n° 316) comment la table pour la réduction des fractions ordinaires en fractions décimales périodiques peut faire connaître ces nombres. Cette même table peut aussi faire trouver les indices des nombres donnés, ainsi qu'on va le voir.

15. Si l'on réduit la fraction ordinaire $\frac{1}{p}$ en fraction décimale périodique, quand on suppose p premier, le nombre 10 appartenant à l'exposant e, la période de la fraction décimale, valeur de $\frac{1}{p}$, aura e chiffres. Soit donc

$$\frac{1}{p} = 0,(abc\ldots lm),$$

les e lettres entre parenthèses indiquant les e chiffres de la période, on tire de là

$$\frac{10}{p} = a,(bc\ldots lma),$$
$$\frac{100}{p} = ab,(c\ldots lmab),$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\frac{10^{e-1}}{p} = abc\ldots l,(mabc\ldots l),$$

de sorte que, si l'on indique par

$$s_1,\quad s_2,\quad s_3,\ \ldots,\ s_{e-1},$$

les restes des nombres

$$10,\ 100,\ 1000,\ \ldots,\ 10^{e-1},$$

divisés par p, on aura les e fractions

$$(a)\quad \begin{cases} \dfrac{1}{p} = 0,(abc\ldots lm), \\ \dfrac{s_1}{p} = 0,(bc\ldots lma), \\ \dfrac{s_2}{p} = 0,(c\ldots mab), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \dfrac{s_{e-1}}{p} = 0,(mab\ldots l). \end{cases}$$

Ainsi, la fraction $\frac{1}{p}$, réduite en fraction décimale périodique, en donne réellement e, $\frac{1}{p}$ comprise.

Si l'on pose $p - 1 = ef$, il est facile de reconnaître que f fractions ordinaires convenablement choisies,

$$\frac{1}{p},\quad \frac{n_1}{p},\quad \frac{n_2}{p},\ldots,\quad \frac{n_{f-1}}{p},$$

donneront, par une simple transposition, comme pour $\frac{1}{p}$, la valeur de toute fraction $\frac{m}{p}$, dont le numérateur est quelconque, mais inférieur à p.

Soit, en effet, n un nombre non compris dans la suite

$$s_1,\quad s_2,\quad \ldots,\quad s_{e-1};$$

il est bon de le prendre le plus petit possible. La multiplication donnera très promptement la fraction $\frac{n}{p}$ réduite en fraction décimale périodique. La période aura e chiffres, puisque $n\,(10^e - 1)$ est divisible par p. Cette période est nécessairement différente de celles des fractions (a), et, si l'on fait

$$\frac{n}{p} = 0,(\alpha\beta\gamma\ldots\lambda\mu),$$

on en déduira semblablement les périodes des fractions

$$\frac{n}{p},\quad \frac{n'}{p},\quad \frac{n''}{p},\quad \ldots,\quad \frac{n^{(e-1)}}{p},$$

en représentant par

$$n' \ , \ n'' \ , \ \ldots , \ n^{(e-1)}$$

les restes de

$$10n \ , \ 100n \ , \ldots , \ 10^{e-1}n$$

divisés par p.

Si $f = 2$, on aura ainsi toutes les fractions $\frac{m}{p}$, pour lesquelles $m < p$. Pour $f = 3$, il faudrait calculer semblablement une troisième fraction $\frac{k}{p}$, différente des précédentes, et qui, par la transposition des chiffres de la période, en fournirait e. En continuant de la même manière, on aurait f fractions.

$$(b) \qquad \frac{1}{p} \ , \quad \frac{n_1}{p} \ , \quad \frac{n_2}{p} \ , \quad \frac{n_3}{p} \ , \ldots , \quad \frac{n_{f-1}}{p},$$

qui, par une simple transposition, donneraient la valeur de toute fraction $\frac{m}{p}$, en supposant $m < p$.

16. Il y a un moyen de déterminer les nombres

$$n_1 \ , \quad n_2 \ , \quad n_3 \ , \quad \ldots , \quad n_{f-1} \ ,$$

de telle sorte que la table donnant les périodes des fractions (b) puisse, dans bien des cas, remplacer le *Canon arithmeticus*. Il faut, pour cela, en représentant par e l'exposant auquel 10 appartient, et posant

$$p - 1 = ef,$$

résoudre la congruence

$$x^f \equiv 10 \ , \ \text{mod.}\ p.$$

Parmi les f racines, il y en a toujours une ou plusieurs qui sont des racines primitives. Il suffit de prendre pour n_1 une de ces racines. Gauss prend la plus petite : on pourrait prendre celle qui se présente la première. Ayant trouvé $n_1 = r$, les nombres

$$n_2 \ , \quad n_3 \ , \ldots , \ n_{f-1}$$

seront les restes

$$r_2 \ , \quad r_3 \ , \ldots , \ r_{f-1}$$

de

$$r^2\ , \quad r^3\ , \ldots ,\ r^{f-1},$$

divisés par p.

On voit de suite que les périodes des f fractions

$$(c) \qquad \frac{1}{p},\ \frac{r_1}{p},\ \frac{r_2}{p},\ \ldots,\ \frac{r_{f-1}}{p},$$

sont nécessairement inégales.

Quant à la formation des fractions (c), elle se tire comme il suit de celle des fractions (b). Pour avoir $\frac{r_i}{p}$, en supposant, par exemple, que p ait 3 chiffres, on cherchera par la division les 3 premières décimales du quotient

$$\frac{r_i}{p} = 0, \alpha\beta\gamma \ldots ;$$

puis, parmi les fractions (b), on cherchera celle dont la période renferme les trois chiffres consécutifs

$$\alpha\,\beta\,\gamma.$$

Soit

$$\frac{n_k}{p} = 0, (ab \ldots f\,\alpha\beta\gamma \ldots h).$$

On prendra

$$\frac{r_i}{p} = 0, (\alpha\beta\gamma \ldots ha \ldots . f).$$

Le calcul des racines primitives qui satisfont à la congruence

$$x^f \equiv 10\ , \text{mod. } p,$$

a été exposé dans le n° 11.

Ce qui précède s'applique au module p^n, puissance de nombre premier : dans ce cas, on a

$$f = \frac{p^{n-1}(p-1)}{e}.$$

Des exemples vont montrer comment la table renfermant les périodes des fractions (c) peut remplacer le *Canon arithmeticus*.

17. Pour plus de simplicité, soient les petits modules 29, 31.

Pour le premier, on prendra 10 pour racine primitive; pour le second, on prendra 17 pour racine primitive. Dans ce cas, 10 appartient à l'exposant 15; la racine qui donne à 10 l'exposant minimum $2 = \frac{30}{15}$ est 17.

Voici la table pour la réduction des fractions ordinaires $\frac{n}{29}, \frac{n}{31}$ en fractions décimales périodiques (Table III des *Disquisitiones*).

$$
(\mathrm{B})\left\{
\begin{array}{l}
29\ldots\frac{1}{29} = 0,\ (03448\ \ 27586\ \ 206\overset{*}{8}9\ \ 65517\ \ 24137\ \ 931).\ (0)\ . \\
31\ldots\frac{1}{31} = 0,\ (03225\ \ 80\overset{*}{6}45\ \ 16129).\quad (0) \\
\qquad\ \ \frac{17}{31} = 0,\ (54838\ \ 709\dot{6}7\ \ 74193).\quad (1)
\end{array}
\right.
$$

Il est à remarquer que la période (comprise entre parenthèses) de la fraction $\frac{1}{29}$ a un nombre pair $= 2.14$ de chiffres. Les 14 derniers sont les compléments à 9 des 14 premiers.

Pour $\frac{1}{31}, \frac{17}{31}$, les périodes ont un nombre impair de chiffres $15 = 2.7 + 1$. La période (0) fait connaître la période (1); il suffit, pour avoir la période (1), de prendre les compléments à 9 des chiffres de la période (0); puis on transposera les $8 = 7 + 1$ premiers chiffres, c'est-à-dire qu'on les placera à la droite des 7 derniers. La période (1) étant ainsi formée, la racine 17 se trouve immédiatement. On pose $\frac{r}{31} = 0{,}54\ldots$, d'où l'on tire $r = 16{,}74\ldots$ ou plutôt $r = 17$, en remplaçant $0{,}54\ldots$ par la valeur exacte.

Les 3 fractions décimales périodiques (B) suffisent pour trouver toute autre fraction décimale périodique $\frac{n}{29}, \frac{n}{31}$.

Voici des exemples :

1° Trouver la valeur de $\frac{17}{29}$ en fraction décimale périodique.

Solution. On calcule les deux premières décimales $\frac{17}{29} = 0,58\ldots$; on cherche les deux chiffres consécutifs 58 dans la période de $\frac{1}{29}$: ce sont les 8[e] et 9[e]. En transposant les 7 décimales précédentes, on a

$$\frac{17}{29} = 0,\ (58620\ \ 68965\ \ 51724\ \ 13793\ \ 10322\ \ 580).$$

2° Trouver la valeur de $\frac{18}{31}$ en fraction décimale périodique.

Solution. $\frac{18}{31} = 0,58...$ Il suffit de transposer les 4 premières décimales de la période de $\frac{1}{31}$.

3° Trouver la valeur de $\frac{15}{31}$ en fraction décimale périodique.

Solution. $\frac{15}{31} = 0,48...$ Il suffit de transposer la première décimale de la période de $\frac{17}{31}$

La démonstration est une conséquence immédiate de ce qui précède.

18. PROBLÈME. *Trouver le nombre qui répond à l'indice* 23, *pour le module* 29 *et la racine primitive* 10.

Solution. Les chiffres qui suivent les 23 premiers de la période de $\frac{1}{29}$ sont 37. Si l'on pose $\frac{x}{29} = 0,37...$, il en résulte $x = 10,73...$, on prend 11 en raison des décimales qui ont été omises. La petite table du n° 13 donne en effet 23 pour l'indice de 11.

PROBLÈME. *Pour le module* 29 *et la racine primitive* 10, *trouver l'indice du nombre* 25.

Solution. On a $\frac{25}{29} = 0,86....$ Comme dans la période de $\frac{1}{29}$ les chiffres consécutifs 86 sont précédés de 8 décimales, l'indice est 8; c'est, en effet, ce qui résulte de la petite table (A) du n° 13. L'indice de 5 est 18, l'indice de $25 = 5^2$ sera $2.18 - 28 = 8$.

19. PROBLÈME. *Pour le module* 31 *et la racine primitive* 17, *trouver les nombres qui correspondent aux indices* $2k + 0$, $2k + 1$.

Solution. On prend les deux chiffres (parce que 31 a deux chiffres) qui suivent les k premières décimales de la période (0) ou (1) de la table (B), n° 16; on les multiplie par 31, on divise par 100, et l'on remplace la fraction par l'unité : on a le nombre cherché.

Exemples. Soit l'indice $22 = 2.11 + 0$; les 11 premiers chiffres de la période (0) sont suivis de 61, posant $\frac{x}{31} = 0,61...$, il en résulte $x = 19$, comme par la table (A).

Soit l'indice $27 = 2.13 + 1$: dans la période (1) les 13 premières décimales sont suivies des chiffres 93; posant $\frac{x}{31} = 0,93\ldots$, il en résulte $x = 29$, comme cela résulte de la table (A).

On opère semblablement, quel que soit le nombre des périodes, nombre toujours égal à f.

Problème. *Trouver l'indice du nombre a pour le module* 31 *et la racine primitive* 17.

Solution. On pose $\frac{a}{31} = 0,\alpha\beta$ (on prend autant de décimales qu'il y a de chiffres au dénominateur) ; on cherche les chiffres consécutifs $\alpha\beta$ dans une des périodes. Dans le cas présent, c'est (0) ou (1). Si $\alpha\beta$ se trouve dans la période (0) précédé de ν décimales, l'indice est 2ν. Ce serait $2\nu + 1$, si $\alpha\beta$ se trouvaient dans la période (1).

Exemples. 1° Soit le nombre 15; on a $\frac{15}{31} = 0,48\ldots$; 48 est dans la période (1); on a $\nu = 1$; l'indice sera $2.1 + 1 = 3$, comme on le voit encore par la table (A).

2° Soit le nombre 19 : on a $\frac{19}{31} = 0,61\ldots$ Le nombre 61 se trouve dans la période (0), précédé de 11 chiffres, l'indice est $2.11 = 22$, comme le montre la table (A).

On opère de même, quel que soit le nombre des périodes, ou $f = \frac{p^{n-1}(p-1)}{e}$, 10 appartenant à l'exposant e.

20. Dans le second volume des *Œuvres complètes* de Gauss (1863), la table pour la réduction des fractions ordinaires en fractions décimales périodiques est continuée jusqu'aux fractions de dénominateur < 467. Au-delà, il n'y a plus qu'une seule fraction $\frac{1}{p^n}$ $\left(\text{ou } \frac{10}{p^n}, \frac{100}{p^n}\right)$; la table a 23 pages. En la complétant jusqu'à 1000, ainsi que Gauss le promettait dans le n° 316 de ses *Disquisitiones,* elle aurait 30 et quelques pages in-4°. Si on voulait s'en servir au lieu du *Canon arithmeticus,* il faudrait y joindre les tables pour les modules 2^n, $5^n < 1000$. L'étendue ne serait qu'environ le sixième de celle du *Canon,* qui contient deux tables, où les nombres et les indices ont généralement 3 chiffres, ou occupent la place de 3 chiffres. L'usage en serait

certainement moins simple, mais il ne serait pas pénible pour la résolution des congruences.

Voici un exemple pour le module 53 :

$$\left\{\begin{array}{l}(0)\,\frac{1}{53} = 0,(01886\ 79245\ 283),\ (1)\frac{26}{53} = 0,(49056\ 60377\ 358),\\ (2)\,\frac{40}{53} = 0,(75471\ 69811\ 320),\ (3)\frac{33}{53} = 0,(62264\ 15094\ 339),\\ 1,\ \ 26,\ \ 26^2 \equiv 40,\ \ 26^3 \equiv 33,\ \ 26^4 \equiv 10,\ \ \text{mod.}\,53,\end{array}\right.$$

Application. Résoudre $x^2 \equiv 38$, mod. 53.

Solution. On a $\frac{38}{53} = 0{,}71\ldots$ D'après la période (2), l'indice de 38 sera $4.3 + 2 = 14$, de sorte que l'équation

$$2\ \text{ind.}\ x = \text{ind.}\ 38 + 52y,\ \text{ou ind.}\ x = 7 + 26y$$

donnera 7 et 33 pour valeurs de ind. x. A l'indice $7 = 4.1 + 3$ répond 12 qui provient du produit $53 \times 0{,}22\ldots$, le facteur 0,22 se tirant de la période (3) par la transposition du premier chiffre. A l'indice $33 = 4.8 + 1$ répond le nombre $41 = 53 - 12$, comme on le savait déjà.

On voit que, outre une multiplication et une division, on doit chercher plusieurs chiffres consécutifs (trois quand le module tombe entre 100 et 1000) dans une suite de $p^{n-1}(p-1)$ chiffres, ce qui se fait assez rapidement, mais cependant exige une certaine attention.

§ VI.

21. Il suffira d'ajouter ici quelques mots relativement à la Table III, prolongation de la troisième Table des *Disquisitiones arithmeticæ*.

Le nombre N représente p^n, p étant un nombre premier autre que 2 et 5. Le nombre r est la moindre des racines primitives qui satisfont à la congruence

$$x^f \equiv 10\ ,\ \ \text{mod.}\ p^n.$$

On suppose que 10 appartient à l'exposant e, et que l'on a

$$p^{n-1}(p-1) = ef.$$

Ces racines r ont été calculées par Gauss (voyez le 2e volume de ses *Œuvres*, p. 420).

On forme les f premiers termes de la période r, savoir :

$$1, r_1, r_2, r_3, \ldots, r_{f-1},$$

le nombre r_i étant le reste de r^i divisé par p^n. (On a $r_1 = r$).

Les notations (i), c'est-à-dire

$$(0), (1), (2), \ldots, (f-1)$$

représentent les fractions ordinaires

$$\frac{1}{p^n}, \frac{r_1}{p^n}, \frac{r_2}{p^n}, \ldots, \frac{r_{f-1}}{p^n}.$$

Les chiffres placés à la droite de (i) sont au nombre de e; ils forment la période de la fraction $\frac{r_i}{p^n}$ réduite en fraction décimale périodique. Cette période est partagée en groupes de 10 chiffres.

Pour le module 53, qui donne $r = 26$, $r^2 \equiv 40$, mod. 53,

(2) 7547169811 321

revient à

$$\frac{40}{53} = 0{,}7547169811\ 321 \ldots\ldots$$

Ainsi qu'on l'a vu plus haut, les f fractions

$$(0), (1), \ldots, (f-1)$$

suffisent pour réduire toute autre fraction de la forme $\frac{a}{p^n}$ en fraction décimale périodique. Pour une fraction telle que

$$\frac{m}{p^a q^b r^c \ldots},$$

où $p, q, r, \ldots$ sont des nombres premiers différents, il faudrait, opérer d'abord la décomposition de cette fraction sous la forme

$$\frac{m}{p^a q^b r^c \ldots} = \frac{\alpha}{p^a} + \frac{\beta}{q^b} + \frac{\gamma}{r^c} + \ldots \pm \lambda,$$

$\alpha, \beta, \gamma, \ldots, \lambda$ étant des entiers positifs. Voyez à ce sujet la 6e section des *Disquisitiones* (*).

22. Voici trois problèmes principaux résolus au moyen de la Table III, le module p^n étant supposé avoir k chiffres.

PROBLÈME I. *Réduire* $\frac{m}{p^n}$ *en fraction décimale périodique.*

Solution. Ayant trouvé par la division

$$\frac{m}{p} = 0, \alpha\beta \ldots \theta,$$

les décimales $\alpha, \beta, \ldots, \theta$ étant au nombre de k, on cherchera celle des f périodes qui contient les chiffres consécutifs

$$\alpha\beta \ldots \theta.$$

Si l'on trouve

$$(i) \qquad ab \ldots g\alpha\beta \ldots \theta \ldots hj,$$

(*) Les numérateurs $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ sont les racines (positives et moindres que les modules) des congruences

$$\frac{n}{p^a} \alpha \equiv m, \text{ mod. } p^a,$$

$$\frac{n}{q^b} \beta \equiv m, \text{ mod. } q^b,$$

$$\frac{n}{r^c} \gamma \equiv m, \text{ mod. } r^c,$$

$$\text{etc.} \ldots,$$

en désignant par n le dénominateur $p^a q^b r^c \ldots$.

il suffira de transposer les chiffres $a\,b \ldots f$, et la période cherchée sera

$$\alpha\,\beta \ldots \theta\; hjab \ldots g. .$$

Problème II. *Pour le module p^n et la racine primitive r, trouver l'indice μ du nombre m.*

Solution. Si l'on a trouvé par la division

$$\frac{m}{p^n} = 0,\alpha\,\beta \ldots \theta,$$

et que les k chiffres consécutifs $\alpha, \beta, \ldots, \theta$ se trouvent dans la période de la fraction (i), précédés de h chiffres, l'indice μ sera donné par l'équation

$$\mu = f.h + i.$$

Problème III. *Pour le module p^n et la racine primitive r, trouver le nombre m, répondant à l'indice μ.*

Solution. Mettez l'indice μ sous la forme

$$\mu = f.h + i,$$

le nombre i étant positif et inférieur à f. Puis, dans la période de (i), prenez les k chiffres consécutifs

$$\alpha\,\beta, \ldots \theta,$$

qui suivent les h premiers chiffres. Faites le produit

$$p^n \times 0,\alpha\,\beta \ldots \theta;$$

ce produit sera formé d'un entier l et d'une fraction décimale. En remplaçant cette fraction décimale par l'unité, le nombre cherché sera donné par l'équation

$$m = l + 1.$$

23. Aux exemples donnés plus haut, nous joindrons le suivant.

Résoudre la congruence

$$x^3 \equiv 41, \text{ mod. } 151.$$

On a, comme il a été démontré,

$$3 \text{ ind. } x - \text{ind. } 41 = 150\, y;$$

puis

$$\frac{41}{151} = 0,271\ldots.$$

Les 3 chiffres consécutifs 271 se trouvent, dans la période (1), précédés de 55 chiffres. Comme il y a deux fractions (0), (1), l'indice de 41 sera

$$2.55 + 1 = 111 = 3.37.$$

La congruence est possible, et l'on a

$$\text{ind. } x = 37 + 50\, y,$$

ce qui donne

$$\text{ind. } x = 37,\ 87,\ 137.$$

La première valeur 37, mise sous la forme 2.18 + 1, montre que si, dans la période de (1), on prend les trois chiffres qui suivent les 18 premiers, le produit

$$151 \times 0,046 = 6,946$$

donnera

$$x = 7, \qquad 7^3 \equiv 41, \text{ mod. } 151.$$

De même

$$87 = 2.43 + 1$$

donnera

$$151 \times 0,483 = 72,933,$$

et

$$x = 73,\ 73^3 \equiv 41, \text{ mod. } 151.$$

De même encore

$$137 = 2.68 + 1$$

donnera

$$151 \times 0,470 = 70,770,$$

et

$$x = 71,\ 71^3 \equiv 41, \text{ mod. } 151.$$

La somme des trois racines trouvées est 151. On savait, en effet, que le terme en x^2 ayant zéro pour coefficient dans la congruence proposée, la somme des racines devait être multiple du module. On aurait pu, d'après cela, déduire la troisième racine des deux premières,

$$71 = 151 - 7 - 73.$$

TABLES ARITHMÉTIQUES.

TABLE I : *Nombres qui correspondent aux indices et indices qui correspondent aux nombres.*

TABLE II, *pour le calcul des sommes d'indices.*

TABLE III, *pour la réduction des fractions ordinaires en fractions décimales.*

NOMBRES. **INDICES.**

Mod.	Ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8
5	0		2	4	3	1						0		4	1	3	2				
7	0		5	4	6	2	3	1				0		6	4	5	2	1	3		
8	0		3	1								0		1	.	2	.	—	.	—	
9	0		2	4	8	7	5	1				0		6	1	—	2	5	—	4	3
11	0		2	4	8	5	10	9	7	3	6	0		10	1	8	2	4	9	7	3
2.5	1	1										1	5								
13	0		2	4	8	3	6	12	11	9	5	0		12	1	4	2	9	5	11	3
$2^2.3$	1	10	7	1								1	10	7	6						
16	0		3	9	11	1						0		4	.	1	.	—	.	—	.
$(=2^4)$												1	.	3	.	—	.	—			
17	0		3	9	10	13	5	15	11	16	14	0		16	14	1	12	5	15	11	10
2^4	1	8	7	4	12	2	6	1				1	3	7	13	4	9	6	8		
19	0		2	4	8	16	13	7	14	9	18	0		18	1	13	2	16	14	6	3
2.3^2	1	17	15	11	3	6	12	5	10	1		1	17	12	15	5	7	11	4	10	9
23	0		21	4	15	16	14	18	10	3	17	0		22	12	8	2	17	20	15	14
2.11	1	12	22	2	19	8	7	9	5	13	20	1	7	21	10	18	5	3	4	9	6
	2	6	11	1								2	19	1	11						
25	0		2	4	8	16	7	14	3	6	12	0		20	1	7	2	—	8	5	3
$(=5^2)$	1	24	23	21	17	9	18	11	22	19	13	1	—	16	9	19	6	—	4	13	15
$2^2.5$	2	1										2	—	12	17	11	10				
27	0		2	4	8	16	5	10	20	13	26	0		18	1	—	2	5	—	16	3
$(=3^3)$	1	25	23	19	11	22	17	7	14	1		1	6	13	—	8	17	—	4	15	—
2.3^2												2	7	—	14	11	—	10	9		
29	0		2	4	8	16	3	6	12	24	19	0		28	1	5	2	22	6	12	3
$2^2.7$	1	9	18	7	14	28	27	25	21	13	26	1	23	25	7	18	13	27	4	21	11
	2	23	17	5	10	20	11	22	15	1		2	24	17	26	20	8	16	19	15	14
31	0		3	9	27	19	26	16	17	20	29	0		30	24	1	18	20	25	28	12
2.3.5	1	25	13	8	24	10	30	28	22	4	12	1	14	23	19	11	22	21	6	7	26
	2	5	15	14	11	2	6	18	23	7	21	2	8	29	17	27	13	10	5	3	16
	3	1										3	15								
32	0		3	9	27	17	19	25	11	1		0		8	.	1	.	—	.	—	.
$(=2^5)$												1	.	7	.	—	.	—	.	4	.
												2	.	—	.	—	.	6	.	3	.
												3	.	—							
37	0		2	4	8	16	32	27	17	34	31	0		36	1	26	2	23	27	32	3
$2^2.3^2$	1	25	13	26	15	30	23	9	18	36	35	1	24	30	28	11	33	13	4	7	17
	2	33	29	21	5	10	20	3	6	12	24	2	25	22	31	15	29	10	12	6	34
	3	11	22	7	14	28	19	1				3	14	9	5	20	8	19	18		
41	0		6	36	11	25	27	39	29	10	19	0		40	26	15	12	22	1	39	38
$2^3.5$	1	32	28	4	24	21	3	18	26	33	34	1	8	3	27	31	25	37	24	33	16
	2	40	35	5	30	16	14	2	12	31	22	2	34	14	29	36	13	4	17	5	11
	3	9	13	37	17	20	38	23	15	8	7	3	23	28	10	18	19	21	2	32	35
	4	1										4	20								
Mod.	Ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8

NOMBRES. INDICES.

Mod.	Ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0		3	9	27	38	28	41	37	25	32	0		42	27	1	12	25	28	35	39	2
43	1	10	30	4	12	36	22	23	26	35	19	1	10	30	13	32	20	26	24	38	29	19
2.3.7	2	14	42	40	34	16	5	15	2	6	18	2	37	36	15	16	40	8	17	3	5	41
	3	11	33	13	39	31	7	21	20	17	8	3	11	34	9	31	23	18	14	7	4	33
	4	24	29	1								4	22	6	21							
	0		45	4	39	16	15	17	13	21	5	0		46	24	42	2	9	20	12	26	38
47	1	37	20	7	33	28	38	18	11	25	44	1	33	17	44	7	36	5	4	6	16	37
2.23	2	6	35	24	46	2	43	8	31	32	30	2	11	8	41	45	22	18	31	34	14	39
	3	34	26	42	10	27	40	14	19	9	29	3	29	27	28	13	30	21	40	10	15	3
	4	36	22	3	41	12	23	1				4	35	43	32	25	19	1	23			
49	0		3	9	27	32	47	43	31	44	34	0		42	26	1	10	29	27	—	36	2
$(=7^2)$	1	4	12	36	10	30	41	25	26	29	38	1	13	40	11	33	—	30	20	25	28	35
	2	16	48	46	40	22	17	2	6	18	5	2	39	—	24	38	37	16	17	3	—	18
2.3.7	3	15	45	37	13	39	19	8	24	23	20	3	14	7	4	41	9	—	12	32	19	34
	4	11	33	1								4	23	15	—	6	8	31	22	5	21	
	0		2	4	8	16	32	11	22	44	35	0		52	1	17	2	47	18	14	3	34
	1	17	34	15	30	7	14	28	3	6	12	1	48	6	19	24	15	12	4	10	35	37
53	2	24	48	43	33	13	26	52	51	49	45	2	49	31	7	39	20	42	25	51	16	46
$2^2.13$	3	37	21	42	31	9	18	36	19	38	23	3	13	33	5	23	11	9	36	30	38	41
	4	46	39	25	50	47	41	29	5	10	20	4	50	45	32	22	8	29	40	44	21	28
	5	40	27	1								5	43	27	26							
	0		2	4	8	16	32	5	10	20	40	0		58	1	50	2	6	51	18	3	42
	1	21	42	25	50	41	23	46	33	7	14	1	7	25	52	45	19	56	4	40	43	38
59	2	28	56	53	47	35	11	22	44	29	58	2	8	10	26	15	53	12	46	34	20	28
2.29	3	57	55	51	43	27	54	49	39	19	38	3	57	49	5	17	41	24	44	55	39	37
	4	17	34	9	18	36	13	26	52	45	31	4	9	14	11	33	27	48	16	23	54	36
	5	3	6	12	24	48	37	15	30	1		5	13	32	47	22	35	31	21	30	29	
	0		2	4	8	16	32	3	6	12	24	0		60	1	6	2	22	7	49	3	12
	1	48	35	9	18	36	11	22	44	27	54	1	23	15	8	40	50	28	4	47	13	26
61	2	47	33	5	10	20	40	19	38	15	30	2	24	55	16	57	9	44	41	18	51	35
$2^2.3.5$	3	60	59	57	53	45	29	58	55	49	37	3	29	59	5	21	48	11	14	39	27	46
	4	13	26	52	43	25	50	39	17	34	7	4	25	54	56	43	17	34	58	20	10	38
	5	14	28	56	51	41	21	42	23	46	31	5	45	53	42	33	19	37	52	32	36	31
	6	1										6	30									
	0		3	9	27	17	51	25	11	33	35	0		16	.	1	.	—	.	—	.	2
	1	41	59	49	19	57	43	1				1	.	7	.	—	.	—	.	4	.	13
64												2	.	—	.	—	.	6	.	3	.	—
$(=2^6)$												3	.	—	.	18	.	9	.	—	.	—
												4	.	10	.	5	.	—	.	—	.	12
												5	.	5	.	—	.	—	.	14	.	11
												6	.	—	.	—						
	0		2	4	8	16	32	64	61	55	43	0		66	1	39	2	15	40	23	3	12
	1	19	38	9	18	36	5	10	20	40	13	1	16	59	41	19	24	54	4	64	13	10
67	2	26	52	37	7	14	28	56	45	23	46	2	17	62	60	28	42	30	20	51	25	44
2.3.11	3	25	50	33	66	65	63	59	51	35	3	3	55	47	5	32	65	38	14	22	11	58
	4	6	12	24	48	29	58	49	31	62	57	4	18	53	63	9	61	27	29	50	43	46
	5	47	27	54	41	15	30	60	53	39	11	5	31	37	21	57	52	8	26	49	45	36
	6	22	44	21	42	17	34	1				6	56	7	48	35	6	34	33			
	0		69	4	63	16	39	64	14	43	56	0		70	36	16	2	28	52	41	38	32
	1	30	11	49	44	54	34	3	65	12	47	1	64	11	18	59	7	44	4	49	68	26
71	2	48	46	50	42	58	26	19	33	5	61	2	30	57	47	55	54	56	25	48	43	58
	3	20	31	9	53	36	70	2	67	8	55	3	10	31	40	27	15	69	34	50	62	5
2.5.7	4	32	7	57	28	15	41	60	22	27	17	4	66	45	23	8	13	60	21	19	20	12
	5	37	68	6	59	24	23	25	21	29	13	5	22	65	61	33	14	39	9	42	24	53
	6	45	52	38	66	10	51	40	62	18	35	6	46	29	67	3	6	17	63	37	51	1
	7	1										7	35									
Mod.	Ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

		NOMBRES.											INDICES.									
Mod.	Ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
73	0		5	25	52	41	59	3	15	2	10	0		72	8	6	16	1	14	33	24	12
$2^3.3^2$	1	50	31	9	45	6	30	4	20	27	62	1	9	55	22	59	41	7	32	21	20	62
	2	18	17	12	60	8	40	54	51	36	34	2	17	39	63	46	30	2	67	18	49	35
	3	24	47	16	7	35	29	72	68	48	21	3	15	11	40	61	29	34	28	64	70	65
	4	32	14	70	58	71	63	23	42	64	28	4	25	4	47	51	71	13	54	31	38	66
	5	67	43	69	53	46	11	55	56	61	13	5	10	27	3	53	26	56	57	68	43	5
	6	65	33	19	22	37	39	49	26	57	66	6	23	58	19	45	48	60	69	50	37	52
	7	38	44	1								7	42	44	36							
79	0		77	4	71	16	47	64	30	19	41	0		78	40	49	2	74	11	23	42	20
2.3.13	1	76	6	67	24	31	17	45	68	22	35	1	36	56	51	28	63	45	4	15	60	8
	2	9	61	36	7	65	28	23	33	13	53	2	76	72	18	26	13	70	68	69	25	71
	3	52	54	50	58	42	74	10	59	40	78	3	7	14	44	27	55	19	22	73	48	77
	4	2	75	8	63	32	15	49	60	38	3	4	38	9	34	61	58	16	66	5	53	46
	5	73	12	55	48	62	34	11	57	44	70	5	32	64	30	29	31	52	65	57	33	37
	6	18	43	72	14	51	56	46	66	26	27	6	47	21	54	43	6	24	67	12	17	75
	7	25	29	21	37	5	69	20	39	1		7	59	3	62	50	35	41	10	1	39	
81	0		2	4	8	16	32	64	47	13	26	0		54	1	—	2	23	—	16	3	—
(=3^4)	1	52	23	46	11	22	44	7	14	28	56	1	24	13	—	8	17	—	4	33	—	48
$3^3.2$.	2	31	62	43	5	10	20	40	80	79	77	2	25	—	14	11	—	46	9	—	18	37
	3	73	65	49	17	34	68	55	29	58	35	3	—	20	5	—	34	39	—	42	49	—
	4	70	59	37	74	67	53	25	50	19	38	4	26	53	—	22	15	—	12	7	—	32
	5	76	71	61	41	1						5	47	—	10	45	—	36	19	—	38	41
												6	—	52	21	—	6	31	—	44	35	—
												7	40	51	—	30	43	—	50	29	—	28
												8	27									
83	0		2	4	8	16	32	64	45	7	14	0		82	1	72	2	27	73	8	3	62
2.41	1	28	56	29	58	33	66	49	15	30	60	1	28	24	74	77	9	17	4	56	63	47
	2	37	74	65	47	11	22	44	5	10	20	2	29	80	25	60	75	54	78	52	10	12
	3	40	80	77	71	59	35	70	57	31	62	3	18	38	5	14	57	35	64	20	48	67
	4	41	82	81	79	75	67	51	19	38	76	4	80	40	81	71	26	7	61	23	76	16
	5	69	55	27	54	25	50	17	34	68	53	5	55	46	79	59	53	51	11	37	13	34
	6	23	46	9	18	36	72	61	39	78	73	6	19	66	39	70	6	22	15	45	58	50
	7	63	43	3	6	12	24	48	13	26	52	7	36	33	65	69	21	44	49	32	68	43
	8	21	42	1								8	31	42	41							
89	0		3	9	27	81	65	17	51	64	14	0		88	16	1	32	70	17	81	48	2
$2^3.11$	1	42	37	22	66	20	60	2	6	18	54	1	86	84	33	23	9	71	64	6	18	35
	2	73	41	34	13	39	28	84	74	44	43	2	14	82	12	57	49	52	39	3	25	59
	3	40	31	4	12	36	19	57	82	68	26	3	87	31	80	85	22	63	34	11	51	24
	4	78	56	79	59	88	86	80	62	8	24	4	30	21	10	29	28	72	73	54	65	74
	5	72	38	25	75	47	52	67	23	69	29	5	68	7	55	78	19	66	41	36	75	43
	6	87	83	71	35	16	48	55	76	50	61	6	15	69	47	88	8	5	13	56	38	58
	7	5	15	45	46	49	58	85	77	53	70	7	79	62	50	20	27	53	67	77	40	42
	8	32	7	21	63	11	33	10	30	1		8	46	4	37	61	26	76	45	60	44	
97	0		5	25	28	43	21	8	40	6	30	0		96	34	70	68	1	8	31	6	44
$2^5.3$	1	53	71	64	29	48	46	36	83	27	38	1	35	86	42	25	65	71	40	89	78	81
	2	93	77	94	82	22	13	65	34	73	74	2	69	5	24	77	76	2	59	18	3	13
	3	79	7	35	78	2	10	50	56	86	42	3	9	46	74	60	27	32	16	91	19	95
	4	16	80	12	60	9	45	31	58	96	92	4	7	85	39	4	58	45	15	84	14	62
	5	72	69	54	76	89	57	91	67	44	26	5	36	63	93	10	52	87	37	55	47	67
	6	33	68	49	51	61	14	70	59	4	20	6	43	64	80	75	12	26	94	57	61	51
	7	3	15	75	84	32	63	24	23	18	90	7	66	11	50	28	29	72	53	21	33	30
	8	62	19	95	87	47	41	11	55	81	17	8	41	88	23	17	73	90	38	83	92	54
	9	85	37	88	52	66	39	1				9	79	56	49	20	22	82	48			
Mod.	Ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

NOMBRES. INDICES.

Mod.	Ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0		2	4	8	16	32	64	27	54	7	0		100	1	69	2	24	70	9	3	38
	1	14	28	56	11	22	44	88	75	49	98	1	25	13	71	66	10	93	4	30	39	96
	2	95	89	77	53	5	10	20	40	80	59	2	26	78	14	86	72	48	67	7	11	91
	3	17	34	68	35	70	39	78	55	9	18	3	94	84	5	82	31	33	40	56	97	85
101	4	36	72	43	86	71	41	82	63	25	50	4	27	45	79	42	15	62	87	58	73	18
$2^2.5^2$	5	100	99	97	93	85	69	37	74	47	94	5	49	99	68	23	8	37	12	65	92	29
	6	87	73	45	90	79	57	13	26	52	3	6	95	77	85	47	6	90	83	81	32	55
	7	6	12	24	48	96	91	81	61	21	42	7	34	44	41	61	57	17	98	22	36	64
	8	84	67	33	66	31	62	23	46	92	83	8	28	76	46	89	80	54	43	60	16	21
	9	65	29	58	15	30	60	19	38	76	51	9	63	75	88	53	59	20	74	52	19	51
	10	1										10	50									
	0		101	4	95	16	71	64	78	50	3	0		102	52	9	2	29	61	14	54	18
	1	97	12	79	48	7	89	28	47	9	85	1	81	35	11	48	66	38	4	92	70	76
	2	36	31	41	21	61	84	38	27	49	5	2	31	23	87	84	63	58	100	27	16	46
	3	93	20	63	80	46	11	81	44	15	73	3	90	21	56	44	42	43	20	45	26	57
103	4	60	86	34	35	33	37	29	45	13	77	4	83	22	75	91	37	47	34	17	13	28
2.3.17	5	52	102	2	99	8	87	32	39	25	53	5	8	101	50	59	79	64	68	85	98	88
	6	100	6	91	24	55	96	14	75	56	94	6	40	24	73	32	6	77	96	71	94	93
	7	18	67	72	62	82	42	19	65	76	54	7	95	5	72	39	97	67	78	49	7	12
	8	98	10	83	40	23	57	92	22	59	88	8	33	86	74	82	25	19	41	55	89	15
	9	30	43	17	69	68	70	66	74	58	90	9	99	62	86	30	69	3	65	10	80	53
	10	26	51	1								10	60	1	51							
	0		2	4	8	16	32	64	21	42	84	0		106	1	70	2	47	71	43	3	34
	1	61	15	30	60	13	26	52	104	101	95	1	48	22	72	14	44	11	4	29	35	78
	2	83	59	11	22	44	88	69	31	62	17	2	49	7	23	62	73	94	15	104	45	32
	3	34	68	29	58	9	18	36	72	37	74	3	12	27	5	92	30	90	36	38	79	84
107	4	41	82	57	7	14	28	56	5	10	20	4	50	40	8	59	24	81	63	66	74	86
2.53	5	40	80	53	106	105	103	99	91	75	43	5	95	99	16	52	105	69	46	42	33	21
	6	86	65	23	46	92	77	47	94	81	55	6	13	10	28	77	6	61	93	103	31	26
	7	3	6	12	24	48	96	85	63	19	38	7	91	89	37	83	39	58	80	65	85	98
	8	76	45	90	73	39	78	49	98	89	71	8	51	68	41	20	9	76	60	102	25	88
	9	35	70	33	66	25	50	100	93	79	51	9	82	57	64	97	67	19	75	101	87	56
	10	102	97	87	67	27	54	1				10	96	18	100	35	17	54	53			
	0		6	36	107	97	37	4	24	35	101	0		108	57	52	6	76	1	40	63	104
	1	61	39	16	96	31	77	26	47	64	57	1	25	83	58	67	97	20	12	93	53	75
	2	15	90	104	79	38	10	60	33	89	98	2	82	92	32	33	7	44	16	48	46	34
	3	43	40	22	23	29	65	63	51	88	92	3	77	14	69	27	42	8	2	5	24	11
109	4	7	42	34	95	25	41	28	59	27	53	4	31	45	41	30	89	72	90	17	64	80
$2^2.3^3$	5	100	55	3	18	108	103	73	2	12	72	5	101	37	73	49	105	51	103	19	91	47
	6	105	85	74	8	48	70	93	13	78	32	6	26	10	71	36	18	35	84	95	99	85
	9	83	62	45	52	94	19	5	30	71	99	7	65	78	59	56	62	96	81	15	68	23
	8	49	76	20	11	66	69	87	86	80	44	8	88	100	102	70	98	61	87	86	38	28
	9	46	58	21	17	102	67	75	14	84	68	9	21	107	39	66	74	43	13	4	29	79
	10	81	50	82	56	9	54	106	91	1		10	50	9	94	55	22	60	106	3	54	
	0		3	9	27	81	17	51	40	7	21	0		112	12	1	24	83	13	8	36	2
	1	63	76	2	6	18	54	49	34	102	80	1	95	74	25	22	20	84	48	5	14	99
	2	14	42	13	39	4	12	36	108	98	68	2	107	9	86	41	37	54	34	3	32	89
	3	91	47	28	84	26	78	8	24	72	103	3	96	50	60	75	17	91	26	67	111	23
	4	83	23	69	94	56	55	52	43	16	48	4	7	94	21	47	98	85	53	31	49	16
113	5	81	93	53	46	25	75	112	110	104	86	5	66	6	46	52	15	45	44	100	101	71
$2^4.7$	6	82	96	62	73	106	92	50	37	111	107	6	108	102	62	10	72	105	87	109	29	42
	7	95	59	64	79	11	33	99	71	100	74	7	103	77	38	63	79	55	11	82	35	73
	8	109	101	77	5	15	45	22	66	85	29	8	19	4	106	40	33	88	59	90	110	93
	9	87	35	105	89	41	10	30	90	44	19	9	97	30	65	51	43	70	61	104	28	76
	10	57	58	61	70	97	65	82	20	60	67	10	78	81	18	39	58	92	64	69	27	80
	11	88	38	1								11	57	68	56							
Mod.	Ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

NOMBRES. INDICES.

Mod.	Ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
	0		2	4	8	16	32	64	7	14	28	0		110	1	88	2	74	89	7	3	
	1	56	112	103	85	49	98	75	29	58	116	1	75	—	90	101	8	52	4	49	67	
	2	111	101	81	41	82	43	86	51	102	83	2	76	95	—	70	91	38	102	44	9	
	3	45	90	59	118	115	109	97	73	25	50	3	53	86	5	—	50	81	68	42	84	
121	4	100	79	37	74	27	54	108	95	69	17	4	77	23	96	25	—	30	71	98	92	
	5	34	68	15	30	60	120	119	117	113	105	5	89	27	103	106	45	—	10	61	18	
(-11^2)	6	89	57	114	107	93	65	9	18	36	72	6	54	109	87	73	6	65	—	100	51	
2.5.11	7	23	46	92	63	5	10	20	40	80	39	7	82	94	69	37	43	16	85	—	80	
	8	78	35	70	19	38	76	31	62	3	6	8	78	22	24	29	97	13	26	105	—	
	9	12	24	48	96	71	21	42	84	47	94	9	31	108	72	64	99	47	93	36	15	
	10	67	13	26	52	104	87	53	106	91	61	10	40	21	28	12	104	59	107	63	46	
	11	1										11	—	20	11	58	62	34	19	57	33	
												12	55									
	0		2	4	8	16	32	64	3	6	12	0		100	1	7	2	—	8	85	3	
	1	24	48	96	67	9	18	36	72	19	38	1	—	76	9	39	86	—	4	73	15	
	2	76	27	54	108	91	57	114	103	81	37	2	—	92	77	31	10	—	40	21	87	
	3	74	23	46	92	59	118	111	97	69	13	3	—	48	5	83	74	—	16	29	19	
125	4	26	52	104	83	41	82	39	78	31	62	4	—	44	93	95	78	—	32	97	11	
	5	124	123	121	117	109	93	61	122	119	113	5	—	80	41	67	22	—	88	25	63	
(-5^3)	6	101	77	29	58	116	107	89	53	106	87	6	—	56	49	99	6	—	84	13	75	
$2^2.5^2$	7	49	98	71	17	34	68	11	22	44	88	7	—	72	17	91	30	—	20	61	47	
	8	51	102	79	83	66	7	14	28	56	112	8	—	28	45	43	94	—	96	69	79	
	9	99	73	21	42	84	43	86	47	94	63	9	—	24	33	55	98	—	12	37	71	
	10	1										10	—	60	81	27	42	—	68	65	23	
												11	—	36	89	59	26	—	64	53	35	
												12	—	52	57	51	50					
	0		3	9	27	81	116	94	28	84	125	0		126	72	1	18	87	73	115	90	
	1	121	109	73	92	22	66	71	86	4	12	1	33	68	19	94	61	88	36	38	74	
	2	36	108	70	83	122	112	82	119	103	55	2	105	116	14	121	91	48	40	3	7	1
	3	38	114	88	10	30	90	16	48	17	51	3	34	46	108	69	110	76	20	98	30	
	4	26	78	107	67	74	95	31	93	25	75	4	51	80	62	71	86	89	67	60	37	1
127	5	98	40	120	106	64	65	68	77	104	58	5	120	39	112	107	75	29	79	85	59	1
	6	47	14	42	126	124	118	100	46	11	33	6	106	78	118	117	54	55	15	43	56	1
$2.3^2.7$	7	99	43	2	6	18	54	35	105	61	56	7	22	16	92	12	44	49	102	57	41	1
	8	41	123	115	91	19	57	44	5	15	45	8	123	4	26	23	8	125	17	114	32	
	9	8	24	72	89	13	39	117	97	37	111	9	35	83	13	47	6	45	109	97	50	
	10	79	110	76	101	49	20	60	53	32	96	10	66	103	111	28	58	77	53	42	21	
	11	34	102	52	29	87	7	21	63	62	59	11	101	99	25	124	31	82	5	96	65	
	12	50	23	69	80	113	85	1				12	52	10	24	81	64	9	63			
	0		3	9	27	81	115	89	11	33	99	0	.	32	.	1	.	—	.	—	.	
	1	41	123	113	83	121	107	65	67	73	91	1	.	7	.	—	.	—	.	20	.	
	2	17	51	25	75	97	35	105	59	49	19	2	.	—	.	—	.	22	.	3	.	
	3	57	43	1								3	.	—	.	8	.	25	.	—	.	
												4	.	10	.	31	.	—	.	—	.	
128												5	.	21	.	—	.	—	.	30	.	
(-2^7)												6	.	—	.	—	.	16	.	17	.	
												7	.	—	.	18	.	23	.	—	.	
												8	.	4	.	13	.	—	.	—	.	
												9	.	19	.	—	.	—	.	24	.	
												10	.	—	.	—	.	26	.	15	.	
												11	.	—	.	12	.	5	.	—	.	
												12	.	14	.	11	.	—	.	—		
Mod.	Ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	

Mod.	Ind.	NOMBRES. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	N.	INDICES. 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0		2	4	8	16	32	64	128	125	119	0		130	1	72	2	46	73	96	3	14
	1	107	83	35	70	9	18	36	72	13	26	1	47	56	74	18	97	118	4	43	15	35
	2	52	104	77	23	46	92	53	106	81	31	2	48	38	57	23	75	92	19	86	98	51
	3	62	124	117	103	75	19	38	76	21	42	3	119	29	5	128	44	12	16	41	36	90
	4	84	37	74	17	34	68	5	10	20	40	4	49	126	39	124	58	60	24	105	76	62
	5	80	29	58	116	101	71	11	22	44	88	5	93	115	20	26	87	102	99	107	52	82
.31	6	45	90	49	98	65	130	129	127	123	115	6	120	78	30	110	6	64	129	71	45	95
5.13	7	99	67	3	6	12	24	48	96	61	122	7	13	55	17	117	42	34	37	22	91	85
	8	113	95	59	118	105	79	27	54	108	85	8	50	28	127	11	40	89	125	123	59	104
	9	39	78	25	50	100	69	7	14	28	56	9	61	114	25	101	106	81	77	109	63	70
	10	112	93	55	110	89	47	94	57	114	97	10	94	54	116	33	21	84	27	10	88	122
	11	63	126	121	111	91	51	102	73	15	30	11	103	113	100	80	108	69	53	32	83	9
	12	60	120	109	87	43	86	41	82	33	66	12	121	112	79	68	31	8	111	67	7	66
	13	1										13	65									
	0		3	9	27	81	106	44	132	122	92	0		136	10	1	20	75	11	42	30	2
	1	2	6	18	54	25	75	88	127	107	47	1	85	122	21	25	52	76	40	38	12	46
	2	4	12	36	108	50	13	39	117	77	94	2	95	43	132	125	31	14	35	3	62	91
	3	8	24	72	79	100	26	78	97	17	51	3	86	73	50	123	48	117	22	102	56	26
	4	16	48	7	21	63	52	19	57	34	102	4	105	119	53	97	6	77	135	19	41	84
	5	32	96	14	42	126	104	38	114	68	67	5	24	39	45	131	13	61	72	47	101	104
.37	6	64	55	28	84	115	71	76	91	136	134	6	96	134	83	44	60	100	133	59	58	126
.17	7	128	110	56	31	93	5	15	45	135	131	7	127	65	32	128	112	15	66	28	36	33
	8	119	83	112	62	49	10	30	90	133	125	8	115	4	129	81	63	113	107	92	16	109
	9	101	29	87	124	98	20	60	43	129	113	9	87	67	9	74	29	121	51	37	94	124
	10	65	58	37	111	59	40	120	86	121	89	10	34	90	49	116	55	118	5	18	23	130
	11	130	116	74	85	118	80	103	35	105	41	11	71	103	82	99	57	64	111	27	114	80
	12	123	95	11	33	99	23	69	70	73	82	12	106	108	8	120	93	89	54	17	70	98
	13	109	53	22	66	61	46	1				13	110	79	7	88	69	78	68			
	0		2	4	8	16	32	64	128	117	95	0		138	1	41	2	86	42	50	3	82
	1	51	102	65	130	121	103	67	134	129	119	1	87	76	43	64	51	127	4	107	83	61
	2	99	59	118	97	55	110	81	23	46	92	2	88	91	77	27	44	34	65	123	52	94
	3	45	90	41	82	25	50	100	61	122	105	3	128	56	5	117	108	136	84	80	62	105
	4	71	3	6	12	24	48	96	53	106	73	4	89	32	92	115	78	30	28	98	45	100
	5	7	14	28	56	112	85	31	62	124	109	5	35	10	66	47	124	24	53	102	95	21
39	6	79	19	38	76	13	26	52	104	69	138	6	129	37	57	132	6	12	118	16	109	68
3.23	7	137	135	131	123	107	75	11	22	44	88	7	137	40	85	49	81	75	63	126	106	60
	8	37	74	9	18	36	72	5	10	20	40	8	90	26	33	122	93	55	116	135	79	104
	9	80	21	42	84	29	58	116	93	47	94	9	31	114	29	97	99	9	46	23	101	20
	10	49	98	57	114	89	39	78	17	34	68	10	36	131	11	15	67	39	48	74	125	59
	11	136	133	127	115	91	43	86	33	66	132	11	25	121	54	134	103	113	96	8	22	19
	12	125	111	83	27	54	108	77	15	30	60	12	130	14	38	73	58	120	133	112	7	18
	13	120	101	63	126	113	87	35	70	1		13	13	72	119	111	17	71	110	70	69	
	0		2	4	8	16	32	64	128	107	65	0		148	1	87	2	104	88	142	3	26
	1	130	111	73	146	143	137	125	101	53	106	1	105	109	89	53	143	43	4	124	27	84
	2	63	126	103	57	114	79	9	18	36	72	2	106	81	110	95	90	60	54	113	144	120
	3	144	139	129	109	69	138	127	105	61	122	3	44	132	5	48	125	98	28	72	85	140
	4	95	41	82	15	30	60	120	91	33	66	4	107	41	82	93	111	130	96	138	91	136
	5	132	115	81	13	26	52	104	59	118	87	5	61	63	55	18	114	65	145	28	121	57
	6	25	50	100	51	102	55	110	71	142	135	6	45	38	133	20	6	9	49	116	126	34
49	7	121	93	37	74	148	147	145	141	133	117	7	99	67	29	12	73	147	86	103	141	25
.37	8	85	21	42	84	19	38	76	3	6	12	8	108	52	42	123	83	80	94	59	112	119
	9	24	48	96	43	86	23	46	92	35	70	9	131	47	97	71	139	40	92	129	137	135
	10	140	131	113	77	5	10	20	40	80	11	10	62	17	64	22	56	37	19	8	115	33
	11	22	44	88	27	54	108	67	134	119	89	11	66	11	146	102	24	51	122	79	58	118
	12	29	58	116	83	17	34	68	136	123	97	12	46	70	39	128	134	16	21	36	7	32
	13	45	90	31	62	124	99	49	98	47	94	13	10	101	50	78	117	69	127	15	35	31
	14	39	78	7	14	28	56	112	75	1		14	100	77	68	14	30	76	13	75	74	
Mod.	Ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Mod.	Ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		NOMBRES.											INDICES.									
	0		146	25	26	21	46	72	93	139	60	0		150	10	63	20	76	73	91	30	126
	1	2	141	50	52	42	92	144	35	127	120	1	86	112	83	143	101	139	40	34	136	120
	2	4	131	100	104	84	33	137	70	103	89	2	96	4	122	145	93	2	3	89	111	72
	3	8	111	49	57	17	66	123	140	55	27	3	149	94	50	25	44	17	146	118	130	56
	4	16	71	98	114	34	132	95	129	110	54	4	106	123	14	134	132	52	5	98	103	32
	5	32	142	45	77	68	113	39	107	69	108	5	12	97	13	117	49	38	121	33	82	90
151	6	64	133	90	3	136	75	78	63	138	65	6	9	137	104	67	60	69	35	99	54	58
	7	128	115	29	6	121	150	5	126	125	130	7	27	41	6	141	128	65	140	53	66	81
$2.3.5^2$	8	105	79	58	12	91	149	10	101	99	109	8	116	102	133	129	24	110	144	135	142	29
	9	59	7	116	24	31	147	20	51	47	67	9	62	84	15	7	108	46	113	124	42	88
	10	118	14	81	48	62	143	40	102	94	134	10	22	87	107	28	23	80	127	57	59	89
	11	85	28	11	96	124	135	80	53	37	117	11	48	31	131	55	43	71	92	119	100	125
	12	19	56	22	41	97	119	9	106	74	83	12	19	74	147	36	114	78	77	18	70	47
	13	38	112	44	82	43	87	18	61	148	15	13	79	21	45	61	109	115	64	26	68	8
	14	76	73	88	13	86	23	36	122	145	30	14	37	11	51	105	16	148	1	95	138	85
	15	1										15	75									
	0		5	25	125	154	142	82	96	9	45	0		156	141	82	126	1	67	147	111	8
	1	68	26	130	22	110	79	81	91	141	77	1	142	28	52	26	132	83	96	40	149	124
	2	71	41	48	83	101	34	13	65	11	55	2	127	73	13	135	37	2	11	90	117	129
	3	118	119	124	149	117	114	99	24	120	129	3	68	62	81	110	25	148	134	116	109	108
	4	17	85	111	84	106	59	138	62	153	137	4	112	21	58	113	154	9	120	92	22	138
	5	57	128	12	60	143	87	121	134	42	53	5	143	122	152	59	75	29	102	50	114	45
157	6	108	69	31	155	147	107	64	6	30	150	6	53	85	47	155	66	27	95	72	10	61
	7	122	139	67	21	105	54	113	94	156	152	7	133	20	119	121	101	84	94	19	93	15
$2^2.3.13$	8	132	32	3	15	75	61	148	112	89	131	8	97	16	6	23	43	41	98	55	139	88
	9	27	135	47	78	76	66	16	80	86	116	9	150	17	105	144	77	125	7	131	123	36
	10	109	74	56	123	144	92	146	102	39	38	10	128	24	107	153	137	74	44	65	60	100
	11	33	8	40	43	58	133	37	28	140	72	11	14	42	87	76	35	136	99	34	30	31
	12	46	73	51	98	19	95	4	20	100	29	12	38	56	70	103	32	3	140	146	51	39
	13	145	97	14	70	36	23	115	104	49	88	13	12	89	80	115	57	91	151	49	46	71
	14	126	2	10	50	93	151	127	7	35	18	14	118	18	5	54	104	130	106	64	86	33
	15	90	136	52	103	44	63	1				15	69	145	79	48	4	63	78			
	0		2	4	8	16	32	64	128	93	23	0		162	1	101	2	15	102	73	3	40
	1	46	92	21	42	84	5	10	20	40	80	1	16	47	103	51	74	116	4	57	41	125
	2	160	157	151	139	115	67	134	105	47	94	2	17	12	48	9	104	30	52	141	75	107
	3	25	50	100	37	74	148	133	103	43	86	3	117	69	5	148	58	88	42	33	126	152
	4	9	18	36	72	144	125	87	11	22	44	4	18	160	13	38	49	55	10	28	105	146
	5	88	13	26	52	104	45	90	17	34	68	5	31	158	53	144	142	62	76	64	108	135
	6	136	109	55	110	57	114	65	130	97	31	6	118	78	70	113	6	66	149	25	59	110
163	7	62	124	85	7	14	28	56	112	61	122	7	89	92	43	137	34	131	127	120	153	95
	8	81	162	161	159	155	147	131	99	35	70	8	19	80	161	100	14	72	39	46	50	115
2.3^4	9	140	117	71	142	121	79	158	153	143	123	9	56	124	11	8	29	140	106	68	147	87
	10	83	3	6	12	24	48	96	29	58	116	10	32	151	159	37	54	27	145	157	143	61
	11	69	138	113	63	126	89	15	30	60	120	11	63	134	77	112	65	24	109	91	136	130
	12	77	154	145	127	91	19	38	76	152	141	12	119	94	79	99	71	45	114	123	7	139
	13	119	75	150	137	111	59	118	73	146	129	13	67	86	150	36	26	156	60	133	111	23
	14	95	27	54	108	53	106	49	98	33	66	14	90	129	93	98	44	122	138	85	35	155
	15	132	101	39	78	156	149	135	107	51	102	15	132	22	128	97	121	84	154	21	96	83
	16	41	82	1								16	20	82	81							
Mod.	Ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

NOMBRES. INDICES.

OD.	IND.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0		165	4	159	16	135	64	39	89	156	0		166	84	48	2	27	132	32	86	96
	1	22	123	88	158	18	131	72	23	121	92	1	111	92	50	125	116	75	4	103	14	72
	2	150	34	99	136	62	43	81	5	157	20	2	29	80	10	17	134	54	43	144	34	66
	3	127	80	7	153	28	111	112	110	114	106	3	159	106	88	140	21	59	98	153	156	7
	4	122	90	154	26	115	104	126	82	3	161	4	113	129	164	25	94	123	101	78	52	64
	5	12	143	48	71	25	117	100	134	66	35	5	138	151	127	121	62	119	118	120	150	63
	6	97	140	54	59	49	69	29	109	116	102	6	77	122	24	128	6	152	58	139	105	65
67	7	130	74	19	129	76	15	137	60	47	73	7	143	53	16	79	71	102	74	124	91	95
	8	21	125	84	166	2	163	8	151	32	103	8	31	26	47	165	82	130	109	114	12	8
.83	9	128	78	11	145	44	79	9	149	36	95	9	41	157	19	154	162	99	136	60	148	22
	10	144	46	75	17	133	68	31	105	124	86	10	56	141	69	89	45	107	39	160	146	67
	11	162	10	147	40	87	160	14	139	56	55	11	37	35	36	145	38	44	68	55	147	135
	12	57	53	61	45	77	13	141	52	63	41	12	161	18	40	11	108	81	46	30	90	73
	13	85	164	6	155	24	119	96	142	50	67	13	70	15	142	104	57	5	23	76	149	117
	14	33	101	132	70	27	113	108	118	98	138	14	61	126	137	51	100	93	163	112	155	97
	15	58	51	65	87	93	148	38	91	152	30	15	20	87	158	33	42	133	9	28	13	3
	16	107	120	94	146	42	83	1				16	115	49	110	85	131	1	83			
	0		2	4	8	16	32	64	128	87	5	0		156	1	124	2	9	125	107	8	92
	1	10	20	40	80	160	151	133	97	25	50	1	10	103	126	—	108	133	4	146	93	65
	2	100	31	62	124	79	158	147	125	81	162	2	11	75	104	130	127	18	—	60	109	40
	3	155	141	113	57	114	59	118	67	134	99	3	134	21	5	71	147	116	94	151	66	—
	4	29	58	116	63	126	83	166	163	157	145	4	12	85	76	122	105	101	131	63	128	58
	5	121	73	146	123	77	154	139	109	49	98	5	19	114	—	120	61	112	110	33	41	35
	6	27	54	108	47	94	19	38	76	152	135	6	135	140	22	43	6	—	72	37	148	98
69	7	101	33	66	132	95	21	42	84	168	167	7	117	137	95	51	152	142	67	54	—	24
	8	165	161	153	137	105	41	82	164	159	149	8	13	28	86	45	77	155	123	8	106	91
13^2)	9	129	89	9	18	36	72	144	119	69	138	9	102	—	132	145	64	74	129	17	59	89
8.13	10	107	45	90	11	22	44	88	7	14	28	10	20	70	115	150	—	84	121	100	62	57
	11	56	112	55	110	51	102	85	70	140	111	11	113	119	111	32	34	139	42	—	36	97
	12	53	106	43	86	3	6	12	24	48	96	12	136	50	141	53	23	27	44	154	7	90
	13	23	46	92	15	30	60	120	71	142	115	13	—	144	73	16	38	69	149	83	99	56
	14	61	122	75	150	131	93	17	34	68	136	14	118	31	138	—	96	49	52	26	153	89
	15	103	37	74	148	127	85	1				15	143	15	68	82	55	30	—	48	25	88
												16	14	81	29	47	87	80	46	79	78	
	0		2	4	8	16	32	64	128	83	166	0		172	1	27	2	39	28	95	8	54
	1	159	145	117	61	122	71	142	111	49	98	1	40	23	29	130	96	66	4	73	55	33
	2	23	46	92	11	22	44	88	3	6	12	2	41	122	24	20	30	78	131	81	97	144
	3	24	48	96	19	38	76	152	131	89	5	3	67	102	5	50	74	134	56	162	34	157
	4	10	20	40	80	160	147	121	69	138	103	4	42	138	123	84	25	93	21	64	31	18
	5	33	66	132	91	9	18	36	72	144	115	5	79	100	132	155	82	62	98	60	145	147
	6	57	114	55	110	47	94	15	30	60	120	6	68	13	103	149	6	169	51	70	75	47
	7	67	134	95	17	34	68	136	99	25	50	7	135	15	57	166	163	105	35	118	158	151
	8	100	27	54	108	43	86	172	171	169	165	8	43	108	139	8	124	112	85	171	26	38
	9	157	141	109	45	90	7	14	28	56	112	9	94	53	22	129	65	72	32	121	19	77
73	10	51	102	31	62	124	75	150	127	81	162	10	80	143	101	49	133	161	156	137	83	92
.43	11	151	129	85	170	167	161	149	125	77	154	11	63	17	99	154	61	59	146	12	148	168
	12	135	97	21	42	84	168	163	153	133	93	12	69	46	14	165	104	117	150	107	7	111
	13	13	26	52	104	35	70	140	107	41	82	13	170	87	52	128	71	120	76	142	48	160
	14	164	155	137	101	29	58	116	59	118	63	14	136	91	16	153	58	11	167	45	164	116
	15	126	79	158	143	113	53	106	39	78	156	15	106	110	36	127	119	141	159	90	152	10
	16	139	105	87	74	148	123	73	146	119	65	16	44	115	109	126	140	89	9	114	125	88
	17	130	87	1								17	113	87	86							
IOD.	IND.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

		NOMBRES.											INDICES.									
Mod.	Ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0		2	4	8	16	32	64	128	77	154	0		178	1	108	2	138	109	171	3	38
	1	129	79	158	137	95	11	22	44	88	176	1	139	15	110	114	172	68	4	166	39	54
	2	173	167	155	131	83	166	153	127	75	150	2	140	101	16	135	111	98	115	146	173	118
	3	121	63	126	73	146	113	47	94	9	18	3	69	62	5	123	167	131	40	149	55	44
	4	36	72	144	109	39	78	156	133	87	174	4	141	155	102	80	17	176	136	36	112	164
	5	169	159	139	99	19	38	76	152	125	71	5	99	96	116	121	147	153	174	162	119	160
	6	142	105	31	62	124	69	138	97	15	30	6	70	72	63	31	6	74	124	86	168	65
179	7	60	120	61	122	65	130	81	162	145	111	7	132	59	41	33	150	28	56	8	45	11
2.89	8	43	86	172	165	151	123	67	134	89	178	8	142	76	156	24	103	126	81	48	18	88
	9	177	175	171	163	147	115	51	102	25	50	9	177	107	137	170	37	14	113	67	165	53
	10	100	21	42	84	168	157	135	91	3	6	10	100	134	97	145	117	61	122	130	148	43
	11	12	24	48	96	13	26	52	104	29	58	11	154	79	175	35	163	95	120	152	161	159
	12	116	53	106	33	66	132	85	170	161	143	12	71	30	73	85	64	58	32	27	7	10
	13	107	35	70	140	101	23	46	92	5	10	13	75	23	125	47	87	106	169	13	66	52
	14	20	40	80	160	141	103	27	54	108	37	14	133	144	60	129	42	78	34	94	151	158
	15	74	148	117	55	110	41	82	164	149	119	15	29	84	57	26	9	22	46	105	12	51
	16	59	118	57	114	49	98	17	34	68	136	16	143	128	77	93	157	83	25	21	104	50
	17	93	7	14	28	56	112	45	90	1		17	127	92	82	20	49	91	19	90	89	
	0		2	4	8	16	32	64	128	75	150	0		180	1	56	2	156	57	15	3	112
	1	119	57	114	47	94	7	14	28	56	112	1	157	62	58	164	16	32	4	175	113	135
	2	43	86	172	163	145	109	87	74	148	115	2	158	71	63	53	59	132	165	168	17	48
	3	49	98	15	30	60	120	59	118	55	110	3	33	99	5	118	176	171	114	26	136	40
	4	39	78	156	131	81	162	143	105	29	58	4	159	83	72	20	64	88	54	13	60	30
	5	116	51	102	23	46	92	3	6	12	24	5	133	51	166	97	169	38	18	11	49	36
	6	48	96	11	22	44	88	176	171	161	141	6	34	125	100	127	6	140	119	102	177	109
181	7	101	21	42	84	168	155	129	77	154	127	7	172	129	115	80	27	8	137	77	41	142
	8	73	146	111	41	82	164	147	113	45	90	8	160	44	84	121	73	151	21	104	65	145
$2^2.3^2.5$	9	180	179	177	173	165	149	117	53	106	31	9	89	179	55	155	14	111	61	163	31	174
	10	62	124	67	134	87	174	167	153	125	69	10	134	70	52	131	167	47	98	117	170	25
	11	138	95	9	18	36	72	144	107	33	66	11	39	82	19	87	12	29	50	96	37	10
	12	132	83	166	151	121	61	122	63	126	71	12	35	124	126	139	101	108	128	79	7	76
	13	142	103	25	50	100	19	38	76	152	123	13	141	43	120	150	103	144	178	154	110	162
	14	65	130	79	158	135	89	178	175	169	157	14	173	69	130	46	116	24	81	86	28	95
	15	133	85	170	159	137	93	5	10	20	40	15	9	123	138	107	78	75	42	149	143	153
	16	80	160	139	97	13	26	52	104	27	54	16	161	68	45	23	85	94	122	106	74	148
	17	108	35	70	140	99	17	34	68	136	91	17	152	67	22	93	105	147	66	92	146	91
	18	1										18	90									
	0		189	4	183	16	159	64	63	65	61	0		190	96	184	2	40	90	19	98	178
	1	69	53	85	21	149	84	23	145	92	7	1	136	125	186	158	115	34	4	162	84	149
	2	177	28	135	112	158	66	59	73	45	101	2	42	13	31	16	92	80	64	172	21	167
	3	180	22	147	88	15	161	60	71	49	93	3	130	45	100	119	68	59	180	145	55	152
	4	5	181	20	151	80	31	129	124	134	114	4	138	75	109	52	127	28	112	87	188	38
	5	154	74	43	105	172	38	115	152	78	35	5	176	156	160	11	78	165	117	143	73	26
	6	121	140	102	178	26	139	104	174	34	123	6	36	9	141	7	6	8	25	142	164	10
	7	136	110	162	58	75	41	109	164	54	83	7	155	37	86	27	51	74	151	144	58	118
	8	25	141	100	182	18	155	72	47	97	188	8	44	166	171	79	15	12	148	161	33	157
191	9	6	179	24	143	96	190	2	187	8	175	9	124	177	18	39	183	189	94	88	134	113
2.5.19	10	32	127	128	126	130	122	138	106	170	42	10	82	29	62	128	66	53	107	110	174	76
	11	107	168	46	99	184	14	163	56	79	33	11	71	139	23	153	49	56	169	146	122	181
	12	125	132	118	146	90	11	169	44	103	176	12	132	60	105	69	47	120	103	101	102	46
	13	30	131	120	142	98	186	10	171	40	111	13	104	131	121	168	48	22	70	173	106	65
	14	160	62	67	57	77	37	117	148	86	19	14	61	81	133	93	182	17	123	32	147	14
	15	153	76	39	113	156	70	51	89	13	165	15	170	43	57	150	50	85	154	163	24	5
	16	52	87	17	157	68	53	81	29	133	116	16	140	35	72	116	77	159	175	187	111	126
	17	150	82	27	137	108	166	50	91	9	173	17	108	137	54	179	67	99	129	20	63	91
	18	36	119	144	94	3	185	12	167	48	95	18	30	41	83	3	114	185	135	97	89	1
	19	1										19	95									
Mod.	Ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

NOMBRES. INDICES.

Mod.	Ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0		5	25	125	46	37	185	153	186	158	0		192	34	84	68	1	118	104	102	168
	1	18	90	64	127	56	87	49	52	67	142	1	35	183	152	141	138	85	136	31	10	145
	2	131	76	187	163	43	22	110	164	48	47	2	69	188	25	162	186	2	175	60	172	123
	3	42	17	85	39	2	10	50	57	92	74	3	119	82	170	75	65	105	44	5	179	33
	4	177	113	179	123	86	180	128	61	112	174	4	103	151	30	24	59	169	4	29	28	16
	5	98	104	134	91	69	152	181	133	86	44	5	36	115	17	77	94	184	14	37	157	148
	6	27	135	96	94	84	34	170	78	4	20	6	153	47	116	80	12	142	109	18	99	54
	7	100	114	184	148	161	33	165	53	72	167	7	139	177	78	91	39	86	21	95	67	167
	8	63	122	31	155	3	15	75	182	138	111	8	137	144	185	122	64	32	58	15	93	147
193	9	169	73	172	88	54	77	192	188	168	68	9	11	53	38	166	63	146	62	158	50	159
$2^6.3$	10	147	156	8	40	7	35	175	103	129	66	10	70	134	149	107	51	189	111	154	128	160
	11	137	106	144	141	126	51	62	117	6	30	11	26	89	48	41	71	163	191	117	182	135
	12	150	171	83	29	145	146	151	176	108	154	12	187	174	81	43	150	3	114	13	46	108
	13	191	183	143	136	101	119	16	80	14	70	13	176	20	143	57	52	61	133	110	88	190
	14	157	13	65	132	81	19	95	89	59	102	14	173	113	19	132	112	124	125	100	73	155
	15	124	41	12	60	107	149	166	58	97	99	15	120	126	55	7	129	83	101	140	9	161
	16	109	159	23	115	189	173	93	79	9	45	16	171	74	178	23	27	76	156	79	98	90
	17	32	160	28	140	121	26	130	71	162	38	17	66	121	92	165	49	106	127	40	181	42
	18	190	178	118	11	55	82	24	120	21	105	18	45	56	87	131	72	6	8	22	97	164
	19	139	116	1								19	180	130	96							
	0		2	4	8	16	32	64	128	59	118	0		196	1	181	2	89	182	146	3	166
	1	39	78	156	115	33	66	132	67	134	71	1	90	29	183	25	147	74	4	159	167	154
	2	142	87	174	151	105	13	26	52	104	11	2	91	131	30	120	184	178	26	151	148	36
	3	22	44	88	176	155	113	29	58	116	35	3	75	141	5	14	160	39	168	192	155	10
	4	70	140	83	166	135	73	146	95	190	183	4	92	110	132	78	31	59	121	66	185	96
	5	169	141	85	170	143	89	178	159	121	45	5	179	144	27	72	152	118	149	139	37	8
	6	90	180	163	129	61	122	47	94	188	179	6	76	64	142	116	6	114	15	17	161	105
	7	161	125	53	106	15	30	60	120	43	86	7	40	19	169	45	193	163	156	175	11	107
	8	172	147	97	194	191	185	173	149	101	5	8	93	136	111	42	133	52	79	21	32	55
197	9	10	20	40	80	160	123	49	98	196	195	9	60	171	122	126	67	47	186	82	97	195
$2^2.7^2$	10	193	189	181	165	133	69	138	79	158	119	10	180	88	145	165	28	24	73	158	153	130
	11	41	82	164	131	65	130	63	126	55	110	11	119	177	150	35	140	13	38	191	9	109
	12	23	46	92	184	171	145	93	186	175	153	12	77	58	65	95	143	71	117	138	7	63
	13	109	21	42	84	168	139	81	162	127	57	13	115	113	16	104	18	44	162	174	106	135
	14	114	31	62	124	51	102	7	14	28	56	14	41	51	20	54	170	125	46	81	194	87
	15	112	27	54	108	19	38	76	152	107	17	15	164	23	157	129	176	34	12	190	108	57
	16	34	68	136	75	150	103	9	18	36	72	16	94	70	137	62	112	103	43	173	134	50
	17	144	91	182	167	137	77	154	111	25	50	17	53	124	80	86	22	128	33	189	56	69
	18	100	3	6	12	24	48	96	192	187	177	18	61	102	172	49	123	85	127	188	68	101
	19	157	117	37	74	148	99	1				19	48	84	187	100	83	99	98			
	0		197	4	191	16	167	64	71	57	85	0		198	100	85	2	48	185	190	102	170
	1	29	141	116	166	66	67	65	69	61	77	1	148	27	87	166	92	133	4	159	72	121
	2	45	109	180	38	123	152	94	11	177	44	2	50	77	127	130	187	96	68	57	192	10
	3	111	176	46	107	184	30	139	120	159	82	3	35	80	104	112	61	40	172	143	23	53
	4	35	129	140	118	162	74	51	97	5	189	4	150	137	177	154	29	20	32	124	89	182
	5	20	159	80	39	121	156	86	27	145	108	5	196	46	168	164	157	75	94	8	110	141
	6	182	34	131	136	126	146	106	186	26	147	6	135	18	180	162	6	16	14	15	161	17
	7	104	190	18	163	72	55	89	21	157	84	7	140	7	74	163	45	181	123	19	153	136
	8	81	137	124	150	98	3	193	12	175	48	8	52	142	39	111	79	9	56	95	129	76
199	9	103	192	14	171	56	87	25	149	100	198	9	120	158	132	165	26	169	189	47	84	197
$.3^2.11$	10	2	195	8	183	32	135	128	142	114	170	10	98	183	146	90	70	125	66	33	59	21
	11	58	83	33	133	132	134	130	138	122	154	11	175	30	194	155	108	178	12	138	43	151
	12	90	19	161	76	47	105	188	22	155	88	12	37	54	118	24	82	144	64	173	106	41
	13	23	153	92	15	169	60	79	41	117	164	13	116	62	114	113	115	105	63	81	117	36
	14	70	59	81	37	125	148	102	194	10	179	14	42	11	107	193	174	58	65	69	145	97
	15	40	119	160	78	43	113	172	54	91	17	15	83	188	25	131	119	128	55	78	38	51
	16	165	68	63	73	53	93	13	173	52	95	16	152	122	44	73	139	160	13	5	179	134
	17	9	181	36	127	144	110	178	42	115	168	17	109	93	156	167	195	88	31	28	176	149
	18	62	75	49	101	196	6	187	24	151	96	18	22	171	60	103	34	191	67	186	126	49
	19	7	185	28	143	112	174	50	99	1		19	71	3	91	86	147	101	184	1	99	
Mod.	Ind.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

TABLE auxiliaire pour le calcul des Indices des produits 1.2.3... x, relatifs aux modules premiers.

	4	9
5	2	
7	5	
11	1	10
13	7	7
17	11	6
1	10	
19	16	9
1	11	
23	22	16
1	11	2
23	8	5
1	7	23
2	6	
31	13	10
1	9	13
2	17	30
37	29	22
1	4	8
2	22	33
3	17	
41	13	23
1	37	36
2	2	6
3	24	40
43	40	1
1	22	32
2	8	40
3	22	14
47	22	35
1	34	10
2	45	43
3	32	29
4	45	
53	20	32
1	40	34
2	24	48
3	29	27
4	28	34
59	53	57
1	31	38
2	34	58
3	53	20
4	56	1
5	34	

	4	9
61	9	42
1	58	56
2	37	46
3	28	45
4	60	40
5	52	60
67	42	3
1	30	43
2	54	26
3	32	43
4	49	46
3	46	12
6	32	
71	54	35
1	54	35
2	68	18
3	1	11
4	26	18
5	3	30
6	41	70
73	30	42
1	12	10
2	61	16
3	28	1
4	55	41
5	16	29
6	6	58
79	13	27
1	27	3
2	52	43
3	34	39
4	5	35
5	65	75
6	12	51
7	26	
83	75	2
1	50	73
2	14	56
3	24	12
4	14	33
5	79	61
6	15	41
7	19	9
89	49	3
1	62	80
2	30	32
3	73	80
4	22	8
5	59	56
6	14	8
7	70	85
8	83	

	4	9
97	76	70
1	35	10
2	69	68
3	92	57
4	58	86
5	52	57
6	43	44
7	36	53
8	7	76
9	14	
101	72	16
1	1	63
2	39	63
3	59	20
4	28	26
5	73	8
6	18	59
7	96	33
8	52	46
9	84	100
103	63	35
1	72	46
2	28	71
3	18	5
4	7	44
5	35	30
6	1	24
7	26	35
8	81	96
9	34	41
107	73	59
1	47	98
2	100	72
3	26	35
4	4	56
5	105	104
6	26	22
7	43	5
8	88	15
9	64	84
10	52	
109	7	75
1	81	10
2	40	12
3	25	75
4	95	94
5	27	14
6	67	33
7	29	96
8	14	98
9	81	83
10	47	

	4	9
113	37	67
1	79	105
2	49	37
3	111	93
4	24	34
5	107	20
6	38	74
7	98	18
8	108	100
9	50	53
10	103	99
127	91	80
1	103	45
2	114	73
3	62	3
4	101	80
5	29	22
6	117	30
7	90	61
8	119	122
9	54	47
10	35	113
11	115	12
12	117	
131	75	47
1	79	34
2	15	101
3	36	101
4	107	44
5	125	47
6	1	15
7	129	8
8	4	114
9	1	11
10	69	10
11	124	110
12	1	130
137	31	55
1	88	28
2	46	115
3	87	2
4	110	58
5	38	15
6	24	92
7	12	54
8	38	67
9	61	80
10	16	38
11	42	30
12	57	113
13	58	

	4	9
139	44	31
1	76	44
2	95	49
3	49	102
4	94	119
5	125	6
6	91	138
7	116	132
8	82	19
9	113	36
10	20	89
11	112	94
12	131	107
13	25	
149	90	9
1	64	50
2	88	135
3	45	24
4	14	13
5	28	143
6	89	127
7	111	21
8	133	5
9	46	135
10	60	124
11	29	13
12	134	98
13	10	139
14	132	
151	93	39
1	114	133
2	143	70
3	132	149
4	58	48
5	36	100
6	27	42
7	85	40
8	94	54
9	30	143
10	110	72
11	80	137
12	77	67
13	82	63
14	133	150
157	37	59
1	127	151
2	68	105
3	139	130
4	120	33
5	116	144
6	82	35
7	61	54
8	83	36
9	61	15
10	96	127
11	69	87
12	74	141
13	26	122
14	109	60
15	93	

	4	9
163	104	13
1	142	161
2	27	108
3	19	136
4	90	110
5	152	111
6	10	95
7	4	144
8	32	30
9	96	158
10	105	152
11	117	121
12	97	39
13	80	77
14	45	94
15	108	60
167	134	9
1	5	107
2	45	54
3	70	45
4	72	158
5	93	165
6	24	45
7	75	63
8	82	123
9	158	125
10	27	48
11	7	124
12	130	118
13	8	46
14	23	145
15	153	7
16	165	
173	30	77
1	51	110
2	3	18
3	144	171
4	67	122
5	154	150
6	145	41
7	61	112
8	18	106
9	125	102
10	92	88
11	88	100
12	154	130
13	72	102
14	40	27
15	9	45
16	63	144

	4	9
179	111	36
1	52	27
2	174	112
3	4	67
4	28	118
5	163	41
6	105	88
7	147	117
8	84	89
9	5	61
10	120	90
11	162	137
12	104	60
13	61	111
14	85	66
15	93	151
16	37	142
17	156	
181	59	42
1	139	58
2	102	92
3	163	110
4	148	83
5	109	81
6	113	40
7	23	68
8	10	186
9	88	88
10	102	19
11	78	120
12	105	148
13	160	8
14	2	186
15	51	73
16	95	99
17	178	180
191	92	137
1	97	150
2	154	88
3	170	1
4	122	5
5	16	160
6	169	138
7	114	89
8	184	125
9	96	144
10	131	81
11	136	50
12	83	175
13	177	43
14	23	166
15	66	117
16	177	175
17	150	172
18	63	190

	4	9
193	186	103
1	176	7
2	61	17
3	144	126
4	109	163
5	118	82
6	106	144
7	92	144
8	28	181
9	128	127
10	62	36
11	119	139
12	6	98
13	162	168
14	141	142
15	3	113
16	10	125
17	42	154
18	161	74
197	184	182
1	68	38
2	6	153
3	156	132
4	183	122
5	108	167
6	179	3
7	77	101
8	28	71
9	29	48
10	66	16
11	49	17
12	63	67
13	41	74
14	18	159
15	24	33
16	116	31
17	4	87
18	6	183
19	97	
199	187	90
1	16	109
2	86	118
3	109	144
4	197	50
5	187	21
6	126	151
7	184	4
8	31	198
9	7	99
10	92	198
11	68	194
12	113	47
13	171	177
14	110	148
15	100	54
16	188	85
17	13	89
18	83	108
19	110	

pour la réduction des fractions ordinaires en fractions décimales, ou Table des périodes des fractions

$$\frac{1}{N}, \frac{r}{N}, \frac{r^2}{N}, \ldots$$

r	N.	
2	3	(0) 3 — (1) 6
	7	(0) 142857
2	9	(0) 1 — (1) 2 — (2) 4 — (3) 8 — (4) 7 — (5) 5
2	11	(0) 09 — (1) 18 — (2) 36 — (3) 72 — (4) 45
6	13	(0) 076923 — (1) 461538
	17	(0) 0588235294 117647
	19	(0) 0526315789 47368421
	23	(0) 0434782608 6956521739 13
2	27	(0) 037 — (1) 074 — (2) 148 — (3) 296 — (4) 592 — (5) 185
	29	(0) 0344827586 2068965517 24137931
17	31	(0) 0322580645 16129 — (1) 5483870967 74193
5	37	(0) 027 — (1) 135 — (2) 675 — (3) 378 — (4) 891 — (5) 459 — (6) 297 — (7) 486 (8) 432 — (9) 162 — (10) 810 — (11) 054
6	41	(0) 02439 — (1) 14634 — (2) 87804 — (3) 26829 — (4) 60975 — (5) 65853 — (6) 95121 (7) 70731
28	43	(0) 0232558139 5348837209 3 — (1) 6511627906 9767441860 4
	47	(0) 0212765957 4468085106 3829787234 0425531914 893617
	49	(0) 0204081632 6530612244 8979591836 7346938775 51
26	53	(0) 0188679245 283 — (1) 4905660377 358 — (2) 7547169811 320 — (3) 6226415094 339
	59	(0) 0169491525 4237288135 5932203389 8305084745 7627118644 06779661
	61	(0) 0163934426 2295081967 2131147540 9836065573 7704918032 7868852459
12	67	(0) 0149253731 3432835820 8955223880 597 — (1) 1791044776 1194029850 7462686567 164
62	71	(0) 0140845070 4225352112 6760563380 28169 — (1) 8732394366 1971830985 9154929577 46478
5	73	(0) 01369863 — (1) 06849315 — (2) 34246575 — (3) 71232876 — (4) 56164383 (5) 80821917 — (6) 04109589 — (7) 20547945 — (8) 02739726
29	79	(0) 0126582278 481 — (1) 3670886075 949 — (2) 6455696202 531 — (3) 7215189873 417 (4) 9240506329 113 — (5) 7974683544 303
11	81	(0) 012345679 — (1) 135802469 — (2) 493827160 — (3) 432098765 — (4) 753086419 (5) 283950617
50	83	(0) 0120481927 7108433734 9397590361 4457831325 3 (1) 6024096385 5421686746 9879518072 2891566265 0
30	89	(0) 0112359550 5617977528 0898876404 4943820224 7191 (1) 3370786516 8539325842 6966292134 8314606741 5730
	97	(0) 0103092783 5051546391 7525773195 8762886597 9381443298 9690721649 4845360824 7422680412 3711340206 185567
2	101	(0) 0099 — (1) 0198 — (2) 0396 — (3) 0792 — (4) 1584 — (5) 3168 — (6) 6336 (7) 2673 — (8) 5346 — (9) 0693 — (10) 1386 — (11) 2772 — (12) 5544 — (13) 1089 (14) 2178 — (15) 4356 — (16) 8712 — (17) 7425 — (18) 4851 — (19) 9702 — (20) 9405 (21) 8811 — (22) 7623 — (23) 5247 — (24) 0495
6	103	(0) 0097087378 6407766990 2912621359 2233 — (1) 0582524271 8446601941 7475728155 3398 (2) 3495145631 0679611650 4854368932 0388
63	107	(0) 0093457943 9252336448 5981308411 2149532710 2803738317 757 (1) 5887850467 2897196261 6822429906 5420560747 6635514018 691
	109	(0) 0091743119 2660550458 7155963302 7522935779 8165137614 6788990825 6880733944 9541284403 6697247706 4220183486 23853211
	113	(0) 0088495575 2212389380 5309734513 2743362831 8584070796 4601769911 5044247787 6106194690 2654867256 6371681415 9292035398 23

r	N	
35	121	(0) 0082644628 0991735537 19 — (1) 2892561983 4710743801 65 (2) 1239669421 4876033057 85 — (3) 3388429752 0661157024 79 (4) 8595041322 3140495867 76
106	127	(0) 0078740157 4803149606 2992125984 2519685039 37 (1) 8346456692 9133858267 7165354330 7086614173 22 (2) 4724409448 8188976377 9527559055 1181102362 20
	131	(0) 0076335877 8625954198 4732824427 4809160305 3435114503 8167938931 2977099236 6412213740 4580152671 7557251908 3969465648 8549618320 6106870229
12	137	(0) 00729927 — (1) 08759124 — (2) 05109489 — (3) 61313868 — (4) 35766423 (5) 29197080 — (6) 50364963 — (7) 04379562 — (8) 52554744 — (9) 30656934 (10) 67883211 — (11) 14598540 — (12) 75182481 — (13) 02189781 — (14) 26277372 (15) 15328467 — (16) 83941605
92	139	(0) 0071942446 0431654676 2589928057 5539568345 323741 (1) 6618705035 9712230215 8273381294 9640287769 784172 (2) 8920863309 3525179856 1151079136 6906474820 143884
	149	(0) 0067114093 9597315436 2416107382 5503355704 6979865771 8120805369 1275167785 2348993288 5906040268 4563758389 2617449664 4295302013 4228187919 4630872483 22147651
114	151	(0) 0066225165 5629139072 8476821192 0529801324 5033112582 7814569536 4238410596 02649 (1) 7549668874 1721854304 6357615894 0397350993 3774834437 0860927152 3178807947 01986
18	157	(0) 0063694267 5159235668 7898089171 9745222929 9363057324 8407643312 1019108280 25477707 (1) 1146496815 2866242038 2165605095 5414012738 8535031847 1337579617 8343949044 58598726
70	163	(0) 0061349693 2515337423 3128834355 8282208588 9570552147 2392638036 8098159509 2024539877 3 (1) 4294478527 6073619631 9018404907 9754601226 9938650306 7484662576 6871165644 1717791411 0
	167	(0) 0059880239 5209580838 3233532934 1317365269 4610778443 1137724550 8982035928 1437125748 5029940119 7604790419 1616766467 0658682634 7305389221 5568862275 4491017964 0718562874 251497
137	169	(0) 0059171597 6331360946 7455621301 7751479289 9408284023 6686390532 5443786982 24852071 (1) 8106508875 7396449704 1420118343 1952662721 8934911242 6035502958 5798816568 04733727
82	173	(0) 0057803468 2080924855 4913294797 6878612716 763 (1) 4739884393 0635838150 2890173410 4046242774 566 (2) 8670520231 2138728323 6994219653 1791907514 450 (3) 0982658959 5375722543 3526011560 6936416184 971
	179	(0) 0055865921 7877094972 0670391061 4525139664 8044692737 4301675977 6536312849 1620111731 8435754189 9441340782 1229050279 3296089385 4748603351 9553072625 6983240223 4636871508 3798882681 56424581
	181	(0) 0055248618 7845303867 4033149171 2707182320 4419889502 7624309392 2651933701 6574585635 3591160220 9944751381 2154696132 5966850828 7292817679 5580110497 2375690607 7348066298 3425414364 6408839779
157	191	(0) 0052356020 9424083769 6335078534 0314136125 6544502617 8010471204 1884816753 9267015706 8062827225 13089 (1) 8219895287 9581151832 4607329842 9319371727 7486910994 7643979057 5916230366 4921465968 5863874345 54973
	193	(0) 0051813471 5025906735 7512953367 8756476683 9378238341 9689119170 9844559585 4922279792 7461139896 3730569948 1865284974 0932642487 0466321243 5233160621 7616580310 8808290155 4404145077 7202072538 8601036269 43
73	197	(0) 0050761421 3197969543 1472081218 2741116751 2690355329 9492385786 8020304568 5279187817 2588832487 30964467 (1) 3705583756 3451776649 7461928934 0101522842 6395939086 2944162436 5482233502 5380710659 8984771573 60406091
127	199	(0) 0050251256 2814070351 7587939698 4924623115 5778894472 3618090452 2613065326 6331658291 4572864321 608040201 (1) 6381909547 7386934673 3668341708 5427135678 3919597989 9497487437 1859296482 4120603015 0753768844 221105527

r	N	
7	**211**	(0) 0047393364 9289099526 0663507109 — (1) 0331753554 5023696682 4644549763 (2) 2322274881 5165876777 2511848341 — (3) 6255924170 6161137440 7582938388 (4) 3791469194 3127962085 3080568720 — (5) 6540284360 1895734597 1563981042 (6) 5781990521 3270142180 0947867298
	223	(0) 0044843049 3273542600 8968609865 4708520179 3721973094 1704035874 4394618834 0807174887 8923766816 1434977578 4753363228 6995515695 0672645739 9103139013 4529147982 0627802690 5829596412 5560538116 5919282511 2107623318 3856502242 1524663677 13
163	**227**	(0) 0044052863 4361233480 1762114537 4449339207 0484581497 7973568281 9383259911 8942731277 5330396475 7709251101 3215859030 837 (1) 7180616740 0881057268 7224669603 5242290748 8986784140 9691629955 9471365638 7665198237 8854625550 6607929515 4185022026 431
	229	(9) 0043668122 2707423580 7860262008 7336244541 4847161572 0524017467 2489082969 4323144104 8034934497 8165938864 6288209606 9868995633 1877729257 641 213973 7991266375 5458515283 8427947598 2532751091 7030567685 5895196506 5502183406 1135371179 03930131
	233	(0) 0042918454 9356223175 9656652360 5150214592 2746781115 8798283261 8025751072 9613733905 5795991416 3090128755 3648068669 5278979957 0815450643 7768240343 3476394849 7854077253 2188841201 7167381974 2489270386 2660944206 0085836909 8712446351 9313304721 03
35	**239**	(0) 0041841 — (1) 1464435 — (2) 1255230 — (3) 3933054 — (4) 7656903 — (5) 7991631 (6) 9707112 — (7) 9748953 — (8) 1213389 — (9) 2468619 — (10) 6401673 — (11) 4058577 (12) 2050209 — (13) 1757322 — (14) 1506276 — (15) 2719665 — (16) 5188284 — (17) 1589958 (18) 5648535 — (19) 7698744 — (20) 9456066 — (21) 0962343 — (22) 3682008 — (23) 8870292 (24) 0460251 — (25) 6108786 — (26) 3807531 — (27) 3263598 — (28) 4225941 — (29) 7907949 (30) 6778242 — (31) 7238493 — (32) 3347280 — (33) 7154811
14	**241**	(0) 0041493775 9336099585 0622406639 — (1) 0580912863 0705394190 8713692946 (2) 8132780082 9875518672 1991701244 — (3) 3858921161 8257261410 7883817427 (4) 4024896265 5601659751 0373443983 — (5) 6348547717 8423236514 5228215767 (6) 8879668049 7925311203 3195020746 — (7) 4315352697 0954356846 4730290456
65	**243**	(0) 0041152263 3744855967 0781893 — (1) 2674897119 3415637860 0823045 (2) 3868312757 2016460905 3497942 — (3) 1440329218 1069958847 7366255 (4) 3621399176 9547325102 8806584 — (5) 5390946502 0576131687 2427983
111	**251**	(0) 0039840637 4501992031 8725099601 5936254980 0796812749 (1) 4422310756 9721115537 8486055776 8924302788 8446215139 (2) 0876494023 9043824701 1952191235 0597609561 7529880478 (3) 7290836653 3864541832 6693227091 6334661354 5816733067 (4) 9282868525 8964143426 2948207171 3147410358 5657370517
	257	(0) 0038910505 8365758754 8638132295 7198443579 7665369649 8054474708 1712062256 8093385214 0077821011 6731517509 7276264591 4396887159 5330739299 6108949416 3424124513 6186770428 0155642023 3463035019 4552529182 8793774319 0661478599 2217898832 6848249027 2373540856 0311284046 692607
	263	(0) 0038022813 6882129277 5665399239 5437262357 4144486692 0152091254 7528517110 2661596958 1749049429 6577946768 0608365019 0114068441 0646387832 6996197718 6311787072 2433460076 0456273764 2585551330 7984790874 5247148288 9733840304 1825095057 0342205323 1939163498 0988593155 8935361216 73
	269	(0) 0037174721 1895910780 6691449814 1263940520 4460966542 7509293680 2973977695 1672862453 5315985130 1115241635 6877323420 0743494423 7918215613 3828996282 5278810408 9219330855 0185873605 9479553903 3457249070 6319702602 2304832713 7546468401 4869888475 8364312267 6579925650 5576208178 43866171
6	**271**	(0) 00369 — (1) 02214 — (2) 13284 — (3) 79704 — (4) 78228 — (5) 69372 — (6) 16236 (7) 97416 — (8) 84501 — (9) 07011 — (10) 42066 — (11) 52398 — (12) 14391 — (13) 86346 (14) 18081 — (15) 08487 — (16) 50922 — (17) 05535 — (18) 33210 — (19) 99261 — (20) 95571 (21) 73431 — (22) 40590 — (23) 43542 — (24) 61254 — (25) 67527 — (26) 05166 — (27) 30996 (28) 85977 — (29) 15867 — (30) 95202 — (31) 71217 — (32) 27306 — (33) 63837 — (34) 83025 (35) 98154 — (36) 88929 — (37) 33579 — (38) 01476 — (39) 08856 — (40) 53136 — (41) 18819 (42) 12915 — (43) 77490 — (44) 64944 — (45) 89667 — (46) 38007 — (47) 28044 — (48) 68265 (49) 09594 — (50) 57564 — (51) 45387 — (52) 72344 — (53) 33948
80	**277**	(0) 0036101083 0324909747 2924187725 6317689530 6859205776 1732851985 539566787 (1) 2888086642 5992779783 3935018050 5415162454 8736462093 8628158844 765342960 (2) 1046931407 9422382671 4801444043 3212996389 8916967509 0252707581 227436823 (3) 3754512635 3790613718 4115523465 7039711191 3357400722 0216606498 194945848

r	N	
54	281	(0) 0035587188 6120996441 28113879 — (1) 1921708185 0533807829 18149466
		(2) 3772241992 8825622775 800 1174 — (3) 3701067615 6583629893 23843416
		(4) 9857651245 5516014234 87544483 — (5) 2313167259 7864768683 27402135
		(6) 4911032028 4697508896 79715302 — (7) 5195729537 3665480427 04626334
		(8) 0569395017 7935943060 49822064 — (9) 0747330960 8540925266 90391459
259	283	(0) 0035335689 0459363957 5971731448 7632508833 9222614840 9893992932 8621908127
		2084805653 7102473498 2332155477 0318091201 4134275618 3745583038 8692579505 3
		(1) 9151943462 8975265017 6678445229 6819787985 8657243816 2544169611 3074204946
		9964664310 9540636042 4028268551 2367491166 0777385159 0106007067 1378091872 7
	289	(0) 0034602076 1245674740 4844290657 4394463667 8200692041 5224913494 8096885813
		1487889273 3564013840 8304498269 8961937716 2629757785 4671230276 8166089965
		3979238754 3252595155 7093425605 5363321799 3079584775 0865051903 1141868512
		1107266435 9861591695 5017301038 0622837370 2422145328 7197231833 91
89	293	(0) 0034129692 8327645051 1945392491 4675767918 0887372013 6518771331 0580204778
		1569965870 3071672354 9488054607 5085324232 0819112627 9863481228 6689419795 221843
		(1) 3037542662 1160409556 3139931740 6143344709 8976109215 0170648464 1638225255
		9726962457 3378839590 4436860068 2593856655 2901023890 7849829351 5358361774 744027
138	307	(0) 0032573289 9022801302 9315960912 0521172638 4364820846 9055374592 8338762214
		9837133550 4885993485 3420195439 7394136807 8175895765 4723127035 8306188925
		0814332247 557
		(1) 4495114006 5146579804 5602605863 1921824104 2345276872 9641693811 0749185667
		7524429967 4267100977 1986970684 0390879478 8273615635 1791530944 6254071661
		2377850162 866
258	311	(0) 0032154340 8360128617 3633440514 4694533762 0578778135 0482315112 5401929260
		4501607717 0418006430 8681672025 7234726688 1028938906 7524115755 6270096463
		0225080385 85209
		(1) 8295819935 6913183279 7427652733 1189710610 9324758842 4437299035 3697749196
		1414790996 7845659163 9871382636 6559485530 5466237942 1221864951 7684887459
		8070739549 83922
	313	(0) 0031948881 7891373801 9169329073 4824281150 1597444089 4568690095 8466453674
		1214057507 9872204472 8434504792 3322683706 0702875399 3610223642 1725239616
		6134185303 5143769968 0511182108 6261980830 6709265175 7188498402 5559105431
		3099041533 5463258785 9424920127 7955271565 4952076677 3162939297 1246006389
		7763578274 7603833865 8146964856 23
71	317	(0) 0031545741 3249211356 4668769716 0883280757 0977917981 0725552050 4731861198
		738170347
		(1) 2239747634 0694006309 1482649842 2712933753 9432176656 1514195583 5962145110
		410094637
		(2) 9022082018 9274447949 5268138801 2618296529 9684542586 7507886435 3312302839
		116719242
		(3) 0567823343 8485804416 4037854889 5899053627 7602523659 3059936908 5173501577
		287066246
37	331	(0) 0030211480 3625377643 5045317220 5438066465 2567975830 8157099697 8851963746
		2235649546 8277946619 3353474320 2416918429
		(1) 1117824773 4138972809 6676737160 1208459214 5015105740 1812688821 7522658610
		2719033232 6283987915 4078549848 9425981873
		(2) 1359516616 3141993957 7039274924 4712990936 5558912386 7069486404 8338368580
		0604229607 2507552870 0906344410 8761329305
	337	(0) 0029673590 5044510385 7566765578 6331048367 9525222551 9287833827 8931750741
		8397626112 7596439169 1394658753 7091988130 5637982195 8456973293 7685459940
		6528189910 9792284866 4688427299 7032640949 5548961424 3328442136 4985163204
		7477744807 1216617210 6824925816 0237388724 0356083086 0534124629 0801186943
		6201780415 4302670623 1454005934 7181008902 0771513353 115727
	343	(0) 0029154518 9504373177 8425655976 6763848396 5014577259 4752186588 9212827988
		3381924198 2507288629 7376093294 4606413994 1690962099 1253644314 8688046647
		2303206997 0845481049 5626822157 4344023323 6151603498 5422740524 7813411078
		7172011661 8075801749 2711370262 3906705539 3586005830 9037900874 6355685131
		1953352769 6793
125	347	(0) 0028818443 8040345821 3256484149 8559077809 7982708933 7175792507 2046109510
		0864553314 1210374639 7694524495 6772334293 9481268011 5273775216 1383285302
		5936599423 6311239193 0835734870 317
		(1) 3602305475 5043227665 7060518731 9884726224 7838616714 6974068400 5763688760
		8069164265 1296829971 1815561959 6541786743 5158501440 9221902017 2910662824
		2074927953 8904899135 4466858789 625

OBSERVATIONS

SUR LA

PHILOSOPHIE DES SCIENCES

PAR A. BAUDRIMONT

INTRODUCTION.

A notre époque, où tant de faits s'accumulent, où de nouvelles théories se produisent, il y a un véritable intérêt à les analyser, à les comparer, à les considérer dans leur ensemble, à en rechercher l'origine et à porter dans cette étude les lumières d'une saine philosophie pour nous en rendre un compte aussi exact que possible et connaître les limites de la confiance que nous pouvons leur accorder.

Cette étude comparative, pour ne point laisser de lacune regrettable, devra comprendre l'ensemble des sciences naturelles. Nous devrons la pousser aussi loin que possible, sans cependant trop nous écarter du domaine des sciences physiques proprement dites. C'est ainsi que nous éviterons ces dénombrements imparfaits qui laissent toujours quelque doute dans l'esprit de ceux qui étudient sérieusement les sciences.

Par sciences naturelles, nous entendons toutes celles qui ont la nature pour objet : l'astronomie, la géologie, la botanique et la zoologie, mais aussi la physique générale, qui comprend la physique proprement dite et la chimie.

La science est la *Connaissance* de ce qui *Est*.

Être et *connaître* exigent le concours de la nature, qui présente les êtres à observer, et celui de l'homme, qui les observe.

Pour étudier convenablement les sciences, il importe donc, non seulement d'étudier la nature, mais aussi d'étudier l'homme, de voir comment il intervient dans leur formation, et quelle part peut y avoir son intelligence.

La philosophie a principalement pour but, au moins pour le cas que nous nous proposons d'examiner ici, d'étudier l'intelligence humaine, d'en analyser les facultés, d'apprécier ses opérations et d'user de sa plus haute prérogative en jugeant l'intelligence par elle-même.

En laissant de côté les sens qui mettent l'homme en rapport avec le monde extérieur, nous trouvons que les principales facultés intellectuelles qui interviennent dans la constitution des sciences consistent non seulement à connaître, mais à comparer les êtres et les phénomènes, à saisir les rapports ou les différences qui existent entre eux, à les coordonner et à tirer de ces premières observations des conséquences de plus en plus générales, jusqu'à la déduction des lois naturelles; lois qui, dans les sciences physiques, prennent une forme mathématique qui est tout à la fois un témoignage de leur simplicité et de leur rigoureuse exactitude. Enfin, les faits sont reliés entre eux par quelque point commun à tous, et l'on crée ainsi ce que l'on nomme une *théorie*. Cependant, là ne se bornent pas les opérations intellectuelles : l'homme s'efforce de remonter aux causes des faits qu'il observe, et, de plus, il possède la faculté d'inventer.

Après l'étude physique ou directe, après l'examen par les sens, viennent les opérations purement intellectuelles. Parmi ces dernières, il en est une qui joue un rôle considérable dans les sciences : c'est *l'abstraction*. Soit que l'homme, par sa nature, se trouve contraint à en faire usage, soit qu'elle lui inspire une grande confiance par suite des résultats qu'elle a donnés, elle intervient dans l'institution de toutes les sciences.

DE L'ABSTRACTION.

Son utilité et ses inconvénients.

L'abstraction est cette faculté qui permet à l'homme de séparer les éléments d'un tout pour n'en considérer qu'une partie. Par exemple, elle permet de *séparer* les corps des propriétés les plus

générales qui leur appartiennent et de considérer *séparément* la matière et les phénomènes. Cette faculté est due à l'unité de l'intelligence humaine, qui ne peut s'occuper de plusieurs choses à la fois; elle conduit aux créations les plus merveilleuses de l'esprit humain, à celle des sciences mathématiques, par exemple; mais elle a aussi donné naissance à des erreurs considérables dont il importe de connaître l'origine, afin de se mettre en garde contre elles et de les repousser loin de nous; elle nous trompe sans cesse, elle crée des êtres qui ne peuvent exister par eux-mêmes, elle a matérialisé les phénomènes et va jusqu'à donner naissance à des sectes qui ne devraient point exister et qui, par le contraste qu'elles offrent et les discussions qu'elles ont fait naître, sont loin de placer la philosophie au rang élevé qu'elle doit occuper.

L'étude des sciences a principalement pour but de connaître la vérité, de voir les choses telles qu'elles sont et de les apprécier à leur valeur réelle; il est donc utile et convenable de les analyser, de les reconstituer et de les soumettre à un examen sévère qui nous permette d'en avoir une idée nette et précise.

Un examen rigoureux de la nature et de la constitution des sciences est donc indispensable pour atteindre ce but.

ORIGINE, DÉVELOPPEMENT ET CONSTITUTION DES SCIENCES.

En 1843, Ampère a publié un ouvrage éminemment remarquable sur la philosophie des sciences. Il y expose que les sciences se forment exactement dans l'ordre selon lequel l'homme acquier des connaissances à mesure qu'il grandit et que son intelligence s'enrichit et se perfectionne. Au premier degré, les faits sont observés; puis, lorsqu'il y en a un nombre suffisant, ils sont généralisés; mais ce point de vue, qu'il nomme *autoptique*, est insuffisant : en tout il y a des inconnues, des causes premières à rechercher, et la science prend alors un caractère *cryptologique*.

Ampère distingue quatre degrés dans les sciences, mais les deux qui précèdent sont les seuls très évidents, et ils suffisent pour en faire comprendre la constitution (1).

(1) V. note I.

Lorsque les faits ont été bien observés, le point de vue autoptique conduit rarement à l'erreur; mais il n'en est pas de même du point de vue cryptologique. Quand il s'agit de déduire les causes cachées des effets que nous observons, il peut arriver qu'une foule d'erreurs viennent prendre la place de la vérité.

Les principes généraux et éternels qui servent de base à la raison humaine dominent tous les faits qui s'accomplissent dans la nature, et la logique elle-même n'en est que la conséquence inévitable. C'est ainsi que les faits qui entrent dans la constitution des sciences sont découverts et observés dans un ordre logique et imperturbable; ils ne peuvent apparaître que dans des conditions déterminées, et lorsque leur avénement, si l'on peut s'exprimer ainsi, a été préparé d'avance et quelquefois par le concours d'un grand nombre d'hommes : la poudre n'a pu être trouvée avant le salpêtre; le télégraphe électrique n'a pu être réalisé que lorsque tous les éléments qui lui ont donné naissance étaient connus et suffisamment étudiés. C'est parce que l'on a trouvé un fait que l'on est conduit à en découvrir un autre. Cette marche lente et pénible de la science n'est pas moins une de ses plus sûres garanties. Dans la recherche de la vérité, on est contraint de suivre la méthode qui a permis de créer la géométrie élémentaire : il faut un théorème antérieur pour arriver à un théorème nouveau. C'est par la connaissance de tous ces procédés de l'intelligence, de toutse ces méthodes d'investigation que nous pouvons nous mettre en garde contre les erreurs et marcher d'un pas assuré dans l'étude des sciences.

Les bases de nos raisonnements varient selon les sciences que nous considérons. Dans les sciences mathématiques, on établit des définitions fort simples, qui sont l'unique point de départ sur lequel on s'appuie pour les développer entièrement; quelquefois on fait usage de conventions, on s'en sert au moins pour établir des hypothèses; mais dans les sciences naturelles, les raisonnements sont appuyés sur des faits qui sont représentés par les êtres ou par leurs actes. Les faits, une fois bien connus et bien appréciés, ont une très grande valeur. Ainsi qu'on le dit communément, *rien n'est plus brutal qu'un fait*. Il arrive quelquefois qu'un seul fait renverse les théories les plus lumineuses : c'est ainsi qu'un clou de fauteuil, fixé à l'extrémité d'un bouchon et donnant

de la chaleur par le frottement, suffit pour renverser la théorie du calorique.

La coordination des faits, leur enchaînement, est donc une des parties les plus importantes des sciences; c'est elle qui conduit aux théories et qui rend l'enseignement lucide et profitable.

Pour l'étude des sciences cryptologiques, la raison n'a plus les mêmes bases pour appuyer ses opérations. Les faits sont fort nombreux, et quelque soin que l'on ait pris de les coordonner, de généraliser ce qu'ils ont de commun, on sent bientôt qu'ils font défaut. Les hypothèses sont dangereuses. Les définitions appliquées aux sciences naturelles proprement dites n'ont pas la moindre valeur. Que peuvent-elles lorsqu'on les applique à des faits dont l'existence n'est que soupçonnée? Quitter le domaine autoptique pour entrer dans le domaine cryptologique, c'est chercher à deviner ce qui est contenu dans un coffre hermétiquement fermé; c'est quitter un monde éclairé par la lumière du soleil pour pénétrer dans un lieu complètement obscur; c'est enfin renoncer aux sens extérieurs pour ne s'en rapporter qu'aux opérations de l'intelligence.

Il y a donc dans la partie cryptologique des sciences un véritable danger, et nous devons nous entourer des plus grandes précautions pour y échapper.

Il est encore un double point de vue auquel les corps peuvent être considérés. Ces deux points de vue découlent immédiatement de l'abstraction. Tantôt, en mettant de côté toute espèce de mouvement ou d'activité, on ne recherche en eux que la forme, les rapports de situation, de couleur, de grandeur et de poids des parties qui les constituent. C'est *l'état statique* qui a donné naissance à la cosmographie, à la géologie stratigraphique, à la cristallographie géométrique, à l'anatomie des êtres organiques. L'état *cinématique,* au contraire, étudie les mouvements et les phénomènes; c'est à cette partie qu'appartiennent la cosmogénie, la géogénie, la biologie et tous les phénomènes qui sont l'objet des études des physiciens et des chimistes.

Ainsi qu'on le voit, cette partie comprend les êtres d'une part et les phénomènes d'autre part. Au moins, c'est ce que je vais m'efforcer de démontrer.

CONSTITUTION DES CORPS DÉDUITE DE LEURS PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES.

Faisons maintenant l'application des principes qui viennent d'être exposés à l'étude générale de la constitution des corps et des phénomènes qu'ils présentent.

Je n'ai point ici l'intention d'examiner en détail les propriétés générales des corps, mais de les signaler dans l'ordre qui paraît le plus convenable pour en déduire des conséquences utiles. Nous en ferons d'abord l'étude statique, puis l'étude cinématique.

Au point de vue autoptique, nous trouvons que les corps sont étendus sous trois dimensions, qu'ils ont une forme, qu'ils sont excessivement divisibles et qu'ils ne sont que des assemblages destructibles soit mécaniquement, soit chimiquement lorsqu'ils ne font point partie des éléments de notre époque; qu'ils sont pesants, compressibles et dilatables, et qu'ils sont élastiques.

Au point de vue cryptologique, plusieurs hypothèses ont été faites sur la constitution des corps; l'une d'elles, due à Leucippe, philosophe qui vivait dans le ve siècle qui a précédé notre ère, a supporté l'épreuve du temps et est encore la seule aujourd'hui qui suffise à tous les besoins. Cela est-il dû à un défaut de notre intelligence? Cela vient-il de ce que nos connaissances ne sont point assez parfaites pour mieux faire? Enfin, est-ce dû à ce que cette théorie représente la vérité? Quoi qu'il en soit, nous devons reconnaître que nulle autre n'a pu lui être substituée.

Leucippe admettait que les corps sont formés de très petites parties qu'il a nommées atomes, c'est-à-dire indivisibles, et que l'agglomération des atomes pouvait reproduire tous les corps observés dans l'univers. L'étude des sciences a conduit à créer de nouveaux noms pour désigner des groupes particuliers d'atomes : tels sont les mots *molécule, particule, corpuscule*. Pendant longtemps, le sens précis de ces mots n'a point été arrêté, et on les considérait comme des synonymes; mais aujourd'hui, le sens en est fixé et ne pourra plus varier. Ampère a défini la molécule un assemblage déterminé d'atomes qui échappe à l'observation directe aussi bien que ces derniers, et par *particule* il a entendu la plus petite partie d'un corps, qu'il est possible d'obtenir sans en détruire la nature

chimique. Pour nous, corpuscule sera un nom collectif qui conviendra aussi bien à l'atome qu'aux divers groupes atomiques.

Pour ce philosophe, les particules d'un corps solide sont solides, celles des liquides sont liquides, et celles des gaz sont gazeuses.

Ces différents ordres de corpuscules ne suffisent point pour représenter tous les éléments constitutifs des corps, et je vais essayer de démontrer qu'entre la molécule et l'atome, il y a des groupes intra-moléculaires de divers ordres auxquels il est indispensable de donner des noms. Par la raison que ces faits appartiennent à l'ordre cryptologique, nous ne pouvons avoir la certitude que nous connaissons d'une manière précise la constitution réelle des petits systèmes mécaniques qui forment les molécules. Mais si nous ne connaissons point cette constitution d'une manière certaine, nous pouvons affirmer que des molécules de natures différentes sont constituées de la même manière, quelle que soit cette manière, lorsque leurs propriétés fondamentales, les analogies les plus profondes et les fonctions chimiques qu'elles remplissent sont du même ordre et si, finalement en se réunissant, elles donnent naissance à des cristaux du même système.

Cependant, cette dernière propriété, quoique ayant une grande valeur, n'est pas absolue, parce qu'un même corps peut affecter des formes essentiellement différentes, et qu'à plus forte raison deux corps différents peuvent se trouver dans ce cas. Enfin, elle manque complètement pour les corps liquides et gazeux, et cependant on peut avec assurance les réunir et les grouper d'après leur constitution.

Les lois de Gay-Lussac, qui nous apprennent qu'il existe un rapport simple entre les volumes des fluides élastiques qui se combinent et ceux qui résultent de leur combinaison, jointes à la loi d'Avogadro ou d'Ampère, qui nous permet de substituer les molécules aux volumes, nous apprennent qu'un volume d'hydrogène et un volume de chlore s'unissent sans condensation : il en résulte, par conséquent, deux volumes de gaz chlorhydrique. D'où nous pouvons conclure qu'une molécule d'hydrogène et une molécule de chlore donnent deux molécules d'acide chlorhydrique, contenant chacune une demi-molécule des éléments qui les forment. Or, si nous supposons que les molécules d'hydrogène et de chlore soient

formées chacune de huit parties, situées dans l'espace comme les huit angles d'un cube, les molécules d'acide chlorhydrique seront représentées par deux solides, pénétrés et formés chacun de quatre parties de chlore et de quatre parties d'hydrogène, disposées dans l'espace comme les quatre angles du tétraèdre régulier, les deux tétraèdres étant réunis de manière à ce que leurs *centres d'activité se confondent en un seul* (1). Le cyanogène étant constitué comme le chlore, il en résultera qu'à quatre des angles solides qui représentent l'acide cyanhydrique, il y aura du cyanogène, corps composé de carbone et d'azote, remplaçant un élément chimique. Il y a donc dans les molécules des groupes secondaires qui sont composés.

Indépendamment de l'exemple qui vient d'être donné, il résulte de faits bien constatés, et qui ne peuvent laisser aucun doute dans l'esprit, que des corps composés remplissent exactement les mêmes fonctions chimiques que des corps élémentaires, et que des corps composés, quoique renfermant des nombres très différents de parties constituantes, peuvent jouer des rôles *semblables* dans les combinaisons, c'est-à-dire qu'ils peuvent être substitués les uns aux autres sans que le type moléculaire fondamental dans lequel ils entrent en soit changé. Ce point de vue est tellement général, il a fait faire des progrès si considérables à la chimie organique, que nul n'oserait le mettre en doute.

On reconnaît généralement que les composés organiques dont le nom est terminé en *yle* (*somatyles* B') se comportent comme des éléments chimiques comparables aux métaux, et l'on peut dire qu'il en existe même plusieurs ordres qui se rapportent aux diverses séries des métaux, tels que les natroïdes, les calcoïdes et les platinoïdes.

Si les alcaloïdes ont la même constitution que l'ammoniaque, ainsi que je l'ai annoncé dès l'année 1846 (2), la formule de l'ammoniaque étant $A\ H_3$ ou $A\ H\ H\ H$; si Φ est un azotoïde quel-

(1) Je donne le nom de centre d'activité à ce que l'on appelle improprement le centre de gravité de la molécule, car ce n'est point la gravitation qui les réunit.

(2) Voir dans mon *Traité de Chimie*, t. II, p. 784, et la note 2 placée à la fin de cet article.

conque (1), tous les alcaloïdes peuvent être représentés par Φ D M R — D, M, R étant de l'hydrogène ou un méal organique.

Cette formule générale, qui a été l'origine de travaux importants qui en ont donné la complète vérification, ne permet pas de douter que tous ces groupes H, D, M, R ne puissent être substitués les uns aux autres sans changer le type de la molécule dans laquelle ils entrent, et que, par conséquent, non-seulement ils sont constitués de la même manière (2), mais que la molécule, type des alcaloïdes, est toujours la même. Ainsi, l'on voit que tous les alcaloïdes ont une même constitution; ce qui permet de comprendre que tous soient caractérisés par un rôle chimique semblable et que tous s'unissent aux acides pour former des sels.

Cela va si loin, que l'on peut dire que, comme les sels ammoniacaux, tous les sels alcaloïdiques peuvent être formés par l'union directe d'un alcaloïde et d'un hydracide, ou que lorsqu'ils se combinent aux acides oxygénés, un équivalent d'eau doit entrer dans leur constitution, faits qui sont complètement et dès longtemps vérifiés, pour le premier cas surtout, puisque M. Liebig a proposé d'employer l'union directe des alcaloïdes et du gaz chlorhydrique pour déterminer l'équivalent de ces sortes de corps avant même que leur constitution fût connue.

Il y a longtemps que j'enseigne que la théorie des types n'exclut pas celle des radicaux, et l'on va voir qu'il découle de ce rapprochement, que des systèmes secondaires, très distincts les uns des autres, peuvent se remplacer mutuellement dans les combinaisons sans en changer le type, et que ces systèmes secondaires représentent autant de sous-groupements qui entrent dans la constitution des molécules.

Si l'on classe les corps homologues des séries n (C H) en colonnes verticales, de telle manière que celles qui appartiennent au même

(1) Les azotoïdes sont l'azote, le phosphore, l'arsenic, l'antimoine et le bismuth.

(2) J'entends par constitués de la même manière, qu'ils sont formés d'un égal nombre de parties immédiates, occupant les mêmes positions relatives dans l'espace. Ces parties peuvent d'ailleurs être très différentes les unes des autres par le nombre des éléments mécaniques qui les constituent. Ce sont ces corps que j'ai nommés *isotomiques*. (Voir mon *Traité de Chimie*, t. I, p. 15.)

type 2 (C H), 4 (C H), 6 (C H)..... forment des lignes horizontales, on reconnaît immédiatement que si tous les composés d'une même série horizontale appartiennent à un même radical, ainsi que cela résulte de la construction même du tableau, tous les composés homologues d'une série verticale appartienneut au même type, et que, par conséquent, ils sont tous constitués de la même manière; que cette similitude de constitution que nous déduisons de leurs fonctions chimiques paraît bien fondée; que c'est elle qui permet de reconnaître les analogies les plus profondes; que c'est elle qui guide le chimiste dans ses recherches, et que c'est à elle enfin que l'on doit les immenses progrès que la chimie organique a faits pendant un nombre d'années relativement très restreint, quand on compare cette science aux autres sciences (1).

Or, s'il en est ainsi, il faut reconnaître que tous les composés homologues sont formés d'un même nombre de parties immédiates, disposées de la même manière dans l'espace, d'où nous devons conclure que des groupes sous-moléculaires très différents les uns des autres peuvent se remplacer dans les combinaisons, qu'ils y jouent des rôles semblables, et que, par conséquent, il existe des *groupes spéciaux entre les molécules et les atomes*. C'est à ces groupes que j'ai donné le nom de *Mérons* (2).

Si l'on admettait, comme cela est éminemment probable, que les prétendus corps simples sont composés, aussi bien l'hydrogène que les autres corps, il faudrait reconnaître des éléments pénétrés dans les mérons, et l'on serait obligé d'admettre encore des composés d'un ordre plus inférieur avant d'arriver aux atomes.

Lorsqu'on laisse tomber une goutte de mercure ou lorsqu'on la comprime par le choc, elle se divise en gouttelettes dont la forme approche d'autant plus de celle d'une sphère qu'elles sont plus petites. Lorsque l'on jette de l'eau sur un corps recouvert de poussière, elle se divise aussi en parties plus ou moins sphériques.

(1) J'enseigne la chimie organique selon les principes qui viennent d'être exposés depuis que je suis professeur à la Faculté des sciences de Bordeaux (1848.

(2) De Μέρος, partie. V. la note rédigée à l'occasion du congrès de chimistes qui a siégé à Carlsruhe, en 1863. *Mémoire de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, p. 125-126. V. aussi mon *Traité de Chimie*, t. I, p. 21 et 147.

Lorsque l'on triture de l'huile avec un liquide très épais et très visqueux, tel qu'on peut l'obtenir avec parties égales d'eau et de gomme du Sénégal, elle se divise aussi très fortement; si le mélange est étendu, il prend l'apparence du lait, et c'est pour cela qu'on l'a nommé *émulsion*. Si l'on examine cette émulsion à l'aide d'un bon microscope, on voit que l'huile est sous forme de très petits sphéroïdes qui demeurent suspendus dans le liquide. La forme sphérique ou sphéroïdale appartient donc aux liquides très divisés. Les plus petites parties que l'on pourrait obtenir ainsi seraient des particules selon la définition d'Ampère.

Ce mode de division et cette formation de globulins appartient donc à la nature anorganique.

Le beurre tenu en suspension dans le lait, dont il concourt à former la crème, lorsqu'il s'élève à sa surface par la différence de son poids spécifique, qui est moindre que celui de l'eau, doit donc avoir une même origine : c'est de la matière qui s'est divisée et a pris la forme voulue par l'ensemble de ses propriétés les plus intimes. Le *chyle* qui est extrait des aliments pendant l'acte de la digestion, qui circule dans des vaisseaux spéciaux, et notamment dans le canal thoracique, renferme des globules graisseux qui ont une même origine. Ce fluide se rendant directement dans le système veineux, qui charrie un sang d'une nature spéciale, on peut en conclure encore qu'il y a dans le sang des globules dont la forme est due à un acte purement anorganique.

L'albumine des œufs et celle du sang, la caséïne ou toute autre matière albuminoïde, ont l'apparence d'un fluide homogène; mais si on les coagule par l'alcool, on s'aperçoit immédiatement qu'il s'est formé un amas globulaire qui a l'apparence d'un réseau; si on y mêle une faible quantité d'eau de baryte, et si le mélange est très divisé et soumis à l'examen microscopique, on voit qu'il est formé de particules incolores et transparentes dont le diamètre peut être mesuré; j'ai trouvé ainsi que celui des globules de l'albumine du sang humain est de $0^{mm}005$, et que celui de l'albumine de l'œuf est de $0^{mm}006$.

Ne convient-il point d'admettre que la forme élémentaire de ces particules est uniquement due à l'activité propre des éléments des corps?

J'ai examiné tous les tissus végétaux et animaux, et tous je les

ai trouvés formés de particules de cet ordre. En 1831, j'ai observé la structure granulaire de la fécule, sans employer la lumière polarisée, et l'ai publiée en 1838. La pectine, les fibres ligneuses du chanvre, du lin, du coton et d'une foule d'autres végétaux, sont également formées de globules. Les membranes séreuses animales, le tissu osseux, le tissu cellulaire, l'épiderme, les cheveux, tous ces produits organiques sont formés de globules plus ou moins sphéroïdaux, plus ou moins déformés.

V. p. 288

Le globule est donc l'élément anatomique fondamental qui constitue les êtres organiques.

On admet généralement que l'élément organique fondamental des êtres vivants est une cellule; on a même été jusqu'à créer la théorie *cellulaire* (1); c'est là une erreur; ce n'est point une cellule, mais un globule qui est l'origine de tous les tissus organiques. Il n'y a point de cellule dans la fibre ligneuse; il n'y en a point non plus dans la fibre musculaire, et ce n'est qu'en abandonnant l'observation directe des faits et par une vue de l'esprit que l'on a pu être conduit à dire et à enseigner des choses que l'on a supposées, et dont rien ne démontre l'existence.

Ce n'est pas seulement chez les êtres vivants que l'on rencontre des particules de cet ordre : les silex, les agathes, l'hyalite, le soufre mou, et en général tous les corps qui se présentent sous un aspect gélatineux ou mucilagineux sont dans le même cas. Tels sont la gélatine, la colle, la pectine, l'empois, les gommes, les mucilages proprement dits (2).

Les globules du sang des animaux vertébrés sont plus compliqués que les précédents; ce sont de véritables cellules de forme variable, orbiculaire ou ellipsoïdale à deux ou trois axes, et renfermant en outre des noyaux de matière fortement colorée.

Tous les êtres *agames* se reproduisent par des *sporules* qui sont des cellules ovoïdes, ellipsoïdales ou réniformes; les germes primitifs des êtres sexués, végétaux et animaux, sont des ovules qui sont encore de véritables cellules devant être fécondées pour avoir une vie indépendante.

(1) On attribue généralement cette théorie aux Allemands. Je me borne à dire que tout le monde sait qu'elle est due à M. Raspail.

(2) V. mon *Traité de Chimie*, t. II, p. 433-434, et tous les prolégomènes, p. 842 à 850.

La vésicule primigéniale de l'œuf de la poule est remplie de granules que l'on rend évidents par l'addition de l'eau de baryte, et il est probable qu'il en est de même de toutes les autres vésicules animales qui représentent l'ovule primitif, fondamental, que l'on rencontre chez tous les êtres de ce règne, depuis la spongile et les coraux, qui sont les plus inférieurs, jusqu'à la femme, qui est le plus élevé de la création terrestre.

Ce sont les forces de la nature inanimée qui produisent le globule, qui est l'élément fondamental des êtres organisés, mais c'est sous l'influence de la vie que les globules s'arrangent pour former des fibres, des membranes, des cellules, et que ces nouveaux éléments s'agrègent pour produire des organes aptes à remplir des fonctions spéciales.

Mais il faut craindre d'abuser de l'abstraction. Ne faisons pas de la vie un être à part, ayant une existence indépendante de la matière à laquelle elle est forcément inhérente; ce serait une erreur. De même que l'on ne voit point de phénomène qui n'ait une origine matérielle, de même la vie, qui est entièrement phénoménale, ne s'est jamais montrée à nous indépendamment des corps qui la recèlent. On voit des corps privés de la vie; mais la vie échappe à notre observation; elle est un être abstrait, comme la chaleur, la lumière et l'électricité.

Tous les êtres vivants sont pesants; en eux et par eux s'accomplissent des phénomènes mécaniques, physiques et chimiques; mais, de plus, ils présentent des phénomènes organiques que l'on comprend très bien ne pouvoir exister chez un être inanimé. Leur structure spéciale, leur mode de formation et d'accroissement exigent qu'il en soit ainsi.

Une simple cellule possède toutes les propriétés qui viennent d'être indiquées, mais, de plus, elle est perméable; elle est susceptible d'éprouver des phénomènes d'endosmose et d'exosmose; elle est traversée par des fluides tenant des gaz en dissolution; il s'accomplit en elle des phénomènes chimiques; elle se nourrit, elle se régénère. Voilà la vie dans sa plus simple expression. Mais quelle différence quand les cellules s'assemblent, quand elles s'ajoutent des granules ou quand il s'en produit à leur intérieur, quand les diverses fonctions qui les caractérisent se séparent et se localisent dans des organes spéciaux : la force dans les muscles, la sensibi-

lité dans un système nerveux, si simple qu'il soit, la mémoire, l'intelligence et la volonté dans un cerveau.

Il y a si loin de l'animal au cristal, au liquide, au fluide élastique, qu'il est presque impossible de les comparer; cependant, en les prenant à leur origine, on peut en suivre la filiation et s'en faire une idée.

Aujourd'hui, les sciences naturelles sont dans une mauvaise voie. On veut détruire l'unité du règne animal, et, pour flatter l'ignorance et l'orgueil de l'homme, on en fait un être à part, d'une essence presque divine.

Hélas! combien d'actes immondes, combien de douleurs physiques et morales, combien de grands événements politiques et sociaux qui s'accomplissent autour de nous viennent à chaque instant nous rappeler à nous-mêmes et nous faire comprendre que nous insultons la divinité!

Les animalcules, les infusoires sont souvent de simples amas de globules, disposés, il est vrai, d'une manière déterminée; malgré cela, on ne peut les considérer comme des êtres primordiaux, puisqu'ils se forment aux dépens de la matière organique qui proviendrait d'êtres qui leur seraient antérieurs [1].

Par les considérations qui précèdent, nous sommes conduits à admettre qu'il existe des groupes atomiques entre les atomes proprement dits et les molécules. Cette distinction est de la plus haute importance pour la statique comme pour la cinématique des éléments constitutifs des corps.

En résumé, nous devons reconnaître l'existence des atomes et celle de plusieurs groupes qu'ils forment, tels que les mérons, les molécules, les particules ou les globules; les fibres, les tissus et les cellules, que l'on ne rencontre que chez les êtres organiques.

Les atomes, considérés dans l'état statique, sont inertes; ce sont les véritables représentants de la *matière*. C'est d'eux que l'on peut dire qu'ils sont impénétrables et indestructibles. D'où l'on voit

[1] Cependant, je dois déclarer que j'ai observé de longs filaments et des cellules ovoïdes dans une dissolution d'acétate de soude. Ce sel avait d'abord été fondu, puis dissous dans l'eau bouillante et introduit dans un flacon en cristal qu'il remplissait complètement.

qu'il y a une grande différence entre les corps proprement dits et la matière. D'où il faut encore conclure que celle-ci échappe à notre observation directe, qu'elle est le résultat d'une abstraction et qu'elle ne peut avoir une existence indépendante. Telle qu'on la suppose généralement, elle ne formerait qu'une pulvicule inerte, dispersée dans l'espace, et qui n'aurait pu concourir à la formation d'aucun des êtres que nous observons dans l'univers et dont nous faisons nous-mêmes partie.

LES CORPUSCULES MATÉRIELS NE SE TOUCHENT POINT. ILS SONT ACTIFS PAR EUX-MÊMES.

Les corps et les parties qui les constituent, considérés au point de vue dynamique et cinématique, ont cela de remarquable qu'ils exercent des actions les uns sur les autres, et qu'ils exécutent des mouvements qui souvent, pour être imperceptibles, ne peuvent pas moins être rendus évidents.

La facilité avec laquelle les gaz se laissent comprimer est une preuve évidente que leurs molécules ne se touchent point. Le mercure qui pénètre dans l'or et dans l'argent pour s'y amalgamer démontre aussi que leurs molécules ne sont point en contact immédiat. Une foule de composés chimiques dont le poids spécifique est plus faible que le poids moyen qu'ils devraient avoir, d'après les poids spécifiques et la proportion des éléments qui les forment, sont dans le même cas.

La dilatation que les corps éprouvent par l'action de la chaleur et les contractions qu'ils présentent par le refroidissement donnent une preuve générale que les éléments qui les constituent ne se touchent point. Il faut donc qu'ils réagissent de manière à se tenir écartés les uns des autres.

D'une autre part, la lumière et la chaleur rayonnante qui traversent les vases de verre, dans lesquels on a opéré le vide pneumatique le plus parfait, donnent aussi la preuve qu'ils agissent en dehors du contact, car c'est ainsi qu'un corps lumineux en éclaire *un autre*, et que la chaleur peut, à distance, se transmettre d'un corps à *un autre*.

Les variations de température qui ont lieu incessamment démontrent que les éléments des corps vibrent continuellement

pour se maintenir dans un état d'équilibre auquel ils ne peuvent jamais parvenir.

Indépendamment de ces mouvements, qui sont incessants, il en est encore d'autres. On ne peut d'ailleurs nier l'activité des éléments constitutifs des corps, et il est facile de la démontrer par les réactions chimiques, qui les rendent très évidentes. Si l'on met en présence du gaz chlorhydrique et du gaz ammoniac, tous deux invisibles : à l'instant même, ils réagissent, leurs éléments se pénètrent, s'unissent, et il en résulte un corps blanc, solide, qui est le sel ammoniac. Que l'on jette du bicarbonate de soude dans un acide étendu d'eau, il se fait une vive effervescence, qui soulève le liquide comme l'ébullition la plus violente. Les produits de la réaction sont du sel marin et du gaz carbonique, qui donnent naissance à l'effervescence en abandonnant le composé solide dans lequel il était engagé.

Si l'on jette de l'antimoine en poudre dans du chlore, aussitôt ils s'unissent en dégageant une vive lumière. Le potassium projeté sur l'eau s'y enflamme et brûle avec violence.

Les corpuscules matériels possèdent donc une énergie extrême qui, quoique latente, se révèle instantanément quand on met en présence des corps susceptibles de s'unir chimiquement.

On ne peut douter que les corps ne recèlent en eux cette propension au mouvement et à l'activité. Un seul fait connu de tous suffirait pour le démontrer : la poudre renfermée dans le canon d'une arme, circonscrite de toutes parts, ne peut trouver qu'en elle-même la force énorme qu'elle développe lorsque l'on y met le feu ; le combustible, soufre et charbon, peut être déposé à côté du principe combusant, qui est l'oxygène du nitre ; mais aussitôt que le feu intervient, on peut dire aussitôt qu'une faible partie des éléments de la poudre est mise en combustion violente par une température élevée, les forces qui étaient comme enchaînées rompent leurs liens, la température s'élève subitement, un nouvel équilibre s'établit, et un projectile, masse pesante, peut être lancé avec une très grande vitesse. On sait très bien que ce n'est point l'étincelle qui a mis le feu à la poudre qui aurait pu produire cet effet. On sait très bien encore que le choc qui brise les liens qui enchaînent les parties constituantes des poudres fulminantes et leur permet de produire de si terribles effets, n'est qu'une faible fraction de la force

développée par ces parties mises en liberté, qui trouvent en elles-mêmes de quoi exercer une action assez puissante pour vaincre les obstacles qui paraissaient les plus résistants.

Ce qui a été dit précédemment de la formation des molécules de chlorure hydrique et de cyanure hydrique démontre que ce sont les éléments de ces molécules, mérons ou atomes qui se meuvent, se repoussent ou s'attirent et s'unissent dans les réactions chimiques.

PHÉNOMÈNES.

Fluides, agents naturels, forces.

Les principaux phénomènes que nous observons, et qui nous mettent en rapport avec les êtres ambiants, sont, indépendamment du contact apparent, la lumière et la chaleur, et, de plus, l'électricité et le magnétisme. La portée de notre intelligence et les nécessités du langage nous ont conduits à leur donner des noms abstraits. Les phénomènes sont considérés comme s'ils existaient par eux-mêmes et en dehors de toute source matérielle. A l'égard de ces manifestations naturelles, les plus grands physiciens, les plus profonds philosophes ont émis des opinions très diverses.

Si le développement et le perfectionnement des sciences naturelles, si la création des sciences expérimentales ont permis aux théories les plus disparates de se produire, on ne peut s'attendre à trouver des théories d'une grande valeur dans l'antiquité. Sans vouloir épuiser ce sujet, je crois cependant devoir rappeler ce qui est relatif aux croyances des Hébreux et des Grecs.

Moïse, qui a vécu dans le XVIe et le XVe siècle qui ont précédé notre ère, a écrit le *Pentateuque* qui forme les cinq premiers livres de la Bible. On ne lit pas sans étonnement, dans la Genèse, qui en est le commencement, que la lumière a été créée quatre jours avant le soleil et la lune.

Ou nous comprenons bien mal le mo *uaour,* que nous traduisons par *lumière,* ou bien il existait chez les Hébreux une croyance ou peut-être une théorie scientifique dont nous n'avons aucune idée.

On serait tenté de prendre ce passage au figuré, et d'entendre par là que Dieu fit le triage des éléments et les mit en ordre avant de procéder à leur arrangement définitif. Mais cela ne se peut, car dès ce moment ont commencé le our et la nuit.

Faut-il penser, comme l'abbé Latouche, que l'*aour* représente un agent universel qui serait la source de tous les phénomènes présentés par les êtres inanimés et vivants?

Notre atmosphère devenant éclatante lorsque le soleil est sur l'horizon, et produisant ce que nous appelons la *lumière diffuse,* cette lumière se voyant dans tout l'espace, et ne semblant pas émaner directement du soleil, puisqu'elle pénètre dans des lieux où il ne peut donner directement; les étoiles brillant au ciel sans éclairer d'une manière bien sensible, il est probable qu'*aour* correspond assez exactement à notre mot *jour,* qui d'ailleurs n'est pas sans analogie avec lui, même au point de vue philologique, quoi qu'en puissent dire ceux qui veulent que jour dérive de *dies* (V. la note II).

Si c'est un Grec qui a eu l'honneur de concevoir l'existence des atomes, c'est aussi chez les Grecs qu'on trouve la première idée d'un fluide éminemment subtil qu'ils ont nommé *Éther*. Orphée, qui vivait au XIV[e] siècle qui a précédé notre ère, et qui a presque été contemporain de Moïse, nous a laissé une hymne à l'éther, si toutefois ce morceau n'est pas apocryphe. Platon, Aristote, Anaxagore et bien d'autres philosophes ont écrit sur l'éther.

De nos jours, l'idée d'un fluide éthéré a permis de porter l'optique à un degré de perfection inespéré. Nous y reviendrons bientôt (V. note III).

Newton, qui a profondément étudié les éléments sur lesquels reposent les principales théories relatives à l'origine, à la nature ou à la cause des phénomènes, et nous a transmis ses opinions dans son optique, ouvrage qui brille autant par les faits qui s'y trouvent exposés que par la logique qui a présidé à leur coordination et à leur enchaînement mutuel, Newton, disons-nous, admet l'existence d'un fluide comme cause de la lumière. Ce fluide serait formé de corpuscules très petits, de grosseurs variables pour chaque couleur : « Les plus petits représentent le violet, la plus » faible et la plus sombre des couleurs, et qui sont plus facilement » détournés de leur chemin par les corps réfrangibles; les plus » gros produisent les couleurs les plus fortes et les plus éclatantes, » le bleu, le vert, le jaune, le rouge, qui sont plus difficilement » détournés de leur droit chemin. » (V. la note IV).

Lavoisier et son école voyaient un fluide dans la cause de la chaleur. Ce fluide, ils l'ont nommé *calorique*. Il était considéré

comme incoercible et impondérable, c'est-à-dire comme ne pouvant être renfermé dans aucun vase et comme n'ayant aucun poids appréciable.

Nous avons vu M. Graham, en Angleterre, et M. E. Robin, en France, soutenir la matérialité du calorique et en puiser la preuve principale dans les chaleurs latentes qui semblent disparaître dans les changements d'état des corps, qui sont en proportions définies et invariables, comme les combinaisons de la chimie, qui ont lieu entre des éléments pesants et véritablement matériels.

Qui n'a pas entendu parler du fluide électrique?

Les expériences de Galvani l'avaient conduit à reconnaître l'existence d'un fluide nerveux. Bien plus, des sectes médicales admettent celle d'un fluide vital!

Les fluides ont donc été admis dans la science. Plusieurs savants y croient encore. Mais le nombre de ces fluides suffit, à lui seul, pour les faire repousser. Comment s'arrangeraient-ils mutuellement dans les corps où ils pénètrent et d'où ils émanent? Où pourraient-ils trouver une place qui convînt à chacun d'eux et lui permît de manifester son action? On a douté, et, sans se prononcer sur leur nature, on a nommé ces prétendus fluides des *agents naturels*. Puis est venue la philosophie expérimentale ou philosophie positive, développée il y a une trentaine d'années par M. Auguste Comte, et qui a été suivie par Dulong dans son enseignement de la physique à la Faculté des Sciences de Paris.

Dans cette philosophie, toutes les actions exercées par la matière ou par les corps, tous les phénomènes qu'ils présentent sont considérés comme le résultat de l'action de forces, et, sans s'occuper de l'origine et de la nature de ces forces, on les considère comme des grandeurs susceptibles d'augmentation et de diminution, et par conséquent comme pouvant être soumises au calcul.

Cette théorie mérite d'être prise en très sérieuse considération. On comprend facilement que son auteur, fatigué de l'incertitude et de la variabilité des théories, se soit demandé si l'on ne pourrait se passer de toutes les explications fondées sur des hypothèses, et rester complètement dans le domaine des faits et de leurs relations autoptiques. Cette idée est véritablement sage, mais elle a l'inconvénient de ne point stimuler le zèle des travailleurs et de demeurer, pour ainsi dire, stérile, lorsqu'en réalité elle possède

tout ce qui convient pour établir les sciences expérimentales d'une manière très sérieuse. Cette théorie s'arrête à ce qui est évident et n'en recherche point les causes. L'esprit n'est point satisfait : en voyant une machine en mouvement, il demande quel en est le moteur, et il n'est pas indifférent de s'occuper de cette question. La philosophie positive non seulement ne lui répond pas, mais ne lui permet pas de la chercher, et c'est là ce qui fait qu'on l'a abandonnée.

Quand, pour expliquer les phénomènes, on crée une théorie quelconque, bien ou mal fondée, cette théorie fait naître de nouveaux rapprochements, de nouvelles idées, et l'on entreprend des expériences qui conduisent à de nouveaux faits. Les faits ainsi obtenus viennent quelquefois renverser la théorie qui les a fait trouver, mais elle n'a pas moins servi à l'avancement de la science. On trouve ainsi une excuse à la création de théories quelquefois peu judicieuses et souvent fort obscures. Telle a été la théorie du phlogistique de Stahl, qui a régné pendant un demi-siècle, et qui expliquait la réduction des oxydes métalliques exactement en sens inverse de la réalité. Il faut cependant avouer que la création des théories est souvent due à l'insatiable curiosité de l'homme, qui n'est jamais satisfait, et qui veut toujours remonter à la cause des causes, lorsque souvent il ignore les premiers principes des sciences naturelles. Il se contente de quelques raisonnements grossiers ou mal approfondis, plutôt que d'avouer son ignorance et d'attendre le développement ultérieur de la science avant d'oser se prononcer.

Mais avant que la philosophie positive ait été exposée, une autre théorie s'était produite, au moins pour la lumière. Celle-ci, d'après Huyghens, Arthur Yung, Fresnel et tous leurs sectateurs, serait le résultat d'ondulations excitées dans un fluide éminemment élastique auquel on a conservé le nom d'*éther,* déjà admis par les anciens Grecs, ainsi que cela a été dit précédemment. Peu à peu, on a considéré les vibrations de l'éther comme pouvant produire non seulement la lumière, mais la chaleur, l'électricité et le magnétisme. Cette idée tend de plus en plus à se répandre, et l'on admet généralement qu'un seul fluide mis en mouvement serait apte à produire toutes les manifestations phénoménales que nous connaissons.

Ce fluide existerait partout, dans le vide comme dans les corps les plus denses; il y pénétrerait, s'y mouvrait, ébranlerait leurs éléments ou leurs parties constituantes. Les atomes et leurs assemblages, la matière si l'on veut, seraient toujours inertes et pour ainsi dire nuls dans toutes ces actions!

Où est donc la nécessité de charger un fluide, un être hypothétique de toutes les fonctions de la matière (1)?

Parmi toutes les hypothèses qui ont été produites, une des plus hardies est sans doute celle de Boscowich. Ce mathématicien, peu satisfait des théories de Newton et de Leibnitz, a publié, il y a un siècle, un ouvrage très remarquable ayant pour titre : *Théorie de la Philosophie naturelle, réduite à l'unique loi des forces existant dans la nature* (V. note V).

Vers 1844, M. Faraday a reproduit cette théorie (V. note VI). Ce savant admet que toutes les forces émanent de points mathématiques sans étendue, sans existence matérielle, et pénétrables les unes dans les autres. Ce sont ces centres de forces qui représentent les atomes qui ne sont plus; c'est, comme on le voit, la suppression pure et simple de la matière. Il a donc dépendu de la volonté de quelques hommes pour supprimer cet être effrayant qui effarouche tant de consciences timorées et l'on peut dire mal éclairées.

N'avons-nous pas eu raison de dire que la matière est un être abstrait, et qu'elle n'a et ne peut avoir aucune existence par elle-même, puisque la voilà finalement supprimée, et sans qu'il en soit survenu aucun trouble dans l'univers?

IL N'Y A POINT DE PHÉNOMÈNES SANS LA PRÉSENCE DE LA MATIÈRE.

Il importe maintenant de démontrer que la présence des corps ou de leurs éléments matériels est indispensable pour la production des phénomènes, et que là où ils manquent, dans le vide absolu, par exemple, que l'on persiste à considérer comme étant rempli par le fluide éthéré, il ne se produit aucun phénomène.

Aujourd'hui, la démonstration de ce fait ne présente plus aucune

(1) J'ai combattu l'existence de ce fluide dans différents ouvrages. V. mon *Traité de Chimie*, t. I, p. 241 et suiv., et *Mémoire de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, t. II, p. 225 et suiv.

difficulté; il est généralement admis par les physiciens qui ne se bornent point à faire des expériences, mais qui savent en méditer les résultats.

Dès que l'on a produit la lumière électrique en se servant de charbon pour électrodes, on a opéré dans le vide pour s'assurer que cette lumière n'était point due à une combustion. On s'est aperçu alors que le charbon ou l'électrode positif diminuait de volume, mais on a vu aussi que le charbon ou l'électrode négatif s'accroissait par l'adjonction d'une pulvicule charbonneuse. La lumière électrique est donc produite quand les particules du charbon sont arrachées violemment par l'électricité et transportées d'un pôle à l'autre; ce sont elles qui sont le véhicule de la lumière; ce sont elles qui sont devenues lumineuses par la violence et la spécialité de l'ébranlement qui les a arrachées de la position où elles étaient fixées.

On sait parfaitement aujourd'hui que la couleur de l'étincelle électrique varie avec le métal qui la donne, et que, analysée par le prisme, elle produit un spectre particulier et constant pour chaque corps déterminé.

On sait que la flamme est due à un gaz en combustion, et que son pouvoir éclairant, ainsi que sa couleur, changent selon les corps qu'elle tient en suspension. Ce résultat est facilement obtenu en introduisant des chlorures métalliques ou de l'acide borique dissous par l'alcool dans une flamme d'hydrogène ou de gaz de l'éclairage mélangé de beaucoup d'air, selon la méthode de Kirchoff et de Bunsen.

Pour chaque élément chimique, il y a des couleurs spéciales qui se manifestent par des raies parfaitement nettes et déterminées lorsqu'on les analyse comme il vient d'être dit.

L'étincelle électrique diminue d'intensité dans l'air à mesure qu'on le raréfie; elle disparaît dans le vide absolu.

La lumière émanée des tubes de Geisler et analysée par le prisme démontre qu'elle varie avec la nature des gaz renfermés dans ces tubes.

Les sources de la lumière sont donc dans les corps ou dans leurs éléments, puisque chaque nature de corps en produit une particulière, nettement définie, et qui ne peut être confondue avec aucune autre.

La chaleur est comme la lumière; ses sources sont de plusieurs ordres : mécaniques, physiques et chimiques. Dans tous les cas, elle émane des corps, qu'elle soit le résultat du frottement, de la percussion, de la réunion des électricités ou de la combustion ou d'une combinaison chimique quelconque.

Il n'y a pas de son produit sans corps sonore.

Tout vient donc nous révéler l'indispensable nécessité de la présence des corps pour la manifestation des phénomènes.

LES PHÉNOMÈNES SONT DUS AUX VIBRATIONS DES CORPUSCULES MATÉRIELS.

Il ne reste plus qu'une chose à démontrer : c'est que les phénomènes sont dus non seulement à la présence des corps, mais aux mouvements que leurs parties exécutent. La production de la chaleur par le frottement ne peut, en aucune manière, être expliquée par la théorie des fluides; car, comment rendre raison de cette chaleur vraiment inépuisable? Un fluide est un être qui se déplace, qui peut quitter un corps pour pénétrer dans un autre; mais, en agissant ainsi, il doit s'épuiser, tandis que le frottement développe de la chaleur tant que les corps frottés ne sont pas usés.

On ne peut voir dans cette opération qu'un simple mouvement des parties constituantes des corps, et l'on est ainsi conduit à admettre que la chaleur est représentée, sinon produite, par les mouvements vibratoires de ces parties.

Cette théorie, appliquée uniquement à la chaleur, était isolée, insuffisante; on sentait la nécessité de l'étendre à la lumière, à l'électricité; mais là se présentaient des obstacles difficiles à surmonter; il fallait déplacer les théories reçues, et qui avaient donné les plus brillants résultats. Telle est la théorie de l'éther pour la lumière. Ainsi, transformant la situation et voulant généraliser, on a attribué la chaleur aux vibrations de l'éther, ou plutôt à celle des éléments de ce fluide, sans que l'on se soit prononcé pour l'électricité; car elle ne s'est point encore, comme la lumière, prêtée au calcul ni aux spéculations théoriques, en partant de cette hypothèse. Or, pour simplifier la situation, et sans vouloir le discuter ici, nous pouvons déjà reconnaître que tous les phéno-

mènes généraux sont dus à du mouvement. Pour la chaleur, cela est prouvé par ce qui vient d'être dit; pour la lumière, personne n'en doute; on peut même déduire des travaux de Newton et de Fresnel, en transportant aux éléments des corps ce que ce dernier physicien attribue à l'éther, que les parties mises en mouvement par la lumière jaune exécutent 564,000 vibrations dans un millionième de seconde.

L'électricité ordinaire, que l'on développe par le frottement, tout comme la chaleur, ne peut laisser aucun doute à cet égard; elle est bien due à du mouvement.

L'électricité dynamique, qui se transmet avec une si grande rapidité dans les fils des télégraphes, ne peut le faire sans mouvement; elle est d'ailleurs produite par des réactions chimiques qui se font avec pénétration des corps, et qui ne peuvent exister sans mouvement.

Le magnétisme pouvant être développé par les courants électriques, et les aimants pouvant faire naître des courants électriques, on peut dire qu'il est lui-même dû à un mouvement spécial.

Tous les phénomènes généraux sont donc dus à du mouvement!

La preuve la plus puissante que l'on puisse articuler contre l'existence de plusieurs fluides, c'est que tous les phénomènes qu'on leur attribue peuvent être transformés les uns dans les autres. Œrstedt (en 1810), Berzélius (en 1819) admettaient que la chaleur et la lumière sont produites par le concours des deux électricités dynamiques. En 1839, M. Seguin a calculé le rapport qui existe entre la tension de la vapeur d'eau et la quantité de chaleur qui la produit. En 1842, le Dr Mayer a publié ses remarquables observations sur l'*Équivalent mécanique de la chaleur,* et, depuis cette époque, les travaux de MM. Joule, Hirn, Laboulaye, Tyndall, etc., ont démontré, par une foule de moyens, la transformation de la chaleur en force mécanique, et *vice versâ.* De 1842 à 1856, M. Grove a enseigné et publié les bases du travail ayant pour titre *Corrélation des forces physiques,* dans lequel ce savant démontre que toutes les forces physiques peuvent être transformées les unes dans les autres.

Des faits aussi considérables ne pouvaient faire autrement que d'apporter des modifications dans les théories physiques admises

par les savants, et ils ont à jamais renversé la théorie qui explique les phénomènes physico-chimiques par l'existence de plusieurs fluides; car il faudrait qu'un fluide donné se transformât en un tout autre fluide, selon les circonstances. Le seul fluide éthéré peut résister à cette observation; car on pourrait admettre que chaque espèce de phénomène est produite par des vibrations spéciales qui la caractérisent. Mais ce fluide, pas plus que les autres, ne peut résister à un examen approfondi. Après tout, il est entièrement hypothétique, et si l'on peut s'en passer pour expliquer les phénomènes de la nature, et surtout ceux qui se rattachent aux êtres vivants, il est évident qu'on doit en abandonner l'usage, malgré les immenses résultats scientifiques qui ont été la conséquence de sa conception.

ANALYSE DES PHÉNOMÈNES.

Si nous analysons le phénomène considéré d'une manière générale, nous sommes conduits à reconnaître qu'il comprend trois conditions spéciales pour sa manifestation : un ou plusieurs corps, êtres actifs représentant la source d'où il émane; un milieu ou l'espace pour le transmettre et un réceptacle ou un être vivant, l'un ou l'autre passif, pour en recevoir l'action ou l'observer.

L'action phénoménale se transmet à distance; elle se propage comme les rayons d'une sphère qui émaneraient du centre de ce solide. C'est sans doute ce qui a conduit à dire *un rayon de lumière* et le *calorique rayonnant*. Les électricités et le magnétisme doivent aussi rayonner; il en est de même de la pesanteur, et c'est cette idée fondamentale du rayonnement qui a conduit à la loi de la gravitation universelle, qui nous dit que les corps célestes s'attirent en raison inverse du carré de la distance, car telle doit être effectivement la loi d'une action qui émane d'un centre.

Les vibrations des corps sonores ne pouvant être transmises que par un milieu pondérable, tel que l'air pour les cas les plus ordinaires, on s'est demandé s'il en était de même de la chaleur et de la lumière. On sait positivement qu'elles se transmettent au travers du vide. On peut même dire que leur transmission est d'autant plus facile et plus rapide que le vide est plus parfait. Cependant,

des physiciens, à la tête desquels il faut placer Huyghens, Arthur Yung et Fresnel, admettent qu'un fluide est indispensable pour transmettre les actions. C'est le fluide éthéré dont nous avons déjà discuté l'existence. La gravitation et la pesanteur agissent sans l'intervention d'aucun milieu. Descartes et de Boucheporn sont peut-être les seuls qui aient émis une opinion contraire. Pourquoi n'en serait-il pas de même de la lumière et de la chaleur?

Arrivés à ce point de la question qui nous occupe, il est indispensable de résumer ce que nous avons vu, autant pour nous reposer que pour puiser de nouveaux arguments dans l'étude que nous avons faite.

Nous avons vu que les corps sont formés de parties séparables de divers ordres; que ces parties ne se touchent point; qu'elles se maintiennent dans un équilibre apparent, à une certaine distance les unes des autres. Nous avons encore vu qu'il n'y a point de phénomène sans la présence des corps ou de leurs éléments, et qu'ils sont dus au mouvement de ces corps et de ces éléments.

Si l'on ne veut point admettre que les particules élémentaires des corps réagissent les unes sur les autres, malgré les nombreuses preuves expérimentales que nous avons données, il faut qu'elles soient en équilibre dans le fluide éthéré. Mais on n'aura fait que reculer la difficulté, car le fluide éthéré étant doué d'une élasticité parfaite, il doit être lui-même formé de petits éléments qui ne se touchent point, et il faut reconnaître alors que ces éléments réagissent à distance les uns des autres, tout aussi bien que les atomes.

Pour conclure, l'étude statique des corps nous a conduits à admettre l'existence des atomes, des mérons, des molécules, qui appartiennent à l'ordre cryptologique; ainsi que celle des particules, des fibres, des tissus et des cellules qu'elles forment par leur réunion et qui appartiennent à l'ordre autoptique. De l'examen cinématique il est résulté que les phénomènes sont dus à la présence de la matière et aux mouvements qu'elle exécute.

Nous avons vu que cette dernière est un être abstrait dont on peut aller jusqu'à en nier l'existence, et que les phénomènes sont dans le même cas. La lumière, le calorique, l'électricité sont également des êtres abstraits que notre esprit a séparés des éléments qui les produisent, parce que son unité, sa spécialité le rendent

insuffisant pour considérer les êtres dans leur ensemble, et qu'on se laisse toujours entraîner à des simplifications qui souvent sont loin de représenter un progrès de la science.

A l'époque où nous sommes arrivés, ayant étudié la constitution des corps et la nature des phénomènes aussi profondément qu'il nous a été possible de le faire, ayant analysé les opérations de notre propre intelligence, nous devons reconnaître la nécessité d'opérer la synthèse de la matière et des phénomènes qu'elle présente pour reconstituer les corps tels qu'ils sont.

D'un côté la matière, être inerte, impossible; de l'autre des êtres imaginaires, des fluides, des agents naturels, des forces indépendantes. Ce sont là autant de conceptions inadmissibles. La nature est telle que nous l'observons : on éprouve aujourd'hui la nécessité de réunir ce que l'abstraction a séparé, de reconnaître que les phénomènes sont dus au mouvement des éléments qui constituent les corps, et qu'ils ne sont, à proprement parler, que des propriétés de l'ordre cinématique. C'est ainsi que nous pouvons avoir une idée de la grandeur et de la simplicité de la nature.

Je termine à regret ce travail. Au point où nous sommes parvenus, j'aurais été heureux de démontrer que la lumière et l'électricité dynamique sont dues au mouvement des mérons, que la chaleur et l'électricité thermique sont dues au mouvement des molécules; que l'électricité et l'électricité mécanique ou statique sont dues au mouvement des molécules ou des particules, combiné avec celui des masses, pour l'avant-dernière de ces propriétés. J'ai déjà eu l'occasion d'exposer cette théorie devant le Congrès réuni à Bordeaux en 1861; je m'efforcerai de publier le plus prochainement possible le résultat de mes observations.

C'est par cette suite d'applications simples et précises que l'on aurait pu juger combien l'analyse corpusculaire est utile et comment elle s'associe au progrès des sciences, si elle n'en est le promoteur.

NOTES ET DOCUMENTS.

NOTE I.

Selon Ampère, ***quatre points de vue*** se rapportent à tous les objets des sciences : observer ce qui est patent, découvrir ce qui est caché, établir les lois qui résultent de la comparaison des faits observés et de toutes les modifications qu'ils éprouvent selon les lieux et les temps; enfin, procéder à la recherche d'une inconnue plus cachée encore que celle dont nous venons de parler, c'est-à-dire remonter aux causes des effets connus, ou prévoir les effets à venir d'après la connaissance des causes. « Voilà ce que nous faisons successivement et les seules choses que nous puissions faire, dans l'étude d'un objet quelconque, d'après la nature de notre intelligence. »

Ces ***points de vue*** ont reçu d'Ampère les noms d'***autoptique***, de ***cryptoristique***, de ***troponomique*** et de ***cryptologique***. (Ampère, ***Essai sur la Philosophie des Sciences***, Ire Partie, p. 42-43.)

Il est évident qu'il s'agit de tout autre chose que de simples points de vue, mais bien des opérations de l'intelligence dans l'étude des êtres et de leurs actes.

NOTE II.

M. l'abbé Latouche a écrit un petit poème sur l'*aour*. On y trouve les vers suivants :

Dans un temps inconnu, voisin de l'Éternel,
Jéhovah prononça cet arrêt solennel :
Avant que ma main sème à travers les espaces
Mille globes divers peuplés de mille races,
Que jaillisse l'*aour;* qu'il rayonne soudain;
Qu'il répande partout, au lieu le plus lointain,
Et les flots de la vie et des flots de lumière.....
Enfin, si Dieu borna notre humaine science,
Nous nommerons l'*aour* dynamie ou puissance,
Ou principe puissant, fécond, mystérieux,
Ame de tous les corps, par delà tous nos cieux:
Ou substance éthérée, ou corps impondérable,
De tout grand phénomène agent indispensable.....
Élève qui voudra double et triple barrière,
L'*aour* est de par Dieu l'âme de la matière ...

Ces belles paroles d'un vieillard octogénaire, qui a consacré sa vie à l'étude de la langue hébraïque, représentent les idées les plus larges, les plus profondes, les plus générales qui aient jamais été énoncées; leur auteur a franchi la barrière qui sépare les êtres anorganiques des êtres animés; mais elles laissent indécis de savoir ce que c'est que cet agent, quelle est sa nature, quelle est son essence.

Pour nous, l'agent général de tous les phénomènes, celui qui représente la chaleur, la lumière, les électricités, le magnétisme, la vie, c'est le mouvement. Le mouvement est l'acte de la matière; c'est lui qui la caractérise, qui la rend manifeste et fait que tout ce qui est a pu se former.

Le mot *aour* doit être traduit par *jour*, ainsi que cela a été indiqué dans le texte de ce Mémoire.

Les philologues sont généralement convaincus que, malgré les apparences, *jour* dérive de *dies*, qui n'y ressemble en aucune manière. *Dies* a donné *diurnalis*. En outre, les Italiens disent *giorno (djiorno)* pour *jour*, et *giornale (djiornale)* pour *journal*. Ce sont là autant d'inductions très plausibles.

Cependant, si l'on considère que les peuples, à l'origine, ont rapporté la divinité à la lumière, au jour qui éclaire et donne la vie, on trouve que *dies*, Διὸς, Ζεύς (Ju-piter), Dieu, sont parfaitement reliés entre eux. D'une autre part, on a trouvé, sur les roches du Sinaï, des inscriptions hébraïques où IAO veut dire *Dieu*. Il est probable que ce n'est que plus tard, et par corruption, qu'ils ont écrit JEOA, que l'on écrit actuellement JÉHOVAH, et qu'après tout on peut lire : IAOA, qui n'en diffère que fort peu. Or, sans prétendre conclure rien de précis à cet égard, on peut faire remarquer que ces mots se trouvent très rapprochés de *jour* et même d'*aour*.

NOTE III.

Lorsque l'origine des mots se perd dans la nuit des temps, on cherche à s'en rendre compte par l'étymologie ou par les racines qui sont entrées dans leur formation, s'ils sont susceptibles d'analyse. C'est à ce titre que peuvent être donnés les renseignements suivants :

On trouve dans Bayle *(Dictionnaire universel)* :

Qu'ἀιθήρ vient d'αἴθειν, brûler, enflammer, et signifie *inflammation*, *splendeur*, propriété que l'on attribue aux petits éléments qui constituent l'éther.

Peltier le physicien, connu par ses recherches sur l'électricité, a écrit l'article ÉTHER du *Dictionnaire universel d'Histoire naturelle*. Il y dit

que, suivant quelques auteurs, *éther* vient d'ἀεί et de θέω, *je cours toujours,* parce que l'éther, comprenant le ciel et les astres qu'il renferme, tourne sans jamais s'arrêter autour de la terre.

Aucune de ces étymologies n'est probable, parce qu'elles ne rendent point compte de l'R final du mot *éther*. Ce mot paraît venir d'ἀήρ, *air,* et de θέρω, *je chauffe, je brûle;* air brûlant. Les anciens philosophes grecs considéraient effectivement l'éther comme un fluide enflammé. Cependant le mot θέρω ne contenant pas l'η, on pourrait faire venir cette terminaison de θήρ, *bête sauvage,* qui pourrait être pris, au figuré, dans le sens de *fugitif, léger,* comme on a dit *gaz sylvestre* pour indiquer l'acide carbonique, un des premiers fluides aériformes qui aient été observés. En adoptant cette dernière analyse, l'éther serait un fluide insaisissable, incoercible.

NOTE IV.

Newton, *Optique* (in-4°. Paris, 1722), liv. III, p. 505, quest. VIII. — Tous les corps fixes, lorsqu'ils sont échauffés au delà d'un certain degré, ne jettent-ils pas de la lumière et ne brûlent-ils pas? Cette *émission* n'est-elle pas produite par les vibrations de leurs parties? (Quest. 29, p. 546.)

Les rayons de lumière, ne sont-ce pas de fort petits corpuscules élancés ou poussés hors des corps lumineux? car de tels corpuscules passent fort bien à travers les milieux uniformes, en ligne droite, sans se plier vers l'ombre, comme il arrive constamment aux rayons de lumière. Ils peuvent aussi avoir plusieurs propriétés et les conserver en passant à travers différents milieux..... Il est à remarquer (p. 548) que, pour produire toutes les différentes couleurs de la lumière et tous les différents degrés de réfrangibilité, il suffit que les rayons soient formés de corpuscules de différentes grosseurs; que les plus petits de ces corpuscules produisent le violet (la plus faible et la plus sombre de toutes les couleurs), et soient plus aisément détournés du droit chemin par les surfaces réfringentes; que les autres, à mesure qu'ils sont plus gros, produisent les couleurs plus fortes et plus éclatantes, le bleu, le vert, le jaune et le rouge, et qu'à proportion de leur grosseur, ils soient toujours plus difficilement détournés du droit chemin.

NOTE V.

Boscowich a publié un ouvrage ayant pour titre : *Theoria philosophiæ naturalis redacta ad unicam legem virium in natura existen-*

tium, in-4°, Venetiis, 1763, p. XVII, dans le *Synopsis totius operis ex editione viennensi.*

Tum usque ad num. II expono theoriam ipsam : materiam constantem punctis prorsus simplicibus, indivisibilibus et inextensis, ac a se invicem distantibus, quæ puncta habeant singula vim inertiæ, et præterea vim activam, mutuam, pendentem a distantiis, ut nimirum, data distantia, detur et magnitudo et directio vis ipsius; mutua autem distantia, mutetur vis ipsa, quæ, imminuta distantia in infinitum, sit repulsiva, et quidem excrescens in infinitum; aucta autem distantia, minuatur, evanescat, mutetur in attractivam crescentem primo, tum decrescentem, evanescentem, abeuntem iterum in repulsivam, idque per multas vices, donec demum in majoribus distantiis, et vero etiam earum transitum a positivis ad negativas, sive a repulsivis ad attractivas, vel, vice versa, oculis ipsis propono in vi, quæ binæ elastri cuspides conantur ad se invicem accedere, vel a se invicem recedere, prout sunt plus justo distractæ, vel contractæ.

NOTE VI.

QUELQUES RÉFLEXIONS SUR LA CONDUCTIBILITÉ ÉLECTRIQUE ET SUR LA NATURE DE LA MATIÈRE, par M. Faraday (*Philos. Magaz.*, fév. 1844). — Extrait de la bibliothèque universelle de Genève, n° 102, juin 1846, p. 359.

Dans l'idée que l'on se forme de la constitution atomique des corps, on envisage ordinairement l'atome comme quelque chose de matériel, ayant un certain volume, et doué, dès la création, des forces qui lui ont donné la faculté de constituer, en formant des groupes avec d'autres atomes, les différentes substances dont nous apprécions les effets et dont nous observons les propriétés.

. . . .

. . . C'est dans ce sens que l'hypothèse de Boscowich sur les atomes me paraît être préférable à celle qui est cependant le plus généralement admise. Les atomes, suivant ce philosophe, sont, si je comprends bien, des centres de forces, et non des particules de matière dans lesquelles les forces résident. Si nous appelons a, dans la théorie ordinaire, la particule de matière, abstraction faite de la force, et m le système de forces qui existe dans la particule et autour d'elle, dans la théorie de Boscowich a disparaît, ou n'est plus qu'un point mathématique; tandis que, dans l'hypothèse ordinairement reçue, c'est un petit fragment de matière inaltérable, impénétrable, et m une atmosphère de forces groupées autour de lui.

. . . Dans la manière d'envisager la matière qui me paraît entraîner le moins d'hypothèses, la matière et ses atomes sont mutuellement pénétrables.

Plus loin, M. Faraday admet que les atomes peuvent se pénétrer jusqu'à leur centre.

Notre manière d'envisager la constitution de la matière suppose nécessairement que la matière remplit l'espace, ou du moins tout l'espace sur lequel règne la force de la gravitation (y compris le soleil et son système); car la gravitation est une propriété de la matière, qui dépend d'une certaine force, et c'est cette force qui constitue la matière. Dans ce point de vue, la matière n'est pas seulement mutuellement pénétrable, mais chaque atome s'étend, pour ainsi dire, dans tout le système solaire, tout en conservant son centre de force qui lui est propre.

OBSERVATIONS

RELATIVES AUX ORAGES

ET A LEUR MODE DE FORMATION

PAR A. BAUDRIMONT

Tous les orages ne se produisent point de la même manière : il en est qui se forment par un temps calme, et ce sont les plus communs; il en est d'autres qui sont accompagnés de vent violent, de tempête et d'ouragan.

Les faits qui suivent, et que j'ai observés à Paris et à Bordeaux, me paraissent de nature à attirer l'attention des météorologistes et des physiciens, qui pourront y puiser des indications qui permettront de perfectionner la théorie de cet imposant phénomène. C'est pour cela que je les livre à la publicité.

Dans ce qui va suivre, je transcris simplement les notes que j'ai inscrites sur mes livres et les réflexions qu'elles m'ont suggérées à l'époque où les observations ont été faites, et sans y rien changer.

ORAGES QUI SE FORMENT PAR UN TEMPS CALME.

De la maison que j'habite à Paris, dans le haut de la rue de Clichy (1850 et 1851), on découvre la vallée de la Seine sans interruption, depuis la gauche du monument des Invalides jusqu'au Mont-Valérien.

Toutes les fois que j'observe un rideau de vapeur qui, de la Seine, s'élève vers les nuages, il y a ensuite un orage violent. Le rideau est plus ou moins étendu, rarement d'un kilomètre, et il est très remarquable parce qu'il n'a pas la forme d'un nuage, qu'il est plat, et que ses bords sont nets. Ces bords sont presque toujours inclinés.

Il serait de quelque importance de savoir dans quel sens avait lieu l'inclinaison, mais je n'ai rien écrit à cet égard. On penserait que le pied de la colonne nébuleuse devait être entraîné par le cours de l'eau, et que l'inclinaison devait se faire, pour le lieu indiqué, de haut en bas et de gauche à droite; mais mes souvenirs me disent positivement que le contraire avait lieu. Cette colonne se mouvait d'ailleurs avec une lenteur extrême, ou plutôt elle restait en place. Sa couleur était un bleu noirâtre, ses bords étaient très nets, et elle était parfaitement distincte.

Ce phénomène, très commun en 1850, a été rare en 1851; aussi n'y a-t-il eu que quelques orages cette année. Aujourd'hui 29 juillet 1851, il est très apparent, très étendu. Un orage circonscrit l'horizon du côté des limites visibles du bassin (S.-O.), des éclairs vifs ont paru au-dessus de Versailles ou dans sa direction, et j'ai entendu gronder la foudre dans le lointain.

Y a-t-il une relation entre ce phénomène et l'état électrique des nuages? S'établit-il une communication entre l'eau et ces derniers? Est-ce ainsi qu'ils se chargent d'électricité?

Le dimanche 19 août 1855, à trois heures de l'après-midi, en traversant le pont de Bordeaux pour sortir de la ville, la colline de Cenon, qui est en face de ce pont, paraissait enveloppée d'une brume grisâtre, rappelant la teinte que l'on observe pendant les éclipses de soleil, à cela près du défaut de transparence qui caractérisait le cas présent. A moins d'un kilomètre du pont, la brume qui enveloppait la colline semblait avoir disparu; mais en regardant vers le pont, il était facile de voir que cette brume, qui semblait alors envelopper la ville, existait seulement sur le fleuve et dans ses environs. Me rappelant alors le phénomène si remarquable que j'avais observé plusieurs fois à Paris, au-dessus de la Seine, je pensai qu'un orage se préparait. En effet, un orage éclata à dix heures du soir avec une grande intensité et dura jusqu'à minuit.

Le phénomène observé a-t-il une liaison inévitable ou fortuite avec les orages?

Il paraîtra sans doute très probable que cette liaison est forcée, si l'on se rappelle que lorsqu'un orage se prépare, chacun en est averti par un sentiment de malaise. On dit que l'air est lourd, étouffant; c'est au moins par ces mots que l'on rend vulgairement compte de la sensation pénible que l'on éprouve. Il n'y a point de courants d'air : celui-ci est calme, et ne vient point rafraîchir ceux qui souffrent. Or, pour que la correspondance signalée existe entre les cours d'eau et les nuages, et surtout pour qu'elle puisse être évidente, il faut que l'air ne soit point agité; car, sans cette condition, la correspondance serait évidemment détruite. On pourrait donc considérer ces deux faits comme précédant les orages : 1° calme de l'atmosphère; 2° correspondance nébuleuse entre l'eau du globe et les nuages.

Un jour viendra où les physiciens sauront expliquer ce phénomène; mais avant d'obtenir ce résultat désirable, il faut qu'il soit signalé à leur attention, et il faudra, de plus, qu'il ait été l'objet d'une étude approfondie. C'est ce qui ne pourra manquer d'avoir lieu par le concours de l'Association scientifique.

ORAGES A BORDEAUX.

J'ai observé que les grands orages qui ont lieu à Bordeaux ne se forment point par l'action réciproque de nuages situés dans le même plan, par exemple, entre des cumulus chargés d'électricité contraire. Non, ils ont généralement lieu entre deux couches de nuages superposées l'une sur l'autre; aussi, les éclairs sont généralement diffus, et ne deviennent très évidents que lorsqu'il existe des éclaircies dans la couche inférieure des nuages.

Cette couche inférieure vient de l'Occident, et par conséquent de la mer. J'ai observé une seule fois, mais d'une manière bien nette, que la couche supérieure venait de l'est, et par conséquent du continent.

Les nuages produits par l'évaporation de l'eau de la mer seraient-ils donc chargés d'une électricité différente de celle qui est donnée par l'évaporation qui a lieu à la surface de la terre?

Cette disposition des nuages permettrait d'expliquer le roulement du tonnerre. Il serait produit par une suite de réflexions entre les deux couches qu'ils forment : l'expansion des ondes sonores ferait qu'elles seraient réfléchies et s'entrecouperaient pour former une suite de nœuds.

Il n'est ici question que des grands orages. A Bordeaux, il pleut souvent quand le vent vient de l'est; mais cela ne dure pas longtemps, et j'ai vu des orages venir de cette région. Il est probable que les nuages qui portaient ces orages venaient de l'Océan, et qu'ils étaient simplement ramenés vers ce dernier par le vent d'est.

ORAGE ACCOMPAGNÉ DE TEMPÊTE,

observé à Bordeaux le 6 mai 1862.

Dans l'après-midi, à une heure que je n'ai point notée, je me trouvais dans mon laboratoire, qui est situé dans les bâtiments de la Mairie et se trouve exposé au midi; j'observai une bande de nuages très étroite, et qui se mouvait avec une grande vitesse en allant directement du sud au nord et en passant au-dessus du point où je me trouvais [1]. Cette bande était formée de petits nuages qui s'agitaient comme les flots de la mer. Bientôt les nuages des autres parties du ciel se mirent en mouvement et se précipitèrent vers la bande, de telle manière qu'en très peu de temps les nuages eurent trois directions différentes : du sud au nord, c'était celle de la bande; de l'est à l'ouest et de l'ouest à l'est. Les nuages s'épaissirent, la lumière diminua beaucoup, et une tempête terrible, accompagnée de tonnerre et d'éclairs, commença.

On peut se demander si l'électricité a été la cause des mouvements observés. Cela peut paraître probable, puisque l'orage qui s'est développé a démontré sa présence dans les nuages. Dans ce cas, la bande a dû être électrisée très fortement, et, agissant par influence sur les nuages voisins, elle a dû les attirer à elle.

La bande centrale était d'une couleur rousse, ses bords étaient nets, quoique ondulés.

L'orage éminemment remarquable que je viens d'essayer de

[1] La largeur de cette bande soustendait un angle de dix degrés environ.

décrire, le seul de ce genre que j'ai eu l'occasion d'observer, m'a rappelé l'opinion des anciens philosophes, qui admettaient que la foudre était produite par la collision des nuages condensés et poussés par le vent. Cette opinion est à peu près reproduite dans le passage suivant :

> Principio, tonitru quatiuntur cœrula cœli,
> Propterea, quia concurrunt, sublime volantes,
> Ætheriæ nubes, contra pugnantibu' ventis.
>
> (T. LUCRETII CARI, *De Rerum naturâ*, lib. VI.)

NOTE

SUR LA

NON-IDENTITÉ DE LA CHALEUR ET DE LA LUMIÈRE

présentée à la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux dans la séance du 27 avril 1865, et lue dans celle du 1er juin

PAR A. BAUDRIMONT

L'objet de ce travail faisait partie des observations sur la philosophie des sciences que j'ai eu l'honneur d'exposer le 19 avril dernier devant l'Association scientifique, réunie à Paris, dans le grand amphithéâtre de la Sorbonne. Le peu de temps dont j'ai pu disposer ne m'ayant pas permis de l'aborder, j'ai cru devoir le rédiger pour le livrer à la publicité. Les expériences de M. Tyndall et les opinions de divers savants lui donnent un caractère d'actualité qui m'a paru tel, que je n'ai pas cru devoir en retarder la publication.

Avant d'entrer dans aucun détail, et pour bien fixer les idées de mes honorables collègues, je commence par dire que je ne crois nullement à l'identité de la chaleur et de la lumière.

Ces deux phénomènes diffèrent par leur origine et par les effets qu'ils produisent sur les êtres inanimés et sur les êtres vivants.

Ce n'est pas la première fois que l'on a émis la pensée qu'ils peuvent être identiques, et, que l'on m'excuse de rapporter ici une conversation particulière, Masson, que j'estime comme un des plus parfaits physiciens de notre époque, et dont je respecte la mémoire, croyait à l'identité de la chaleur et de la lumière; il se fondait sur leur absorption et leur réflexion par des surfaces de diverses natures, et surtout sur la polarisation de l'une et de l'autre. Il

voyait là une identité parfaite, et, s'il ne l'a écrit, il me l'a dit. Mais aussi lui ai-je répondu, et je le répète ici : concluez à la similitude, mais non point à l'identité. Il y a de cela plus de vingt ans. Depuis cette époque, mon opinion n'a pas varié, et cependant, je l'avouerai, je n'avais pas les raisons que j'ai aujourd'hui pour établir une différence aussi précise.

Il y a quelques mois seulement que M. Tyndall a fait une expérience remarquable. Ayant absorbé la lumière d'une lampe électro-chimique par une dissolution d'iode dans le sulfure de carbone, il a fait voir que la chaleur la traversait facilement, qu'elle pouvait être concentrée par une lentille, et qu'elle dessinait les charbons de la pile en les reproduisant sur un écran combustible. Cette expérience, évidemment, n'ajoutait rien à ce que l'on savait de la réfraction de la chaleur par les lentilles : le nom de *foyer* qui est donné au point où se réunissent les rayons calorifiques, en est une preuve évidente. Mais la lumière était séparée de la chaleur, et, chose inouïe, de ce fait qui établit la séparation bien nette de ces deux agents, M. Tyndall a conclu à leur identité. Évidemment, c'eût été le contraire qui eût pu paraître fondé en bonne logique. On savait déjà, par une belle expérience de Melloni, qu'une lentille d'alun laissait passer la lumière et arrêtait presque entièrement les rayons calorifiques. Il résulte donc de ces deux expériences inverses, celle de M. Tyndall et celle de Melloni, que la chaleur et la lumière qui émanent d'une même source peuvent être séparées. Évidemment, deux choses que l'on peut séparer nettement par des moyens physiques ne peuvent être identiques.

Je sais bien que l'on pourra dire : Mais la séparation de ces deux phénomènes ayant lieu par l'absorption, la chaleur ne diffère pas plus de la lumière qu'une couleur ne diffère d'une autre couleur. Chacune d'elles peut être absorbée, tandis qu'on laisse passer les autres. Tel est effectivement l'effet produit par les milieux transparents et colorés : les verres, les dissolutions, etc. La décomposition de la lumière par le prisme ne sépare-t-elle pas en même temps la chaleur des rayons colorés, comme ces derniers le sont les uns des autres?

Ces faits sont vrais; mais ne pourraient-ils pas être interprétés d'une autre manière? Avant d'aborder cette discussion, établissons immédiatement, et par des faits de premier ordre, les différences

fondamentales qui existent entre la chaleur et la lumière; il ne restera plus qu'à chercher une interprétation qui convienne à la vérité, à la réalité des faits, et cette interprétation ne pût-elle être trouvée maintenant, je regretterais que la science pût présenter une telle lacune, mais je ne croirais pas moins qu'il est bien établi que la chaleur et la lumière diffèrent essentiellement l'une de l'autre.

Premièrement. La lumière ne dilate point les corps et la chaleur les dilate.

Ce fait est réel et suffirait, à lui seul, pour séparer les deux agents qui nous préoccupent. Si Melloni s'est servi d'une pile comme instrument thermométrique pour reconnaître qu'une lentille d'alun arrête la chaleur et laisse passer la lumière, il est évident qu'il aurait pu employer un thermomètre à air ordinaire, et que cet instrument, qui ne donne d'indications que par les variations de volume de ce fluide, eût conduit exactement au même résultat.

Il est donc bien reconnu que la lumière ne dilate pas les corps et que la chaleur le fait; que c'est là son caractère fondamental, et que c'est par lui que nous pouvons affirmer la différence de ces deux manifestations : chaleur et lumière.

M. Hirn s'est déjà occupé de ce sujet. Il s'est demandé : *La lumière est-elle du calorique visible, le calorique est-il de la lumière invisible? ou bien, existe-t-il entre la lumière et le calorique une différence dans leur nature intime?* Ce savant a trouvé qu'en faisant brûler une lampe dans une enceinte transparente entourée d'eau, on n'observait pas la moindre variation de température du liquide, soit qu'on laissât rayonner la lumière au travers de l'enceinte, soit qu'on l'arrêtât par une plaque noire plongée dans le liquide, et il en conclut *que la lumière ne possède aucune propriété calorifique.*

La lumière est autre chose que le calorique rayonnant visible, et le calorique est autre chose que de la lumière non perceptible par la rétine. (*Recherches sur l'équivalent mécanique de la chaleur,* p. 121-124.)

Deuxièmement. La chaleur fait naître le changement d'état d'une foule de corps dans l'obscurité la plus profonde; elle y entre constitutionnellement et s'y conserve tant que les circonstances le

permettent. La lumière ne produit point le changement d'état des corps soit par son addition, soit par sa soustraction (1).

Troisièmement. La lumière ne fait-elle point naître des réactions chimiques tout spéciales à une température insuffisante pour les produire? Ne fait-elle pas détoner immédiatement un mélange de chlore et d'hydrogène que nous pouvons garder en toute sécurité dans l'obscurité? N'est-ce point elle qui permet de perchlorurer les éthers, de donner naissance aux acides chlorocarbonique et chloracétique? Le chlorure d'argent, le protochlorure de mercure, le minium et le vermillon ne noircissent-ils point sous son influence? N'altère-t-elle point la couleur du kermès? Ne décolore-t-elle point une foule de matières colorées, d'origine organique? Ne détruit-elle point les tissus, et notamment ceux de coton? Dans ce même ordre d'idées et de phénomènes, n'est-ce point la lumière qui produit les images daguerriennes et photographiques?

Quatrièmement. Ne sait-on pas que la matière organique ne peut se former que sous l'influence de la lumière? Ne sait-on pas que les végétaux s'étiolent lorsqu'on les soustrait à la lumière?

Ne sait-on pas qu'aucune plante ne peut pousser dans un lieu obscur et souterrain, quelle qu'en soit la température? Que cela n'a lieu d'une manière apparente que lorsqu'un bourgeon ou un embryon trouve une alimentation suffisante dans une matière organique toute formée? N'est-ce point là le cas de quelques êtres à structure cellulaire, des champignons, qui vivent et croissent dans l'obscurité, tandis qu'ils meurent sous l'influence des rayons solaires? Ne sont-ce point ces faits qui m'ont fait dire qu'ils appartenaient bien plus au règne animal qu'au règne végétal (2).

Cinquièmement. Si la chaleur et la lumière sont identiques, comment est-il possible qu'on les ait séparées dans les expériences de Melloni et de Tyndall?

Si elles sont identiques, les rayons calorifiques et lumineux qui ont le même indice de réfraction, comme ceux qui sont compris

(1) Cependant, je ne voudrais point affirmer que la lumière n'intervient pas d'une manière spéciale dans l'évaporation de l'eau, lorsque celle-ci a lieu en sa présence. J'ai des faits qui, jusqu'à ce jour, m'autorisent à penser que la lumière peut concourir à la formation de la vapeur d'eau.

(2) V. *Dynamique des êtres vivants* (1857).

au delà du rouge, en allant vers le violet, dans la partie du spectre visible pour nos yeux, doivent avoir la même longueur d'onde, doivent exécuter un même nombre de vibrations dans le même temps; cependant, on les sépare en éteignant à volonté les rayons colorés ou les rayons calorifiques. Ces rayons ne sont donc point identiques? Ce n'est donc point la lumière qui produit l'effet calorifique? Ce n'est donc point la chaleur qui est éclairante et produit les couleurs?

Ce seul fait suffit pour démontrer d'une manière claire et évidente pour tous que ces deux manifestations phénoménales sont essentiellement distinctes l'une de l'autre. Deux rayons de même indice pouvant être séparés et produisant les effets qui leur sont propres après comme avant leur séparation, ne peuvent être identiques. Cela est absolument impossible.

Sixièmement. La nature nous a donné des organes spéciaux pour voir ce qui est lumineux, et pour sentir le chaud et le froid, c'est-à-dire pour apprécier des températures supérieures ou inférieures à celles de ces organes.

C'est avec les yeux que nous apprécions l'existence des corps lumineux; c'est par la peau que nous sentons la chaleur.

Les expériences de Haller, de Magendie, de M. Oré, nous ont d'ailleurs démontré la spécialité de la rétine et des nerfs optiques. Ces nerfs ne sont sensibles qu'à la lumière et ne transmettent qu'une impression lumineuse. Qu'on les déchire, qu'on les détruise par des corrosifs, qu'on les brûle, il n'en résulte aucune sensation pour l'être victime de ces expériences. Ils ne peuvent transmettre que de la lumière, et la plupart des mouvements qui y parviennent sont transformés en lumière : que l'on comprime, que l'on percute l'œil dans l'obscurité, et l'on perçoit de la lumière. Un arc voltaïque produit le même effet.

Je sais bien qu'en anatomie générale et comparative, le pigment de la choroïde et celui de la peau du nègre sont considérés comme étant d'une même nature, que l'on établit l'identité d'origine de tous les phanères et d'un œil et d'un poil! Mais il y a une telle différence entre ces organes, une telle spécialité d'action et de fonction chez chacun d'eux, que nous resterons convaincus qu'ayant reçu des yeux pour voir la lumière et une peau pour sentir la chaleur, cette dernière étant absolument invisible pour nos yeux quand

elle n'est point accompagnée de lumière, nous en concluerons, sans la moindre crainte d'erreur, que la lumière et la chaleur sont essentiellement, fondamentalement et radicalement différentes; qu'elles remplissent des fonctions nettement distinctes vis-à-vis de tous les êtres, et qu'il est impossible de les confondre et de les réunir.

Les expériences de M. J. Janssen (1), qui ont démontré que les milieux transparents de l'œil des animaux absorbent presque complètement la chaleur et laissent passer la lumière, se rapportent autant aux expériences de Melloni qu'à ce paragraphe; mais elles ajoutent ceci, que le Créateur, qui nous a donné des organes spéciaux pour apprécier la chaleur et la lumière, a voulu que cette séparation fût complète. Or, il faut répéter ici ce qui a déjà été dit : on ne peut séparer aussi simplement des choses qui sont identiques. Et il n'y a point lieu d'invoquer ici la longueur d'onde; car j'ai fait remarquer qu'il existe des ondes lumineuses accompagnées d'ondes calorifiques entre le rouge et le violet.

Si nous cherchions l'explication de l'identité apparente de la lumière et de la chaleur dans quelques-unes de leurs manifestations ou de leurs propriétés, nous la trouverions, nette et facile, dans les relations que j'ai établies entre la constitution des corps et les phénomènes qu'ils présentent, relations que j'ai exposées en 1861 devant le Congrès scientifique réuni à Bordeaux.

La lumière ordinaire qui nous éclaire, celle du soleil, celle que nous obtenons par la combustion de composés hydrocarbonés, quels qu'ils soient, est due aux vibrations des éléments des molécules ou des mérons; la chaleur, au contraire, est un phénomène moléculaire; elle est produite par les vibrations exécutées par les systèmes mécaniques entiers qui représentent les molécules.

Dans la chaleur obscure, les deux ordres de phénomènes sont séparés; mais à mesure que l'on élève la température, le mouvement de la molécule atteint ses éléments, et la lumière commence à paraître.

Il n'y a rien d'étonnant à ce que l'on trouve des agents qui permettent de séparer ces deux ordres de mouvements.

Indépendamment de ces mouvements, il y a ceux qui entraî-

(1) Thèse présentée à la Faculté des Sciences de Paris, et soutenue le 17 août 1860 pour le doctorat ès-sciences physiques.

nent les masses dans leur ensemble, ceux qui nécessitent l'intervention de la densité ou même de la quantité de matière pour être exprimés; ce sont ces mouvements qui font naître les phénomènes de l'acoustique.

Cela établi, nous savons depuis longtemps que les ondes que l'on observe à la surface des liquides, le son, la chaleur et la lumière se réfléchissent en suivant exactement une même loi.

Cependant, quelle différence d'origine, quelle différence de mouvement, et surtout quelle différence de vitesse dans les actions manifestées par la pesanteur, l'élasticité, la chaleur et la lumière!

Les mouvements qui produisent ces divers ordres de phénomènes peuvent aussi se réfracter; cela est prouvé pour les ondes sonores, qui peuvent être réunis au foyer d'une lentille remplie d'acide carbonique; pour la chaleur et la lumière, qui sont déviées par le prisme ou réunies au foyer d'une lentille; il en serait de même pour des ondes liquides.

L'expérience et le raisonnement nous démontrent d'ailleurs que tous ces mouvements peuvent exister simultanément : celui de la chaleur avec celui de la lumière, ces derniers avec les vibrations qui produisent le son.

Or, que ces mouvements soient réfractés ensemble ou séparément, ils pourront se disperser, suivre le même trajet ou s'écarter les uns des autres. Mais qui pourrait les confondre et conclure que leur vitesse est proportionnelle au sinus de l'angle de réfraction que leur rayon fait avec la normale abaissée au point d'incidence?

De ce que la chaleur accompagne plus ou moins la lumière, on ne peut en conclure qu'elle se meut avec une vitesse comparable; que leurs ondes se confondent et par une même origine et par des mouvements presque identiques.

La vitesse de la chaleur est inconnue; mais lorsque je vois celle des ondes liquides, due à la pesanteur, être si faible; celle des corps élastiques se propager dans l'air ou dans l'eau avec une vitesse plus grande, soit 333 mètres à 0° dans l'air et 1,435 mètres dans l'eau, mais vitesse relativement très faible si on la compare à celle de la lumière, puisque le son mettrait quinze ans pour aller de la terre au soleil, tandis que la lumière n'emploie que 8′ et 18″ pour faire le même trajet. Sachant que la chaleur est produite par des éléments compris entre ceux qui produisent le son et ceux

qui nous donnent la lumière, j'en conclus que la vitesse de la chaleur est beaucoup plus grande que celle du son, et en même temps beaucoup plus faible que celle qui produit la lumière. J'en conclus encore que, si la chaleur accompagne la lumière dans la réfraction et la dispersion par les prismes et les lentilles, elles n'en sont pas moins très distinctes, *et que, de ce qu'elles s'accompagnent, on ne peut conclure qu'elles ont une même vitesse.*

N'a-t-on pas comparé les sons aux couleurs? Newton n'a-t-il pas tiré de cette comparaison les données les plus précises pour la théorie de la lumière?

N'est-ce pas à l'aide de la théorie des sons de la gamme qu'il a pu diviser le cercle en secteurs colorés reproduisant la lumière blanche par la rotation? Et cependant, quelle différence entre la vitesse de la lumière et celle du son!

Le prisme ou la lentille qui réfracte ces divers mouvements les représente par ses propres éléments; la lumière en affecte les mérons, la chaleur en fait vibrer les molécules, le son fait vibrer ces dernières ou les particules, et la masse entière, la pesanteur déterminerait des mouvements ondulatoires dans la masse ou des mouvements d'ensemble. Chacun de ces éléments est affecté d'une manière spéciale; il reproduit et transmet les actions qu'il reçoit.

Pour moi qui, depuis un bon nombre d'années, ai établi les relations qui existent entre la constitution des corps et les phénomènes qu'ils présentent, quoique je ne les aie publiées que depuis quatre ans, ces faits semblent d'une simplicité et d'une netteté tout à fait élémentaires.

Je pourrais étendre cette Note en faisant voir comment la chaleur entre dans la constitution des gaz; comment elle en écarte les molécules, et comment, au contraire, la lumière ordinaire, plus intime, plus étroitement liée avec les forces chimiques et avec l'électricité dynamique appartient aux éléments des molécules ou aux mérons; je pourrais les faire intervenir l'une et l'autre dans les réactions chimiques, et, dans tous les cas où elles manifestent leur action, partout nous trouverions des différences notables; ce sera l'objet d'un travail d'ensemble que je communiquerai prochainement à la Société.

Pour le moment, je résume et crois avoir établi :

1° Que des mouvements d'ordres très distincts et dus aux corps

entiers ou à leurs parties constituantes peuvent se réfléchir et se réfracter; qu'ils peuvent s'accompagner, sans que pour cela il soit possible de conclure à leur identité;

2° Que, quoique la chaleur accompagne la lumière, il doit être évident qu'elle se transmet avec une vîtesse beaucoup moins grande, et que les indices de réfraction qui peuvent conduire à connaître la vîtesse des rayons d'une même espèce ne peuvent être invoqués pour comparer les mouvements des rayons d'espèces qui diffèrent par leur origine;

3° Enfin, que la chaleur et la lumière sont essentiellement distinctes et par leur origine et par les effets qu'elles produisent.

NOTA. J'ajoute en terminant que je pense avoir trouvé le moyen de mesurer directement la vîtesse de la chaleur, et que j'essayerai de le mettre en pratique aussitôt que j'aurai fait construire les instruments indispensables pour cette expérience d'une nature toute spéciale.

CONSIDÉRATIONS PHYSIOLOGIQUES

SUR LA

QUESTION DE L'IDENTITÉ DE LA CHALEUR

ET DE LA LUMIÈRE

PAR LE DOCTEUR G. SOUS

Dans les dernières séances, nous avons entendu la lecture de deux savants mémoires pour et contre l'identité de la chaleur et de la lumière. La question de physique a été longuement traitée, et il m'a paru utile de rechercher si les données physiologiques permettaient de faire pencher la balance du côté de l'identité ou de la non-identité.

Cette question d'identité n'est pas nouvelle en médecine; car, dans une thèse soutenue à Bâle, le 16 mai 1725, le docteur Rosset, s'occupant de la vision, faisait précéder son travail de quelques considérations sur l'agent qui nous donne la sensation de la lumière, et il disait que cet agent n'était autre que le feu, dont les mouvements variés produisaient, suivant les circonstances, la chaleur et la lumière : *Diximus ignem celerrime moveri; hinc motus varios edit effectus et, pro variis circumstantiis, calorem et lumen producit.*

C'est en ces termes que le docteur Rosset s'est expliqué, de manière à ne laisser aucun doute sur sa pensée.

Plus tard, dans ses *Éléments de la Physiologie du corps humain,* Haller exposa les opinions qui avaient été émises pour et contre l'unité de la chaleur et de la lumière. « Cette question, dit-il, est très controversée; les uns soutiennent que les deux éléments n'en forment qu'un seul, les autres affirment le contraire.

Néanmoins, ils sont évidents les phénomènes qui paraissent démontrer que la chaleur et la lumière soient dûs à un seul élément. »

Après avoir signalé que les rayons solaires produisent à la fois chaleur et lumière; après avoir cité S'Gravesande, qui a écrit : « Je place au rang des choses incertaines si la chaleur et la lumière peuvent quelquefois persister séparément l'une de l'autre, » Haller examine une objection tirée des animaux phosphorescents; objection qu'il réfute de la manière suivante : Si la lumière de ces animaux existe sans chaleur appréciable, cela provient de ce que la lumière doit avoir une certaine densité pour produire de la chaleur, et les fluides lumineux des animaux sont trop peu abondants et trop légers pour acquérir cette densité.

Abandonnons le côté historique et arrivons à l'étude de la question elle-même.

De prime abord, il ne faut pas se le dissimuler, nos sensations militent en faveur de la séparation des agents; car nous sentons la chaleur, nous voyons la lumière, et nous sommes instinctivement conduits à placer ces deux sensations si différentes sous la dépendance de deux agents nettement séparés.

L'anatomie semble favoriser cette idée, en nous montrant les organes des sens variés dans leur structure, comme si les excitants qui doivent agir sur eux variaient dans leur nature.

Mais la physiologie nous apprend qu'une même cause peut produire en nous des sensations bien différentes; un coup peut faire naître dans les nerfs auditifs, dans les nerfs optiques, comme dans ceux du toucher, les sensations particulières à ces sens. L'électricité produit aussi des sensations variées, suivant les organes soumis à son action. En un mot, une même cause physique peut éveiller en nous des sensations différentes. Ne peut-on pas conclure de là que la physiologie ne s'oppose pas à l'admission de l'identité de la chaleur et de la lumière? car, si nous avons des sensations différentes, cela peut tenir non pas à la dualité des agents, mais à la spécialité de réaction de nos organes.

Se plaçant à un point de vue très élevé, notre honorable collègue M. Baudrimont a voulu sonder les secrets de la Providence, et il a trouvé, dans la construction de notre organisme, des motifs pour rejeter l'identité de la chaleur et de la lumière; car, nous a-t-il fait observer, l'organe qui perçoit la lumière n'est pas le même

que celui qui sent la chaleur, et il a conclu de cette disposition que si la nature, qui ne fait rien en vain, nous a doués de ces divers organes, c'est parce qu'elle nous a entourés de deux agents différents.

Chercher ainsi la solution du problème, c'est aller se heurter contre des difficultés insurmontables. En effet, on peut répondre que si la nature nous a donné autant d'organes spéciaux qu'il y a d'agents, il faut admettre deux agents lumière, car nous avons deux yeux; nous avons aussi deux oreilles pour n'entendre qu'un son. D'un autre côté, on peut alléguer que toutes nos sensations devraient être dues à un seul agent, car, à l'extrémité de tous nos organes des sens, n'y a-t-il pas un seul cerveau pour recevoir toutes les sensations et une seule âme pour les percevoir?

L'objection ainsi formulée de la disposition de notre organisme n'est donc pas suffisante pour faire rejeter l'identité de la chaleur et de la lumière.

Il y a néanmoins, dans l'opinion de notre honorable collègue M. Baudrimont, le germe d'une vérité que j'exprimerai ainsi : partout où la nature a placé des organes semblables, ces organes remplissent la même fonction. Je n'ai pas besoin de prouver ce que j'avance, car nous savons que l'œil droit est fait pour voir comme l'œil gauche, ainsi des oreilles, des nerfs sensitifs...

Me fondant sur cette vérité, que je puis, à bon droit, considérer comme un axiome, je vais en faire l'application à la question qui nous occupe.

Démontrer qu'il y a dans l'organisme un même appareil qui absorbe tantôt la chaleur, tantôt la lumière, c'est démontrer qu'il y a identité entre ces deux agents, puisque la nature, pour les annihiler, ne leur a opposé qu'une seule et même chose.

La peau du nègre contient des cellules pigmentaires qui ont pour but d'absorber la chaleur, ce qui permet au nègre de se livrer, en plein soleil, à des travaux qui produiraient des érythèmes chez le blanc. Ce n'est pas la lumière qui occasionne ces érythèmes, mais bien la chaleur, et une preuve convaincante, c'est que l'érythème est observé sur les membres inférieurs des vieillards qui, pendant l'hiver, restent exposés à un feu ardent; c'est à la chaleur seule qu'il faut rattacher ce phénomène, et non à la lumière, car les vieillards ont les jambes couvertes de plusieurs vêtements.

Pour résumer, je dirai donc que le pigment absorbe la chaleur.

La choroïde de tout œil qui n'est pas albinos contient aussi des cellules pigmentaires qui ont la propriété d'absorber la lumière. Tout le monde en convient.

D'un autre côté, le microscope a démontré que les cellules pigmentaires de la peau ne diffèrent pas de celles de la choroïde.

Ainsi voilà un même appareil qui serait destiné à absorber deux agents de nature différente. Cela ne me paraît pas admissible; il est plus rationnel de croire que le même appareil est destiné à résister à une cause unique, c'est-à-dire à un seul agent qui, sur la peau, nous donne la sensation de chaleur, et qui, dans l'œil, nous procure le sentiment de la lumière.

Par les considérations que je viens d'émettre, on voit que la physiologie, loin de s'opposer à l'identité de la lumière et de la chaleur, favorise cette hypothèse et lui donne gain de cause.

MÉLANGES

DE

CHIMIE PRATIQUE

PAR L. MICÉ.

Pendant les huit années que j'ai passées à la Faculté des Sciences de Bordeaux en qualité de chef des travaux de physique et de chimie, j'ai eu l'occasion d'observer plusieurs faits nouveaux. Mon abstention m'a déjà fait perdre la priorité de plusieurs; c'est pourquoi je m'empresse de publier ceux qui restent.

Dans cette revue de mes registres, je laisserai de côté les analyses que j'ai eu l'occasion de faire pour le public ou pour la compagnie des chemins de fer du Midi, dont j'ai longtemps été l'expert-vérificateur. Je ne relèverai que les faits qui ont quelque importance au point de vue de la science générale.

Il est inouï de voir le peu de soin avec lequel les auteurs qui écrivent des livres relèvent les faits consignés dans les ouvrages antérieurs. Entre autres sujets que mes recherches dans les bibliothèques m'ont forcé à supprimer comme n'étant plus nouveaux aujourd'hui, se trouve un procédé de préparation de l'hydrogène sulfuré bien supérieur à ceux qui reposent sur l'emploi du sulfure d'antimoine ou du volcan de Lémery. Il s'agit du traitement par l'acide chlorhydrique, du plâtre désoxydé. Ce procédé, que tout chimiste aurait pu imaginer aussi bien que moi, est longuement mentionné dans le premier volume, publié avant 1830, de la

chimie appliquée aux arts de M Dumas. Mais, depuis, personne ne l'a reproduit. Bien mieux : Berzélius, qui évidemment n'a pas lu les deux pages qui concernent ce moyen, le repousse, probablement *à priori,* à cause de la violence avec laquelle le sulfure de calcium est décomposé par les acides.

Mes minutieuses recherches dans les traités, ainsi que dans les publications périodiques, m'ont forcé à retrancher du présent travail bien d'autres sujets fournissant aussi une preuve du peu d'unité et du peu de suite qui existent dans la bibliographie chimique.

Voici le programme des points divers que je me propose de traiter successivement et dont je crois avoir encore la primeur :

1° Produits gazeux de l'oxydation à chaud de la fécule par l'acide azotique.

2° Production des cristaux des chambres par l'action sur l'acide sulfurique concentré, d'un mélange de bioxyde d'azote, d'acide hypoazotique et d'acide azoteux.

3° Transformation indéfinie de l'acide azotique en acide hypoazotique; à ce sujet, réflexions sur les réactions par intermédiaire.

4° Procédé de préparation du protoxyde d'azote.

5° Nouveaux cas de combustions spontanées.

6° Réaction inédite donnant naissance à de l'hydrogène protocarboné.

7° Son musical produit par la combustion de l'hydrogène dans le chlore.

8° Préparation de l'hydrogène phosphoré non spontanément inflammable par la chaux éteinte et le phosphore.

9° De la basicité de l'hydrogène phosphoré.

10° De l'opacification de l'acide borique fondu.

11° Préparation économique et prompte de l'oxyde d'uranyle.

12° Spécialité d'action de la lumière dans la formation des produits chlorés par substitution.

13° Action lente de l'acide chlorhydrique sur l'alcool.

14° Dégagement d'acide butyrique dans la germination du blé.

15° De l'alcoolisation du son de riz.

16° Des prétendus varecs du bassin d'Arcachon.

17° Fragments d'une étude sur la théorie de M. Alvaro Reynoso relative à la glycosurie.

18° Des deux vaisseaux qui pénètrent dans le foie (artère hépatique et veine-porte), quel est celui qui fournit les matériaux de la sécrétion biliaire?

19° Examen du liquide vomi dans un cas de gastrorrhée.

20° Liquide trouvé dans un kyste de la rate qu'on suppose avoir été produit par des échinocoques.

1° *Produits gazeux de l'oxydation à chaud de la fécule par l'acide azotique.*

J'avais cru remarquer que l'action de l'acide azotique bouillant sur la fécule ne fournit pas seulement de l'acide hypoazotique, mais donne aussi du bioxyde d'azote; il me semblait voir augmenter l'intensité des vapeurs rutilantes chaque fois que, dans la préparation de l'acide oxalique, j'ouvrais la tubulure de la cornue pour ajouter de nouvelles quantités d'amidon pulvérisé.

Je me suis assuré comme suit de la formation du bioxyde d'azote dans cette réaction : j'ai fait passer aussi lentement que possible les produits gazeux qu'elle donne, au travers d'une dissolution concentrée de potasse devant retenir les acides, et, après une coloration rouge de l'atmosphère du flacon laveur, due à l'air qui y était primitivement contenu, j'ai recueilli un gaz incolore devenant rutilant à l'air. La réaction est d'une violence extrême quand la température lui permet de commencer; mais, si on retire de suite le feu, elle marche assez bien quoiqu'avec une grande vitesse.

Le gaz obtenu, traité par le sulfate de protoxyde de fer, se réduit environ des deux tiers de son volume; le résidu éteint une allumette présentant un point en ignition, il contient donc de l'azote.

Dans la dernière édition de la chimie de MM. Pelouze et Frémy, on trouve, au chapitre des composés oxygénés de l'azote, que l'acide azotique, chauffé avec de l'amidon, donne un gaz orangé qu'on a considéré comme de l'acide azoteux, mais qui paraît être un mélange de cet acide et d'acide hypoazotique. Dans mon expérience, ces deux acides sont retenus par la potasse, et le flacon laveur ne possède qu'un gaz incolore quelque temps après le commencement de la réaction. J'ai trouvé dans ce gaz du bioxyde d'azote. M. Focillon a donc raison de dire dans son ouvrage que, dans cette réaction, il se dégage « des produits oxygénés de l'azote. » Mais cette mention est encore incomplète, car il se produit aussi de l'azote.

Il se forme beaucoup d'azotite dans le flacon laveur : si on traite le liquide de ce flacon par l'acide sulfurique, on a des torrents de vapeurs nitreuses.

2° *Production des* cristaux des chambres *par l'action sur l'acide sulfurique concentré, d'un mélange de bioxyde d'azote, d'acide hypoazotique et d'acide azoteux.*

On sait qu'à cause de l'impossibilité de dessécher complètement l'azotate de plomb avant de le distiller, on ne peut préparer l'acide hypoazotique pur (cristallisable à 9°) que par le bioxyde d'azote et l'oxygène bien secs. Voulant essayer d'un autre moyen et ayant momentanément oublié l'action de l'acide hypoazotique sur l'huile de vitriol, j'ai fait passer les produits gazeux provenant de l'attaque azotique de l'amidon, d'abord dans de l'acide sulfurique concentré qui, dans ma pensée, devait simplement les dessécher, puis dans un tube effilé entouré d'un mélange réfrigérant, tube dans lequel j'espérais condenser l'acide hypoazotique. Après quelque temps, le premier tube abducteur a été bouché, et j'ai dû ouvrir la tubulure de la cornue pour éviter des accidents. Il s'était produit dans le flacon laveur des cristaux d'un corps qui ne peut être que l'acide azotosulfurique. Rien de plus simple du reste, en semblable circonstance, que la genèse des *cristaux des chambres :*

$$AO_2 + AO_4 + 4\ SO_4\ H = 4\ HO + 2\ S_2\ AO_9;$$
$$AO_3 + 2\ SO_4\ H = 2\ HO + S_2\ AO_9.$$

On a constaté (je l'avais, je le répète, momentanément oublié) la même production par l'acide hypoazotique seul :

$$2\ AO_4 + 2\ SO_4\ H = AO_5,\ 2\ HO + S_2\ AO_9.$$

Mais l'addition du bioxyde d'azote à l'acide hypoazotique donne quelque chose de plus net, car $AO_2 + AO_4$ peuvent être considérés, dans la réaction, comme jouant le rôle de $2\ AO_3$; en outre, nous avons l'acide azoteux lui-même, mêlé à tout cela, et il suffit d'ajouter AO_3 à $2\ SO_3$ pour avoir $S_2\ AO_9$.

3° Transformation indéfinie de l'acide azotique en acide hypoazotique; à ce sujet, réflexions sur les réactions par intermédiaire.

L'azotate de plomb est assez coûteux et assez difficile à rencontrer chez les droguistes de province, parce qu'il n'a guère d'applications industrielles. Heureusement, on n'a pas besoin, pour la préparation de l'acide hypoazotique, d'en faire de pur ou d'employer celui que l'on aurait fait venir de Paris.

Il suffit d'arroser du massicot avec de l'acide nitrique du commerce, de chauffer légèrement afin de chasser l'eau et l'acide excédant, puis de distiller le produit desséché pour avoir l'acide hypoazotique. Le résidu de cette opération, arrosé de nouveau d'acide nitrique, desséché et redistillé, redonne le même produit; de sorte que le massicot sert à transformer indéfiniment le cinquième degré d'oxydation de l'azote en quatrième.

J'aime beaucoup ces *réactions par intermédiaire,* réactions dans lesquelles le même corps peut servir indéfiniment; elles font bon effet dans les leçons, elles sont en général très économiques dans la pratique. C'est par une d'elles (mercure prenant l'oxygène de l'air à une température pour le rendre à une température plus élevée) que la chimie pneumatique positive a commencé; c'est par une d'elles aussi qu'on opérera, si jamais l'oxygène devient un produit industriel.

Les sonnettes électriques de la maison que j'habite à Bordeaux sont mises en mouvement par une pile dont je ne connais point l'auteur, car ceux qui me l'ont vendue n'ont pu me l'indiquer. La réaction chimique qui donne naissance au courant est obtenue par l'immersion d'une forte baguette de zinc dans une solution contenant, par élément, 75 grammes de sulfate mercurique. Ce sel coûte cher de premier achat; mais, au contact de l'eau, il se décompose, comme on le sait, en turbith minéral qui se précipite, et en sulfate mercurique très acide qui reste dans la liqueur. Plongé dans ce dernier sulfate, le zinc produit deux réactions : 1° il décompose l'excès de sulfate hydrique et en chasse l'hydrogène; 2° il décompose le sulfate mercurique et s'amalgame en précipitant le métal. Or, le zinc est plus électro-positif que l'hydrogène, plus électro-positif aussi que le mercure; les deux substitutions doivent

donc produire des courants de même sens. Une plaque de charbon métallique récolte l'électricité du liquide et représente le second pôle. Quatre éléments, montés comme il est dit, fonctionnent pendant six mois. Quand la sonnerie ne marche plus, je récolte et je lave le turbith; je détache avec un couteau l'alliage butyreux qui recouvre le zinc en laissant juste assez de mercure pour que ce zinc reste amalgamé; je traite l'alliage obtenu par de l'eau sulfurique faible, je décante et je lave pour débarrasser le mercure du zinc; je joins le mercure au turbith, je traite le tout à chaud par de l'acide sulfurique à 66°, et, en évaporant et desséchant, je reconstitue presque tout le sulfate mercurique primitif. Que m'a-t-il fallu pour cela? Un peu d'acide sulfurique, et deux ou trois heures de combustion d'un bec de gaz qui, s'il est entouré d'une cheminée en verre, éclaire la pièce en même temps qu'il chauffe, de sorte que je puis n'en pas tenir compte. L'entretien annuel de la pile dont je parle ne côute donc que le prix, vraiment insignifiant, de deux fois 150 grammes environ d'acide sulfurique. Il va sans dire qu'il faut pourtant, de loin en loin, renouveler les baguettes de zinc et ajouter un peu de mercure neuf pour remplacer celui qui se perd toujours en petite quantité dans toutes ces transformations.

Pourquoi la pile brevetée dont je parle, malgré son prix d'achat qui est beaucoup trop élevé (10 fr. l'élément) et malgré la haute valeur de son principal agent, est-elle si économique? C'est, on le voit, parce qu'elle utilise une réaction chimique par intermédiaire. Je crois donc que l'on devrait s'occuper un peu plus de ce genre de réactions, et je ne pense pas avoir mal fait en appelant sur elles l'attention des hommes compétents.

4° *Procédé de préparation du protoxyde d'azote.*

L'azotate d'ammoniaque n'est pas l'objet d'un commerce courant; on ne le trouve pas chez tous les droguistes, et on est souvent obligé de le préparer soi-même pour les besoins des laboratoires.

Si on emploie pour cette préparation de l'eau-forte et de l'alcali volatil ordinaires, en oubliant de les étendre d'eau, la chaleur dégagée par la combinaison est sans doute trop forte, et on a un

produit qui, décomposé par la chaleur, donne un gaz activant la combustion d'une bougie enflammée, augmentant l'éclat du point rouge d'une allumette encore en ignition, mais ne pouvant que rarement reproduire la flamme. Ce gaz paraît être du protoxyde d'azote mélangé d'azote, ce dernier produit provenant d'une certaine quantité d'azotite d'ammoniaque formée lors de la saturation.

Il faut donc étendre d'eau; mais alors on a l'inconvénient d'avoir à évaporer pendant longtemps pour obtenir le sel sec.

La difficulté de se procurer facilement et à bon compte de l'azotate d'ammoniaque pur pour la préparation du protoxyde d'azote, m'a fait chercher quelque autre moyen d'arriver au but.

J'ai pensé à une double décomposition entre le sulfate d'ammoniaque et l'azotate de potasse, d'après l'égalité suivante :

$$SO_4\,AH_4 + AO_6\,K = SO_4\,K + 4\,HO + 2\,AO.$$

Les deux sels, bien mélangés dans les proportions indiquées par leurs équivalents, ont été chauffés au gaz dans un ballon muni d'un tube abducteur. Presque aussitôt, et avant la fusion des sels, la décomposition a eu lieu : il s'est dégagé en abondance un gaz possédant tous les caractères du protoxyde d'azote. Seulement, ce gaz était accompagné d'abondantes vapeurs blanches, froides, mais qui disparaissaient après trois ou quatre minutes de séjour sur l'eau.

J'avais employé, pour mon essai, du sulfate d'ammoniaque brut fait avec les eaux de lavage du gaz de Bordeaux; je pense que les vapeurs blanches doivent être attribuées à quelques produits volatils venant du goudron de houille.

Il est probable que l'azotite de potasse, chauffé avec le sulfate d'ammoniaque, donnerait une réaction analogue, et qu'on aurait ainsi de l'azote :

$$SO_4\,AH_4 + AO_4\,K = SO_4\,K + 4\,HO + 2\,A.$$

5° *Nouveaux cas de combustions spontanées.*

Comme il ne s'agit nullement de ce qui a été appelé de ce nom en pathologie chirurgicale, je regrette de ne pouvoir employer

l'expression d'*inflammations spontanées* qui est beaucoup plus connue et qui eût évité toute espèce de confusion. Mais, dans les deux cas que j'ai à citer, c'est un solide (le charbon), et non un gaz, qui dégage subitement de la chaleur et de la lumière : le mot *combustion* est donc seul convenable.

On s'attache depuis quelque temps, et on a raison, à relever tous les cas bien observés d'incendies spontanés : leur connaissance peut, en effet, faire éviter bien des malheurs et éclairer puissamment la justice lorsqu'elle a à se prononcer dans des débats occasionnés par des sinistres.

Le premier fait que je signalerai a été observé, il y a environ treize ans, par M. Merget, aujourd'hui professeur à la Faculté des sciences de Lyon : si on calcine du charbon de bois en poudre et si, quand il est presque froid, on suspend le petit creuset qui le contient (après l'avoir découvert) dans un grand flacon d'oxygène, on observe, au bout de quelques minutes, une incandescence subite et continue qui s'explique par l'absorption du gaz éminemment comburant par les pores de la poudre combustible.

Il est évident que, dans la pratique, doivent se rencontrer souvent des circonstances analogues, et des tas de charbon ont dû prendre feu de la même façon; si l'air a une aptitude moindre que l'oxygène pour la production de la combustion, en revanche les grandes masses réagissantes doivent amener une concentration de chaleur favorable à l'accident.

Je crois qu'un incendie attribuable à cette cause a eu lieu, il y a quelques années, en France, dans le magasin à charbon de bourdaine d'une poudrière. L'expérience que j'indique est très jolie à faire dans un cours; elle est tout-à-fait de nature à faire comprendre au public le danger de l'accumulation à l'air de la poudre d'un charbon de bois récemment préparé.

Le deuxième cas de combustion spontanée que j'indiquerai est celui d'un noir de fumée falsifié avec un schiste charbonneux à sperkise des environs de la Charente. On sait que le noir de fumée des Landes n'est pas miscible à l'eau, à cause des produits résineux empyreumatiques dont il est imprégné. On peut fort bien, pour la peinture, le délayer dans l'essence de térébenthine par exemple; mais, si on veut l'appliquer à l'eau gommée, on doit commencer, à l'aide d'une bonne calcination, par le débarrasser de sa matière

odorante. Ayant un jour (il y a cinq ou six ans de cela), chauffé dans ce but un noir de fumée commercial, je fus fort étonné, après avoir enlevé le couvercle à un moment où il était assez froid pour pouvoir être pris avec les doigts, de voir, après quelques minutes, le charbon devenir tout-à-coup incandescent. Je m'approchai et je constatai une forte odeur d'acide sulfureux; ce fait et quelques observations de M. Baudrimont me mirent sur la voie; je traitai le noir par l'eau, je constatai dans cette eau la présence du fer, et j'acquis ainsi la certitude de l'altération plus haut signalée.

Supposons maintenant qu'un fabricant de couleurs, non prévenu de cette circonstance, calcine un faux noir dans son atelier comme il a l'habitude de calciner les noirs vrais. L'opération terminée, il pourra lui arriver de retirer le creuset du fourneau, d'éteindre son feu, de jeter le produit encore tiède sur du papier, et de sortir alors pour vaquer à d'autres occupations. Il semble qu'il ne devrait avoir aucune espèce de crainte, et pourtant, en son absence, le feu prendra au noir, qui le communiquera au papier : un incendie en sera la conséquence.

Il est donc utile de signaler la falsification que nous avons eu l'occasion d'observer; mais il est nécessaire aussi de recommander de laisser toujours les charbons divisés dans des vases incombustibles et éloignés des corps inflammables. Le premier fait que nous avons cité prouve que l'incendie aurait pu presque aussi bien se déclarer dans l'atelier avec du noir de fumée vrai qu'avec du noir fraudé.

Je n'indiquerai pas ici le moyen de déceler dans un noir la présence du bi-sulfure de fer; tout chimiste est apte à résoudre un aussi simple problème.

6° *Réaction inédite donnant naissance à de l'hydrogène protocarboné.*

Le fait que je vais signaler maintenant ne m'appartient pas; je l'ai entendu exposer dans le cours fait par Barbet à l'École de médecine de Bordeaux. Je l'ai importé de là dans le laboratoire de la Faculté des sciences, où plus de vingt-cinq fois j'ai eu l'occasion de le vérifier, en préparant moi-même le protocarbure par ce procédé et en le faisant préparer ainsi par les candidats à la licence.

Barbet est mort sans avoir, je crois, publié cette réaction.

Croyant sa vulgarisation utile, je me permets, puisque c'est moi qui l'ai propagée ici, de la faire connaître partout au lieu et place de mon ancien professeur.

On obtient de l'hydrogène protocarboné en faisant passer de la vapeur d'alcool sur de la chaux vive, chauffée, tout au plus au rouge naissant, dans un tube de verre vert :

$$C_4 H_6 O_2 + Ca O = CO_2 Ca + 3 C H_2.$$

Comme procédé de préparation du protocarbure, cette réaction n'est pas très intéressante, car elle emploie des substances qui ne sont pas plus communes dans les laboratoires que l'acétate de soude et la chaux sodée de la méthode ordinaire. Elle a seulement un petit avantage au point de vue mnémotechnique : on se rappelle facilement que, s'il faut traiter l'alcool par le roi des acides industriels pour avoir l'hydrogène bicarboné, il faut le soumettre à l'action de la reine des bases industrielles pour obtenir l'hydrogène protocarboné.

Mais le fait dont il s'agit acquiert de l'importance si l'on considère qu'il fournit un nouveau moyen de passer de la série $C_4 H_4$ à la série immédiatement antérieure. Il conduit, en outre, à essayer l'action des bases terreuses sur tous les alcools pour voir s'ils se comporteront comme celui de la série vinique. Il pourrait se faire qu'on eût, en effet, d'une manière générale :

$$2\left(\left.\begin{matrix}Cn\ Hn+1 \\ H\end{matrix}\right\} O_2\right) + \left.\begin{matrix}Ca \\ Ca\end{matrix}\right\} O_2 = 2\left(\left.\begin{matrix}CO \\ Ca\end{matrix}\right\} O_2\right) + 3\left(\left.\begin{matrix}Cn-2\ Hn-1 \\ H\end{matrix}\right\}\right)$$

C'est surtout à cause des expériences analogues que notre réaction provoque que j'ai cru devoir la publier.

7° Son musical produit par la combustion de l'hydrogène dans le chlore.

Si l'on enflamme, au bout d'un tube abducteur à trois branches, l'hydrogène que dégage une chandelle philosophique, et si l'on introduit le gaz en combustion dans un flacon à large ouverture contenant du chlore recueilli par déplacement, la couleur de la flamme change : de jaune qu'elle était depuis l'incandescence du verre, elle devient blanc-verdâtre. En même temps, on voit se

dégager d'épaisses fumées d'acide chlorhydrique, et le bout du tube devient rouge sur une plus grande longueur.

Plusieurs praticiens ont dû faire cette expérience. Mais peut-être n'auront-ils pas remarqué ce que j'ai assez souvent constaté, moi qui l'ai faite un très grand nombre de fois : c'est la production d'un son soutenu, analogue à celui de l'harmonica chimique ordinaire, son qui se produit surtout lorsque le chlore est contenu dans des flacons peu volumineux.

Ce son s'explique par des vibrations régulières communiquées à l'air : au mouvement d'expansion produit par la chaleur de la combinaison succède une contraction due au refroidissement qu'éprouve le produit formé dès qu'il se déplace; pendant que cette contraction a lieu sur un point voisin, une nouvelle expansion se produit au siége de la combinaison; l'air ambiant est donc alternativement refoulé et appelé, il y a mouvement de va-et-vient dans ses molécules.

La même explication convient, du reste, à l'harmonica chimique ordinaire; seulement ici la dilatation et la contraction sont plus considérables : 1° la dilatation, parce que l'hydrogène donne plus de chaleur quand il se combine avec l'oxygène que quand il se marie avec le chlore; 2° la contraction, parce que, d'une part, le produit formé occuperait, à l'état gazeux, un volume moindre que celui de ses composants, et que, d'autre part, ce produit ne garde pas cet état, il se condense en liquide.

8° *Préparation de l'hydrogène phosphoré non spontanément inflammable par le phosphore et la chaux éteinte.*

Celui qui dispose de tout le temps et de tout l'argent nécessaires aux manipulations chimiques peut les effectuer sans danger, en choisissant les procédés convenables et s'entourant de toutes les précautions. Mais, comme tout le monde est loin d'être dans ce cas, il est utile de multiplier les procédés : chacun peut alors choisir celui d'entre eux qui convient le mieux au temps et aux ressources matérielles dont il dispose.

Les besoins d'un cours de chimie exigent qu'on prépare les deux hydrogènes phosphorés, celui qui s'enflamme spontanément à l'air et celui qui ne jouit pas de cette propriété. Rien n'est plus simple

et moins dangereux, quand on a le temps, de monter l'appareil de M. Paul Thénard.

Mais si l'on est pressé, comment faire?

Le procédé de Gingembre offre un double écueil : ou on ne remplit pas le ballon de potasse, et on risque alors d'avoir une explosion par l'inflammation spontanée du gaz à l'intérieur de l'appareil, ou on remplit le ballon et le tube abducteur de la liqueur alcaline, et alors on a la mauvaise chance de voir obstruer le tube par les pellicules d'hydrate qui se détachent de la surface du phosphore fondu. J'ai vu souvent arriver des accidents par l'emploi de ce moyen; j'ai été moi-même, dès mes débuts dans la pratique, atteint d'une horrible brûlure qui a détruit mes vêtements et m'a rendu infirme pendant deux mois.

L'emploi de la bouillie de chaux n'est pas plus avantageux : si on en remplit le ballon pour diminuer autant que possible l'étendue des bulles qui pourraient s'enflammer à l'intérieur, on doit craindre que la bouillie pâteuse, poussée par le gaz, entre dans le tube abducteur et le bouche.

En réalité, on ne fait, en général, dans les cours, que deux expériences avec le mélange de phosphure gazeux et de vapeur de phosphure liquide : 1° on en démontre l'inflammation spontanée; 2° en dégageant le mélange bulle par bulle, on produit le phénomène des couronnes. Mais les deux choses se réalisent fort bien par le phosphure de calcium mis dans l'eau, phosphure qui doit toujours exister dans la collection d'un laboratoire; on n'a donc pas besoin pour cela de recueillir d'avance le gaz dans des éprouvettes. Si l'on voulait montrer la décomposition spontanée de la vapeur du phosphure liquide en phosphure solide et phosphure gazeux, il faudrait s'y prendre longtemps à l'avance pour avoir au jour voulu le dépôt jaune dans l'éprouvette, et alors on aurait tout le temps nécessaire pour opérer par le procédé de M. Thénard.

Mais comment faire pour préparer rapidement et directement l'hydrogène phosphoré non spontanément inflammable? Le procédé de M. Thénard n'est pas rapide : celui qui consiste à détruire, par l'essence de térébenthine ou l'alcool, la vapeur de PH_2 mélangée à PH_3, ne donne pas toujours à l'instant même le gaz voulu, et force à obtenir préalablement le mélange dont la présente note a pour but d'éviter la prompte préparation.

Frappé des inconvénients de la bouillie de chaux, j'avais essayé dès longtemps, par une moindre humectation, d'obtenir une pâte plus ferme, plus difficile par conséquent à pousser dans le tube. N'ayant pu réussir, j'en suis venu à ne plus humecter du tout et à compter principalement sur l'eau combinée avec la chaux, pour la fourniture de l'hydrogène nécessaire. Je dessèche même l'hydrate de chaux à l'étuve si j'ai, par hasard, mis trop d'eau en éteignant la chaux vive. Depuis lors tout va bien; mais j'obtiens le gaz non spontanément inflammable, sans doute mêlé à de l'hydrogène :

$$5\,P + 4\,HO_2\,Ca + 8\,HO = \underbrace{4\,\overline{PO_4\,H_2}\,Ca}_{\text{hypophosphite de chaux.}} + PH_2 + H.$$

Voilà un procédé prompt et sûr. Ce procédé, que j'étais personnellement si intéressé à trouver, il y a fort longtemps que je le pratique et que je l'ai fait suivre aux candidats à la licence.

Les livres classiques donnent les trois équations suivantes :

$$7\,P + 5\,HO_2\,Ca + 10\,HO = 5\,\overline{PO_4\,H_2}\,Ca + PH_2 + PH_3.$$
$$4\,P + 3\,HO_2\,Ca + 6\,HO = 3\,\overline{PO_4\,H_2}\,Ca + PH_3.$$
$$P + HO_2\,Ca + 2\,HO = \overline{PO_4\,H_2}\,Ca + H.$$

Ces réactions, mises ainsi en regard, portent bien à diminuer la quantité d'eau pour obtenir PH_2 sans PH_3; mais il y a lieu de penser que les proportions d'eau n'y ont été insérées que pour les besoins de l'explication, et que les essais auxquels conduisaient ces formules théoriques n'ont pas été tentés, car aucun des auteurs que j'ai consultés n'indique d'une manière formelle l'hydrate de chaux sans eau surajoutée pour la préparation de l'hydrogène phosphoré non spontanément inflammable.

Wöhler dit bien qu'on obtient facilement PH_2 en chauffant du phosphore avec de l'hydrate de chaux desséché, dont l'eau d'hydratation est décomposée; mais, décrivant ensuite le gaz ainsi préparé, il le signale comme spontanément inflammable. J'ai trouvé tout le contraire. Berzélius (seconde édition française) explique, sans le connaître, ce désaccord-là : il veut, pour qu'on obtienne le gaz spontanément inflammable, qu'on chauffe l'hydrate de chaux sec avec *un grand excès de phosphore*. Or, je n'emploie, moi, qu'un ou deux petits morceaux de ce métalloïde.

Les faits consignés dans les ouvrages n'infirment donc pas le mien, et il résulte de tout cela que :

(*a*) Avec bouillie de chaux et une proportion quelconque de phosphore, on a gaz spontanément inflammable;

(*b*) Avec hydrate de chaux sec et excès de phosphore, on a gaz spontanément inflammable;

(*c*) Avec hydrate de chaux sec et peu de phosphore, on a gaz non spontanément inflammable.

On pourrait avoir l'idée, pour laisser moins d'air dans le ballon qui sert à préparer le gaz dépourvu de phosphure liquide, de le remplir complètement d'hydrate de chaux sec. Il faut s'en abstenir, car, s'il y a trop de poudre, une lutte s'engage entre le gaz qui tend à se dégager et le poids de l'hydrate qui s'exerce sur lui; il en résulte un va-et-vient très rapide, une espèce de danse de la poudre et aussi un trémolo, un frémissement très rapide de l'eau de la cuve, frémissement qui effraie un peu quand on a l'habitude de voir les appareils marcher nettement. Il ne se dégage que peu ou point de gaz pendant la lutte, et on court le danger d'avoir une absorption si on n'a pas employé de tube de sûreté; à un moment donné, le gaz l'emporte, projette alors parfois la poudre dans le tube abducteur, et il y a dès lors un dégagement torrentiel. On doit remplir le ballon aux deux tiers seulement et mettre les morceaux de phosphore près de la surface en les recouvrant seulement d'un peu de poudre.

9° *De la basicité de l'hydrogène phosphoré.*

Tous les chimistes ont remarqué, dans la préparation de l'acide iodhydrique par l'iode, le sable humide et le phosphore, la formation de cristaux qui se déposent dans le tube de dégagement et qu'on sait être de l'iodure de phosphammonium $I\overline{PH}_4$, isotypique avec l'iodure d'ammonium $I\overline{AH}_4$.

On sait que le phosphore est rangé dans la grande famille des azotoïdes, dont le principal caractère est de former des composés hydrogénés gazeux, occupant les deux tiers du volume de leur hydrogène, composés qui ne sont ni acides faibles comme ceux formés par les oxoïdes, ni acides énergiques comme ceux que donnent les chloroïdes, ni indifférents ou nuls comme ceux des

anthracoïdes, mais qui possèdent, dit-on, des propriétés basiques développées au maximum dans l'ammoniaque ordinaire.

Dans le but de justifier ces vues générales, j'ai fait récemment quelques essais avec l'hydrogène phosphoré non spontanément inflammable et le principal des oxacides. L'un de ces essais m'a donné une réaction que je me propose d'étudier plus tard, mais qui est négative au point de vue du résultat que je cherchais à vérifier.

J'ai constaté : 1° que l'acide sulfurique étendu n'absorbe pas l'hydrogène phosphoré et que les deux corps paraissent être sans action l'un sur l'autre; 2° que l'acide sulfurique fumant de Nordhausen n'absorbe pas davantage la phosphammoniaque, mais est décomposé par elle et produit un dépôt jaune qui paraît être du soufre et un abondant dégagement d'acide sulfureux. A un moment donné, j'ai noté exceptionnellement une production d'hydrogène sulfuré. Le gaz réagissant avant de passer dans l'acide, était lavé et desséché.

Ces expériences seront continuées. Mais dores et déjà elles semblent indiquer que l'hydrogène phosphoré est moins apte à se combiner avec les oxacides qu'avec les hydracides.

Dans la seconde édition française du Traité de chimie de Berzélius, on trouve que le gaz spontanément inflammable est absorbé par l'acide sulfurique concentré sans être immédiatement décomposé : l'addition d'eau fait dégager le gaz avec effervescence, mais il a alors perdu la propriété de s'enflammer à l'air. Si, au lieu d'ajouter de l'eau, on abandonne la solution à elle-même, il se fait, mais au bout de quelques heures seulement, une réaction analogue à celle que j'indique dans la présente note.—Le mélange de phosphure gazeux et de phosphure liquide ne se comporte donc pas comme la phosphammoniaque pure : s'il est absorbé par l'acide sulfurique concentré, c'est grâce au composé PH_2, qui est soluble dans cet acide, et qui, en s'y dissolvant, y fait dissoudre aussi par compagnie le gaz PH_3; celui-ci, au contraire, n'est pas absorbé quand il est seul, il décompose le réactif.

10° *De l'opacification de l'acide borique fondu.*

L'acide borique vitreux, transparent après sa coulée, devient opaque, on le sait, au bout de quelque temps. Ce changement de

propriété physique est-il dû à un travail moléculaire intérieur, analogue à celui qui modifie le soufre prismatique et le soufre mou, ou bien résulte-t-il d'un changement de nature?

Voici des expériences qui militent en faveur de la dernière opinion :

(*a*) Des fils d'acide borique transparents ont été enfermés dans des tubes de verre scellés à la lampe; ils s'y sont très bien conservés. Un de ces tubes toutefois a présenté des fils opaques après quelques années; mais, en l'examinant, j'ai constaté qu'il était fendu.

(*b*) De l'acide borique opacifié, chauffé dans un vase-tube, a fourni de nombreuses gouttelettes d'eau.

(*c*) Le tube fendu du paragraphe (*a*) ayant été ouvert, j'ai examiné son contenu : l'altération de l'acide borique n'était que superficielle; le pilon détachait assez bien la couche opaque de la couche centrale, restée transparente. C'est donc à une cause agissant de dehors en dedans que la modification doit être attribuée. — J'ai chauffé séparément, dans des vases-tubes, le produit opacifié et l'acide borique central, et, alors que le premier m'a fourni beaucoup d'eau, le second n'en a donné que des traces, attribuables seulement à la petite quantité de corps opaque que je n'avais pu détacher complètement.

C'est donc à une hydratation, et non à une cristallisation intérieure, qu'est dû le changement de l'acide borique transparent, d'abord en acide translucide, puis en acide opaque. Les livres mentionnent bien l'opacification ainsi que l'hydratation à l'air, mais n'expliquent pas la première par la seconde. J'ai voulu savoir si la modification tenait à cette cause seulement, ou bien à deux causes différentes.

11° *Préparation économique et prompte de l'oxyde d'uranyle.*

Suivant en cela, comme en bien d'autres choses, les conseils de mon maître M. Baudrimont, j'ai obtenu, il y a plusieurs années, de l'oxyde d'uranyle $(U_2\ O_2)\,O$ donnant des sels purs par sa dissolution dans les acides, en traitant comme suit la pechurane, pulvérisée après étonnement :

(*a*) Dissolution dans l'acide azotique, évaporation à sec et reprise par l'eau;

(*b*) Sursaturation de la liqueur par l'hydrogène sulfuré, qui précipite plomb, cuivre, arsenic et bismuth;

(*c*) Ébullition et filtration pour enlever l'excès d'acide sulfhydrique et pour séparer le précipité;

(*d*) Traitement par une solution de carbonate de soude qui précipite d'abord l'urane, et qui n'y mêlerait le fer, la chaux, la magnésie et le cuivre qui aurait pu se redissoudre par réoxydation du sulfure, que si on opérait sans discernement; mais, en ajoutant peu à peu le carbonate jusqu'à ce qu'on ait juste atteint la limite de la coloration jaune du précipité, en se servant au besoin d'un peu de liqueur mise en réserve pour le cas où on aurait dépassé *le point,* on réussit très bien à n'avoir que le métal spécial à la pechblende.

12° *Spécialité d'action de la lumière dans la formation des produits chlorés par substitution.*

Dans le but de répéter les curieuses expériences faites par Aran sur les animaux avec l'éther chlorhydrique chloré, j'ai préparé ce produit, en 1854, par le procédé de M. Regnault. Pour entretenir la réaction, j'avais à verser de temps en temps, dans l'appareil à chlore, de l'eau chlorhydrique, et, dans l'appareil producteur de chlorure d'éthyle, une solution d'acide chlorhydrique dans l'alcool absolu. Il m'est arrivé une fois de me tromper et de verser l'alcool chlorhydrique sur le bioxyde de manganèse. J'ai vu alors se condenser, dans le premier flacon laveur de l'appareil à chlore, des gouttelettes huileuses, plus lourdes que l'eau, à odeur piquante et éthérée.

J'ai pensé que ce produit pouvait être le résultat de l'action du chlore naissant sur l'éther chlorhydrique également naissant et que j'avais obtenu là, par une méthode nouvelle, le liquide même que je voulais préparer. Cela m'a conduit à essayer, pour la substitution du chlore à l'hydrogène, de remplacer la lumière par d'autres causes favorables en général aux réactions chimiques.

(*a*) *J'ai essayé la chaleur seule.* J'ai fait passer dans un même tube de porcelaine, d'une part du chlore purifié et desséché,

d'autre part de l'hydrogène également purifié et desséché; après ce tube, chauffé dans un fourneau à réverbère, se trouvait un réfrigérant suivi d'un récipient. J'ai fait une expérience en opérant avec la chaleur obscure, une deuxième en maintenant le tube au rouge sombre (la décomposition des carbures d'hydrogène à une température élevée ne me permettait pas d'opérer au rouge vif). Les deux gaz n'ont pas réagi l'un sur l'autre; il ne s'est formé qu'une très petite quantité de liqueur des Hollandais, qui certainement ne doit être attribuée qu'à l'action de la lumière diffuse du laboratoire et peut-être aussi un peu à l'action de la lumière artificielle.

(*b*) *J'ai essayé la chaleur jointe à l'action des corps poreux.* Les expériences précédentes ont été répétées avec le tube de porcelaine plein de ponce en fragments récemment calcinée. Elles ont donné le même résultat négatif. La très minime quantité d'éponge de platine dont je pouvais disposer ne m'a pas permis d'employer ce puissant agent de combinaison par porosité.

(*c*) *J'ai essayé l'état naissant.* J'ai voulu produire, dans la même cornue, du chlore et de l'éther chlorhydrique, et j'ai calculé pour cela les proportions nécessaires. En supposant que tout le chlore formé d'une part se combine avec tout l'éther chlorhydrique formé d'autre part pour produire de l'éther chlorhydrique monochloré (ce qui me paraissait probable, puisque ces deux corps, se formant dans un même liquide, devaient se rencontrer dès leur naissance), j'ai trouvé que, pour avoir 1,248^{gr}9 d'éther chlorhydrique monochloré, il fallait 575 grammes d'alcool absolu, 544^{gr}44 de bioxyde de manganèse pur et 1,367^{gr}10 de gaz chlorhydrique pur. En admettant 67^{gr}5 de bioxyde pur dans 100 grammes de *manganèse du commerce* (ce qui est la proportion moyenne), sachant qu'en général 177 grammes d'acide chlorhydrique fumant du commerce contiennent 77 grammes d'acide gazeux pur, et prenant de l'alcool à 85° Gay-Lussac, j'ai été conduit aux proportions suivantes : 202 grammes d'oxyde, 169 d'alcool et 786 d'acide; proportions devant donner 625 grammes d'éther chlorhydrique monochloré.

L'expérience a été faite avec ces données; seulement, après avoir été pesé, l'oxyde de manganèse a été lavé à l'acide nitrique, puis à l'eau, puis desséché; j'ai versé sur lui le mélange d'acide et d'alcool. La cornue, de grande capacité, a été chauffée au bain-marie : quand l'eau du bain a bouilli, il s'est opéré une réaction

violente, la matière a considérablement boursoufflé, et il est passé à la distillation un liquide qui était accompagné d'une grande quantité de chlore gazeux. Le boursoufflement m'ayant paru devoir être attribué à la production d'une trop grande quantité de ce dernier élément, j'ai eu l'idée de modifier les proportions à employer, d'augmenter un peu l'alcool et de diminuer l'acide chlorhydrique et surtout le bioxyde.

Une quantité d'oxyde lavé correspondant à 300 grammes d'oxyde commercial a été traitée, dans une deuxième opération, par 1,500 grammes d'acide mêlés à 400 grammes d'un alcool qui marquait 87° à la température de 22°. Avec ces nouvelles proportions, je n'ai plus eu de boursoufflement, l'expérience a très bien marché. Jusqu'à ce que l'eau du bain-marie marquât 85°, il ne s'est dégagé que du chlore; mais, à 85°, la distillation a commencé, et alors le dégagement de chlore a diminué et fini même par cesser complètement. La distillation a été surtout active quand la température du bain s'est trouvée entre 95 et 100°. Elle s'est terminée, malgré l'ébullition franche de l'eau du bain-marie, bien avant que la moitié du produit eût passé : le poids du liquide recueilli était de 425 grammes. Un quart de litre de ce liquide pesait 251 grammes.

$3^{k}715$ de ce produit brut ont été soumis à la distillation fractionnée : l'ébullition a commencé à 74°; mais la température est arrivée de suite à 76°, et c'est alors que j'ai commencé à recueillir. J'ai continué jusqu'à ce que le thermomètre marquât 110° : le résidu resté alors dans la cornue était, en moyenne, de 270 grammes par litre de liquide brut, soit, pour le tout (car l'opération s'est faite en plusieurs fois), de un kilo environ.

J'ai eu du liquide presque tout le temps. Ce liquide a été divisé en huit parties : je n'indiquerai pas, quoique je les aie notées, les limites de température entre lesquelles je les ai obtenues; ce serait d'autant plus puéril que je les ai depuis presque toutes perdues dans un déménagement. Je dirai seulement que la température s'est très longtemps maintenue entre 92 et 93°, et qu'à 96 il est passé un liquide plus dense que les précédents, liquide signalé par des stries tombantes.

Il résulte de ce qui précède que le principal produit de l'opération a été le chloral, qui bout à 94°. C'est, en effet, à 95° du bain-marie que la marche du premier appareil a commencé à être très

active; c'est à 92°, à 96°, qu'a passé dans la redistillation, mélangé certainement avec pas mal d'eau, le corps le plus abondant, un corps lourd, corps qui avait tout à fait l'aspect oléagineux au sein de l'eau du flacon laveur dans lequel je l'avais vu apparaître la première fois. On sait, du reste, que le chloral résulte de l'action du chlore sur l'alcool absolu, et c'est de l'alcool absolu que, par mégarde, j'avais alors versé dans l'appareil à chlore. On sait, en outre, que le chloral résulte aussi de l'action du chlore sur la fécule, et que M. Staedeler le prépare en exécutant cette réaction par le chlore naissant, car il distille un mélange de matière amylacée, d'eau, de bioxyde de manganèse et d'acide chlorhydrique du commerce.

Dans la redistillation, le chloral était mêlé à plusieurs autres liquides qui masquaient son odeur piquante (mais sans pour cela empêcher de la reconnaître) en la couvrant d'un parfum général de pommes de reinette. Parmi ces liquides devaient se trouver des éthers chlorhydriques chlorés : ainsi le premier produit de la redistillation, celui qui a été recueilli à 76°, était probablement le composé $\left.\begin{matrix} C_4\overline{H_3}\,\overline{Cl_2} \\ Cl \end{matrix}\right\}$, isomère de la liqueur des Hollandais monochlorée $\left.\begin{matrix} C_4\overline{H_3\,Cl} \\ Cl_2 \end{matrix}\right\}$, qui, pur, bout à 75°. Mais ces produits de substitution n'étaient qu'accessoires; la lumière diffuse du laboratoire en avait sans doute, à elle seule, déterminé la formation; le corps dominant était de ceux qui n'exigent pas le soleil pour être produits.

Je crois donc que l'action de la lumière dans la substitution de la chimie organique est d'une nature tout à fait spéciale. Sans aucun doute, quelques dérivés, notamment le chloral ou aldéhyde trichloré, peuvent être obtenus sans elle; mais ceux dont elle détermine la production semblent ne pas pouvoir s'en passer. Les expériences faites sur l'éther ordinaire par MM. Malaguti et Regnault n'ont-elles pas d'ailleurs montré qu'il ne s'effectue qu'une demi-chloruration à la lumière diffuse, et qu'il faut les rayons directs du soleil pour avoir la chloruration entière?

En chimie minérale, on ne rencontre pas la même spécialité d'action. La lumière détermine le remplacement d'un équivalent d'hydrogène par un équivalent de chlore dans le type $\left.\begin{matrix} H \\ H \end{matrix}\right\}$ dont elle

fait $\left.\begin{matrix} H \\ Cl \end{matrix}\right\}$. Mais la même substitution peut s'effectuer par la chaleur ou par une étincelle électrique.

13° *Action lente de l'acide chlorhydrique sur l'alcool.*

Pour alimenter la préparation qui m'a fourni l'occasion des recherches précédentes, j'avais fait d'avance une grande quantité de dissolution de gaz chlorhydrique dans l'alcool absolu. Il y en a eu de reste : j'ai mis ce reste dans un flacon à l'émeri parfaitement bouché et mastiqué. Plus de six ans après, j'ai revu ce flacon : il s'y était formé deux couches distinctes. La supérieure consistait en un liquide incolore, à odeur éthérée, doué de la faible densité, de l'extrême mobilité et de la grande volatilité de l'éther chlorhydrique. Cette couche occupait les deux neuvièmes environ du volume total. A la longue donc, l'acide chlorhydrique agit sur l'alcool pour former peu à peu ce qu'il produirait de suite par l'intervention de la chaleur.

M. Berthelot a récemment, surtout à propos de l'éthérification, appelé l'attention des savants sur ces phénomènes dans lesquels on voit l'élément *temps* suppléer à l'action d'un agent physique. Le fait que je signale et que j'ai observé depuis plusieurs années, doit être inscrit à côté de ceux qu'il a cités dans ses mémoires.

14° *Dégagement d'acide butyrique dans la germination du blé.*

J'ai eu l'occasion de constater une ou deux fois, en faisant germer du blé dans un verre à expériences, une odeur très nette d'acide butyrique.

Ce fait est facile à expliquer. On sait que le gluten fait éprouver aux sucres la fermentation butyrique [1]. Or, dans l'espèce, la

[1] Les ouvrages disent que c'est le gluten; mais l'esprit est peu satisfait de voir le même agent déterminer la fermentation alcoolique dans la panification et pouvoir, en outre, produire une autre espèce de fermentation. C'est, du reste, peu d'accord avec les résultats des recherches récentes, recherches qui ont démontré que chacun de ces phénomènes chimico-physiologiques est dû à l'action d'un agent spécial. Il me semble qu'après les recherches de M. Mège-Mouriès, il conviendrait d'attribuer la production de l'acide butyrique plutôt à la céréaline qu'au gluten.

diastase avait produit de la glycose. Il suffit de l'absence d'une des conditions favorables à l'évolution de la graine pour qu'il y ait eu, en certains points, fermentation au lieu de germination. Je dois noter qu'en effet, quand j'ai observé le dégagement de l'acide gras, la plantule n'avait pas partout poussé, il y avait des parties où le grain était profondément ramolli et pourtant ne présentait même pas de radicelle. L'odeur d'acide butyrique pourra donc désormais être considérée comme l'indice d'une germination accomplie dans de mauvaises conditions.

15° *De l'alcoolisation du son de riz.*

Il y a dix ans, à l'époque où était en vigueur le salutaire décret qui interdisait momentanément la distillation des céréales, j'ai fait des recherches dans le but de savoir si la transformation du son de riz en alcool pouvait être pratiquée industriellement. Je transcris ici les réflexions que ce sujet m'a inspirées et les résultats que m'ont fournis mes essais.

Le son de riz, comme celui de toutes les autres graminées, est composé de deux parties, dont l'une appartient à la graine et l'autre à son enveloppe. La première est riche en fécule; la seconde est ligneuse, c'est-à-dire formée de cellulose, substance transformable en alcool, et de matière incrustante qui ne l'est pas.

Ce qu'on pourrait désirer de mieux, ce serait d'obtenir de l'alcool à la fois de la partie féculente et de la partie ligneuse. Malheureusement, dans l'état actuel de nos connaissances, ce problème n'est pas possible, car les procédés connus pour transformer la cellulose et la fécule en alcool sont tout à fait différents : pour la cellulose, il faut de l'acide sulfurique concentré qui raccornit les granules de fécule et les rend impropres à l'absorption du réactif (acide étendu) qui les modifierait; pour la fécule, au contraire, il faut de l'acide sulfurique étendu, qui ne peut nullement agir sur la partie ligneuse.

On est donc forcé de ne songer à transformer en alcool qu'une seule des deux parties qui composent le son de riz. Laquelle choisir?

Depuis que Braconnot, en préparant le sucre de chiffons, a fait

voir la possibilité de transformer la matière ligneuse en alcool, cette opération, malgré l'avantage qu'elle paraissait offrir d'abord eu égard au bas prix de la matière première, a présenté tant de difficultés pratiques que, malgré les travaux spéciaux de MM. Tribouillet et Arnould, elle n'a pas encore été faite industriellement : la grande quantité d'acide sulfurique concentré nécessaire pour opérer la transformation de la cellulose en sucre, est en effet un obstacle capital à cette opération.

En présence de ce fait, il est évident que la partie ligneuse du son de riz doit être laissée de côté, et qu'on ne doit songer à obtenir de l'alcool qu'avec la partie féculente.

La théorie indique nettement le procédé à suivre dans cette opération : il faut d'abord saccharifier la fécule par l'acide sulfurique. Je ne dis pas par la diastase, car, le riz n'étant plus cultivé dans le département de la Gironde, la mouture se fait en ville, tout près du fleuve qui apporte le grain; l'opération étant industrielle et non agricole, l'acide est plus facile à se procurer à bas prix que l'orge et il n'y a pas lieu d'annexer à l'usine un parc destiné à l'élève du bétail. Après la saccharification doit venir la fermentation; mais, pour que cette fermentation puisse s'établir, l'acide de la première opération doit être saturé, sans quoi il agirait sur le ferment et le mettrait dans des conditions défavorables à la production du phénomène; enfin, pour séparer l'alcool de tous les produits avec lesquels il est mélangé, une première distillation est nécessaire, et, comme la quantité d'eau unie à l'acide sulfurique de la première expérience est très considérable et qu'une bonne partie de cette eau est entraînée avec l'alcool à l'état de vapeur, et vient avec lui se condenser dans le récipient, le mélange liquide doit être distillé une seconde fois. Ainsi, l'opération complète présente les cinq temps suivants :

1° Ébullition avec l'acide sulfurique étendu;
2° Saturation de l'acide par la craie;
3° Fermentation avec la levure de bière;
4° Distillation;
5° Rectification.

La série des expériences à faire était donc nettement indiquée; je l'ai suivie avec soin.

J'ai d'abord pratiqué quelques essais préliminaires pour étudier

sur le son de riz chacun des temps de l'opération, et j'ai eu ainsi l'occasion de noter les faits suivants :

1° L'ébullition doit être prolongée pendant très longtemps, car la transformation de la fécule en sucre est longue à opérer; il m'a même été impossible de l'obtenir complète, car, après plus de vingt heures d'ébullition avec un acide étendu dont l'eau était renouvelée au fur et à mesure de sa vaporisation, la liqueur, essayée par l'iode, s'est encore fortement colorée.

2° La saturation de l'acide est également difficile à obtenir complète : longtemps après la cessation de toute effervescence et en présence d'un excès de craie, la liqueur rougit encore un peu le tournesol.

3° La fermentation s'établit difficilement, il faut une température plus élevée qu'à l'ordinaire; une fois mise en train, elle dure longtemps (trois ou quatre jours), mais aussi il ne se dégage que très peu de bulles à la fois.

4° La distillation s'accompagne d'un boursoufflement qui nécessite l'emploi de vases assez grands pour n'être remplis environ qu'au tiers. Dans un cas, ce boursoufflement a été considérable et presque tout le liquide de la cucurbite a passé dans le serpentin; mais des expériences comparatives m'ont démontré qu'on doit attribuer ce fait à une fermentation incomplète (de deux jours seulement) qui s'est reproduite brusquement au début de l'élévation de température.

5° La rectification, accomplie même après plusieurs jours de macération sur de la chaux vive, donne un produit encore très aqueux, quoique combustible.

Les observations précédentes, comme on le voit, parlent peu en faveur du mode de production de l'alcool que je voulais étudier. Mais, pour asseoir mon opinion sur un fait bien certain au lieu de l'établir sur des observations isolées, j'ai pratiqué une opération complète. Voici les résultats qu'elle m'a fournis :

J'ai opéré sur 1800 grammes de son de riz. 60 grammes d'acide sulfurique du commerce à 66° ayant été répandus dans six litres d'eau et mis en ébullition dans une grande chaudière en cuivre, le son y a été projeté peu à peu et j'ai remué sans cesse pour éviter la formation de grumeaux; après quelque temps d'ébullition, la matière, devenue épaisse, a fortement boursoufflé; je l'ai alors

retirée du feu pour l'y remettre peu après; la liquéfaction s'est à ce moment opérée et l'ébullition a marché tranquillement; je l'ai surveillée en remuant de temps en temps et remplaçant l'eau évaporée; elle a duré trois jours, de 9 heures du matin à 5 heures du soir, total 24 heures; après ce temps, et quoique le liquide bleuît toujours par l'iode, je l'ai arrêtée et j'ai saturé à chaud l'acide libre par un excès de craie en poudre; j'ai laissé refroidir et déposer (1); puis j'ai ajouté environ 200 grammes de levure de bière fraîche et délayée dans un peu d'eau; le tout a été placé sur un poële allumé et maintenu là pendant quatre jours environ, après lesquels, le dégagement de gaz paraissant terminé, la distillation a eu lieu; le produit ainsi obtenu, mis en macération sur de la chaux vive pendant une douzaine de jours et redistillé, a donné environ 45 grammes d'alcool dont la densité, déterminée à l'aide du densimètre de Rousseau (l'alcoomètre du laboratoire était alors cassé), s'est trouvée être de 0,89, ce qui, d'après la table de M. Maroseau, correspond à un degré alcoométrique assez faible puisqu'il n'est que de 0,70; ainsi cet alcool, quoique rectifié après une longue macération sur la chaux, contient encore 30 0/0 d'eau.

Cet alcool est limpide, possède une légère teinte jaunâtre, brûle avec une flamme bleue et en laissant beaucoup d'eau pour résidu; son odeur vive, piquante, désagréable, y indique l'existence d'un principe étranger, qui a bien l'air d'être de l'aldéhyde; sa saveur, piquante d'abord, laisse un arrière goût assez désagréable dû probablement au même principe. Il ne peut donc pas être employé comme boisson.

De tout ce qui précède il résulte que les difficultés pratiques que rencontre la transformation de la fécule du son de riz en alcool, jointes à la minime quantité et à la mauvaise qualité du produit obtenu, doivent faire rejeter cette opération du domaine de l'industrie.

Mais, si les expériences précédentes militent peu en faveur du son de riz, en revanche, quelques essais tentés sur le riz lui-même m'ont démontré les avantages offerts par la transformation de cette

(1) Les essais préliminaires avaient démontré l'impossibilité de filtrer le liquide à quelque époque de l'opération que ce fût, sa consistance comme gommeuse ne lui permettant de passer qu'en très petite quantité, même au travers d'une toile grossière.

graine en alcool : ici, en effet, toutes les opérations sont faciles, peuvent être obtenues complètes, et sont d'une assez courte durée; de plus, les produits sont abondants (c'est, du moins, ce que j'ai constaté pour la glycose, car je ne suis pas allé jusqu'à l'alcool). Ce serait donc une industrie lucrative, en cas de cherté excessive du sucre et des spiritueux. On sait que cette industrie a été quelque temps pratiquée.

Pourquoi le traitement de la matière amylacée de la farine est-il plus facile que celui de la matière amylacée du son? Je n'en savais rien, et je ne m'en rendais aucun compte, lorsque j'ai exécuté le présent travail. Mais aujourd'hui la chose est facile à expliquer après les recherches de M. Mège Mouriès. L'analogie veut que les parties extérieures du périsperme de toutes les graminées, contiennent, comme celles du froment, une matière azotée particulière, analogue et peut-être identique à la céréaline. C'est sans doute cette matière azotée, dont la farine est dépourvue, qui gêne ici la saccharification et la fermentation, comme, dans le blé, elle gêne et modifie la panification. Il suffirait probablement d'en détruire les propriétés par un des moyens employés par M. Mège Mouriès pour faire du pain blanc avec des farines bises, pour que tout marchât bien ensuite. Ce serait une chose à essayer, non-seulement sur le son de riz, mais encore sur le son des autres céréales, qui, pour peu que les circonstances commerciales aidassent, trouverait un emploi plus avantageux dans sa transformation en alcool que dans son utilisation exclusive pour l'engraissement des animaux domestiques.

16° *Des prétendus varecs du bassin d'Arcachon.*

Les bords des baies tranquilles de nos côtes maritimes sont fort souvent recouverts par des feuilles rubanées qui ont tout à fait l'air d'être des fucus et qui n'en sont pas. Sur la plage du bassin d'Arcachon, ces feuilles abondent et les fucus ne se rencontrent presque jamais. Là, plus qu'ailleurs, l'erreur est possible pour les personnes, même pour les botanistes, qui ne connaissent pas très bien, qui n'ont pas vu en place la plante (*zostera marina*) d'où proviennent ces débris : cette plus grande facilité d'errer provient de ce que tout le monde dans le pays appelle *varecs* les feuilles

échouées de zostères. Cette dénomination a déjà été cause que des industriels ont eu l'idée d'établir sur les bords de la baie une fabrique d'iode, de brôme, de chlorure de potassium, de sulfate de potasse et de sel marin, analogue à celle de MM. Tissier aîné et fils, du Conquet; ils n'ont été arrêtés que par l'opposition qu'a faite l'Inscription maritime au monopole d'exploitation qu'ils demandaient pour cela. Il m'a paru utile d'appeler l'attention sur ce point, afin d'éviter le retour de semblables erreurs. Je puis le faire d'autant mieux que j'ai eu l'occasion de constater l'absence d'iode et l'absence de potasse dans les cendres de zostères, lesquelles fournissent (chose singulière pour des plantes nourries surtout par l'eau de mer!) très peu de principes solubles dans l'eau. Il demeurera donc établi qu'il n'y a pas plus de parenté chimique que de parenté botanique entre les zostères el les algues à iode.

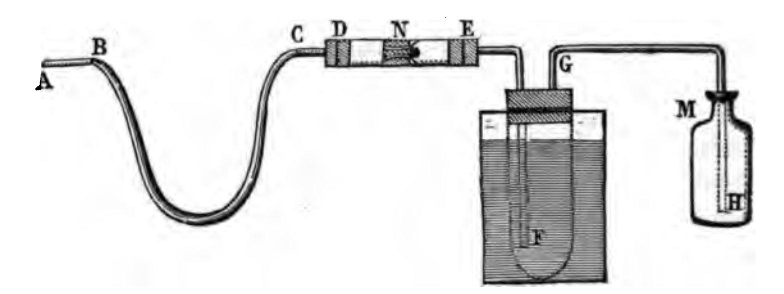
17° *Fragments d'une étude sur la théorie de M. Alvaro Reynoso relative à la glycosurie.*

On sait que, parmi les diverses théories émises sur le diabétès sucré, théories qui sont peut-être toutes vraies, mais dont chacune ne s'appliquerait alors qu'à des cas particuliers, se trouve celle de M. Alvaro Reynoso (Comptes-rendus de l'Académie des Sciences de Paris, année 1851), qui attribue généralement la glycosurie à un trouble et surtout à une diminution de la respiration. M. Reynoso a trouvé du sucre dans l'urine des lapins strangulés ou noyés, dans celle des animaux soumis à l'éthérisation; il a, chez l'homme, de suite après les attaques, constaté la méliturie dans les maladies à accès troublant la respiration, telles que l'asthme, l'hystérie, l'épilepsie; il l'a constatée aussi dans la phthisie pulmonaire, la pleurésie, et même dans la simple bronchite passée à l'état chronique. Dans tous ces cas, c'est le sucre normal qui, faute d'être brûlé par l'oxygène de l'air, s'élimine par les reins. Il y a donc, à côté de la maladie de consomption nommée *diabétès sucré,* une espèce de glycosurie accidentelle, momentanée, affection presque physiologique dont le mode de production peut jeter une vive lueur sur celui de l'affection pathologique.

Nous avons, il y a longtemps, M. Baudrimont et moi, entrepris des expériences dans le but de vérifier ou d'infirmer les idées ci-

dessus. Nous nous sommes surtout attachés à comparer l'air expiré par les malades à celui qu'exhalent les gens bien portants.

C'est surtout la nature de cet air que nous avons cherché à établir. Pour recueillir le gaz expiré, nous nous sommes servis de l'appareil suivant :



AB est un tube en verre destiné à être mis dans la bouche de celui sur lequel on expérimente. *BC* représente un tube en caoutchouc volcanisé destiné par sa flexibilité à permettre l'expérience, quelle que soit la position de celui qui en est le sujet : on comprend quel avantage offre ce tube pour les malades, qui peuvent expirer dans l'appareil tout en restant couchés. *CD* est un tube de verre qui pénètre dans *DE*, autre tube plus gros au milieu duquel se trouve la soupape *N*, qui laisse passer l'air expiré, mais empêche son retour dans la bouche lors de l'inspiration. Cette soupape consiste en un bouchon offrant des échancrures sur ses côtés ou des trous et qui entre à frottement dans le tube *DE* ; au milieu de ce bouchon est fixée, par une vis, une lanière circulaire de caoutchouc mince d'un diamètre un peu plus grand que celui du tube ; cette lanière est soulevée par l'air expiré et le laisse passer ; mais, pendant l'inspiration, elle empêche le retour de cet air en s'appliquant sur les échancrures ou les trous du bouchon et les fermant hermétiquement. Puis vient le tube *EF* qui plonge jusqu'au fond d'un vase entouré d'eau froide, lequel vase est destiné à condenser la plus grande partie de l'eau donnée par la transpiration pulmonaire. Enfin, de ce réfrigérant, part un dernier tube *GH* qui plonge jusqu'au fond d'un flacon à l'émeri *M*. L'individu sur lequel on expérimente doit inspirer par le nez et expirer par la bouche ; cela vaut mieux ; mais, s'il ne pouvait se soumettre à ce simple mécanisme, la soupape l'empêcherait d'inspirer par la cavité

buccale. L'air rendu déplace l'air de l'appareil et du flacon récipient; après un temps suffisamment long, après avoir perdu beaucoup d'air expiré, on retire le flacon *M* et on le ferme avec son bouchon à l'émeri, enduit d'un corps gras pour que l'obturation soit plus hermétique. S'il s'agit d'un malade et si l'effort nécessaire pour soulever les rebords de la soupape *N* le fatigue, on peut la supprimer; mais alors il faut s'assurer que ce malade n'inspire pas du tout par la bouche, et il faut avoir soin de fermer le flacon récipient pendant une expiration lente, mais prolongée.

L'air une fois obtenu, nous en dosions l'acide carbonique par la potasse en opérant sur le mercure, et nous en dosions l'oxygène par combustion dans l'eudiomètre en opérant sur de l'eau récemment bouillie; l'azote était obtenu par différence. L'éprouvette graduée servant à la détermination des volumes était large et courte, large afin de diminuer l'erreur de mesure due aux ménisques, courte pour pouvoir être enfoncée assez bas dans la cuve à mercure. Cette méthode d'analyse n'est pas très rigoureuse : mais elle est prompte et les résultats qu'elle donne sont assez près de la vérité pour fournir des indications importantes. Les présentes expériences ont eu lieu avant la publication du procédé si commode de dosage de l'oxygène (absorption par le pyrogallate de potasse) trouvé par Liébig.

Pour avoir un terme de comparaison, nous avons commencé par déterminer avec soin la composition de l'air expiré par un homme de quarante-six ans. Nos registres mentionnent le moment précis de la récolte de cet air, la distance et la nature du repas précédent, la température ambiante, la pression barométrique, le degré d'humidité, l'état du ciel. Mais, comme nos recherches sur l'état normal n'ont pas été assez multipliées pour nous permettre d'observer la part d'influence de chacun de ces éléments, je laisse ici ces détails de côté. Voici le résultat obtenu (1) :

Oxygène.	0,141	en volume.
Azote.	0,822	—
Acide carbonique.	0,037	—

(1) *Données*...

Air expiré...	42,0 — 42,0		Air — CO_2 sur eau........	40,0
Après potasse.	40,5 — 40,4		Cet air + H........	61,6
Différences...	1,5 — 1,6		Après combustion..	44,0
			Différence.....	17,6
			Le tiers.......	5,87

J'ai eu l'occasion, étant alors élève en médecine en même temps que chef des travaux de physique et de chimie à la Faculté, de pouvoir prendre l'observation complète (y compris la nécropsie) d'un diabétique qui a été le principal sujet de nos expériences. Je la transcris ici en petits caractères :

Salle 15, n° 23.

Diabétès sucré, Purpura hemorrhagica.

Jean Beaupied, trente-six ans, né à Sainte-Bazeille (Lot-et-Garonne), domicilié à Sainte-Bazeille, journalier.

Tempérament lymphatico-sanguin.

Constitution affaiblie.

Marié; a deux enfants.

Ses parents vivent encore, sont bien portants, et n'ont jamais été affectés de la même maladie.

Habite dans la plaine.

Couche dans une chambre assez aérée avec sa famille, qui se compose de quatre personnes.

Nourriture peu substantielle, consistant souvent en aliments féculents (haricots, pommes de terre). Mangeait très rarement de la viande. Ne buvait pas de vin.

Sensibilité, mobilité, moral, normaux.

Maladies antérieures. — A l'âge de dix-sept ans, à la suite d'une suppression de transpiration, il eut une bronchite très intense, pour laquelle on lui fit une saignée du bras. A la suite, douleurs rhumatismales pendant six mois.

A vingt-huit ans, après une suppression de transpiration, céphalalgie violente qui dura trois mois. Saignée; la céphalalgie disparut après un épistaxis abondant.

Antécédents. — Début de la maladie il y a dix-huit mois, sans cause appréciable, par un sentiment de faiblesse, de langueur générale. Soif vive; il boit une grande quantité d'eau. Légère augmentation de l'appétit. Amaigrissement progressif. Pas de nausées. Les digestions se font bien. Selles normales. Pas de douleurs lombaires. Urines fréquentes, abondantes, aqueuses, transparentes. Pas de douleur dans leur émission. Taches poisseuses sur la chemise. Pas de toux. Douleur des deux côtés de la poitrine et à la base, à peu près au niveau des attaches du diaphragme.

Marche progressive et lente de ces divers symptômes. Urines de plus en plus abondantes.

Il y a trois semaines, œdème des membres inférieurs avec une augmentation de volume de l'abdomen. Disparition graduelle de cet œdème.

Il y a trois semaines, il consulta un médecin, qui, après avoir fait analyser ses urines, lui conseilla l'usage des aliments azotés (viande) et du vin.

Entré à l'hôpital Saint-André le 16 janvier 1852.

16 janvier 1852. — *État du malade à son entrée.* — Maigreur. Teinte jaune terreuse de la peau. Sentiment de faiblesse musculaire, dans les jambes principalement. Pommettes saillantes.

Peau sèche et rugueuse. Autrefois il suait souvent.

N'a jamais eu de fièvre. Pouls calme, mou, régulier.

Langue large, sèche, sans enduit, sans rougeur des bords ni de la pointe. Soif vive, mais moins qu'autrefois. Appétit moindre depuis qu'il fait usage de viande et de vin seulement. Salivation : rien à noter sous le rapport de la quantité. Goût assez prononcé pour les aliments féculents et sucrés. Epigastre et abdomen indolores à la pression. Selles normales. Pas de douleurs lombaires.

Pas de toux. Douleur des deux côtés de la poitrine, à la base. Pas d'expectoration.

Ventre dur, indolent ; la sonorité y est exagérée. Pas de développement appréciable du foie ni de la rate.

Excrétion fréquente d'urines, cinq fois environ chaque nuit et huit à dix fois dans la journée. La mixtion ne détermine point de douleur dans l'urèthre. Plus de taches poisseuses sur la chemise. Urines très abondantes, aqueuses, transparentes, presque inodores, d'un goût un peu sucré, prenant une coloration brune par l'ébullition avec une solution de potasse, donnant un précipité jaune-rougeâtre par le tartrate double de potasse et de cuivre sous l'influence de la chaleur, subissant la fermentation alcoolique par l'action de la levure de bière et d'une température convenable, contenant par conséquent de la glycose. Par une évaporation lente et convenablement ménagée, on en obtient en effet une masse jaunâtre d'un goût sucré. Cette urine, clarifiée par le sous-acétate de plomb et examinée au saccharimètre de M. Soleil, dévie le plan de polarisation de la lumière de 36 divisions vers la droite, ce qui correspond à une quantité de 7,79 de sucre pour 100 d'urine.

Sommeil interrompu, mais seulement par le besoin d'uriner.

Percussion. — Matité à droite, en arrière, à la base de la poitrine et un peu dans le côté.

Auscultation. — La respiration s'entend bien, sans râle.

Cœur. — Battements clairs, réguliers, sans bruit spécial.

17 et 18. (Lait *(bis)*, 2.)

19. (Lait *(bis)*, 2; huile de foie de morue, 2 cuillerées; viande, lait, vin.)

20. Urines moins abondantes. (Lait, 2; huile de foie de morue, 2 cuillerées; poisson, viande, vin.)

21. Soif moins vive, urines moins abondantes : du 20, trois heures du soir, au 21, neuf heures et demie du matin, environ 3/4 de litre. (Huile de foie de morue, 2 cuillerées; lait (2), viande, vin.)

22. (Huile de foie de morue, 2 cuillerées; lait (2), viande, vin.)

Le malade, pesé avec le costume de l'hôpital, pèse 51 kil. 4. Du 21, trois heures du soir, au 22, neuf heures et demie du matin, urines à peu près d'égale quantité que la veille. (Huile de foie de morue, 1 centigr.; soupe au gluten, pain au gluten, bouilli, viande, vin.)

Potion avec	Carbonate d'ammoniaque......	1gr00
	Rhum........................	6 00
	Eau.........................	100 00

23 et 24. Pas de changement.

25. Pouls plus fort; urines moins abondantes. (Même traitement.)

26. Pouls plus fort. (Bouillon, viande rôtie, vin, soupe au gluten.)

Potion avec	Carbonate d'ammoniaque......	2gr00
	Rhum........................	6 00
	Eau.........................	100 00

27. Pas de changement.

28. L'urine augmente de quantité. (Le malade avoue que, la veille, il a mangé du pain qu'un de ses voisins lui a donné.) Soif modérée. (Bouillon, viande rôtie, soupe au gluten.)

Potion avec	Carbonate d'ammoniaque......	2gr00
	Rhum........................	6 00
	Eau.........................	100 00

29. Pouls petit. (Bouillon, viande rôtie, vin, lait (2).)

Potion avec	Carbonate d'ammoniaque......	2gr00
	Rhum........................	6 00
	Eau.........................	100 00

30. Pas de changement.

31. Un peu de fréquence du pouls. (Infusion de quinquina, 100 gr.; lait (2), soupe, riz au lait.)

Le soir, céphalalgie; pouls (80).

1er février. Pouls petit (80); urines moins abondantes. (Huile de foie

de morue, 2 centigr.; infusion de quinquina, 100 gr.; soupe au gluten. riz au lait.)

Le soir, affaiblissement, pouls intermittent (90).

2. Pouls (80). Urines peu abondantes, troubles : environ 120 gr. depuis la veille, trois heures du soir. Pas de soif. Affaissement. 3 selles sanguinolentes depuis la visite du soir de la veille. (Lait.)

Potion avec	Infusion de quinquina	100 gr.
	Laudanum	10 gouttes.

Le soir, pouls (80), 3 selles sanguinolentes, pas de ténesme.

3. Pouls un peu plus fort. Urines doubles de la veille sous le rapport de la quantité. L'urine, examinée comme il a été dit plus haut, ne contient plus de sucre.

Composition de l'air expiré par le malade, le matin, vers neuf heures, air recueilli avec le plus grand soin [1] :

Oxygène	0,185	en volume.
Azote..............	0,811	—
Acide carbonique.....	0,004	—

(Eau gommée, sirop de grande consoude. Prendre l'eau gommée avant le sirop de grande consoude.)

Extrait thébaïque...	0gr05	en 3 pilules.
Acétate de plomb...	0 05	

(Soupe, riz au lait, pain.)

Le soir, le pouls est petit (90); 4 selles liquides depuis la visite du matin. Le malade mange très peu.

4. Pouls petit (80); 4 selles liquides depuis hier soir; prostration des forces; légère bouffissure de la face, on y remarque quelques pustules; haleine fétide. Percussion : sonorité normale dans toute la poitrine. Auscultation : la respiration s'entend bien; on observe cependant un peu de craquement humide; il y a retentissement normal de la voix. L'urine ne contient pas de sucre. La quantité rendue depuis hier au soir, trois heures, jusqu'à ce matin, dix heures, est seulement d'à peu près un quart de litre.

[1] *Données*...

Air expiré...	41,9 — 78,2	Air—CO, sur eau	41,0	—	29,6
Après potasse	41,7 — 72,9	Cet air + H.....	57,5	—	41,0
Différences...	0,2 — 0,3	Après combustion	34,6	—	24,4
		Différences..	22,9	—	16,6
		Le tiers.....	7,633	—	5,533

Composition de l'air expiré par le malade, le matin, vers 9 heures [1] :

Oxygène...........	0,193 en volume.	
Azote..............	0,779	—
Acide carbonique....	0,028	—

Composition de l'air de la salle 15, pris au même moment à l'entour du lit du malade [2] :

Oxygène........... 0,209 en volume.
Azote.............. 0,791 —
Acide carbonique.... quantité inappréciable par le procédé employé pour les autres analyses.

(Eau gommée avant sirop de grande consoude.)

Extrait thébaïque...	0gr05	en 3 pilules.
Acétate de plomb...	0 05	

(Soupe, riz au lait, pain.)

Le soir, pouls (90); une selle sanguinolente depuis le matin; gencives fongueuses, saignantes.

5. Pouls petit, fréquent; affaissement croissant. Sur la peau, surtout à la face et à la partie supérieure du thorax, on remarque des ecchymoses livides. Il y a çà et là quelques soulèvements blanchâtres de l'épiderme ombiliqués, ne contenant pas de liquide et entourés d'un cercle rougeâtre et livide. Langue humide. Plusieurs selles sanguinolentes depuis hier au soir. L'urine ne contient ni sucre, ni albumine.

L'état du malade ne permet pas de recueillir l'air expiré.

Potion avec	Infusion de quinquina........	5gr00
	Extrait de ratanhia..........	2 00
	Eau.........................	120 00

(Bouillon, eau de pin gemmé.)

Décès à deux heures de l'après midi.

[1] *Données*...

Air expiré..........	49,2	Air — CO, pris sur l'eau....	36,5
Après potasse........	47,8	Cet air + H.......	56,5
Différence.......	1,4	Après combustion..	34,8
		Différence.....	21,7
		Le tiers.......	7,233

[2] *Données*...

Air de la salle pris sur eau.	39,00
Cet air + H.......	59,00
Après combustion.	34,50
Différence....	24,50
Le tiers......	8,166

6. Nécropsie à onze heures du matin, vingt et une heures après le décès.

Habitude extérieure. — Amaigrissement général; pas de raideur cadavérique. Ecchymoses sur toute la surface du corps, confluentes au thorax et à l'abdomen et plus isolées aux membres.

Crâne. — Infiltration dans le tissu cellulaire sous-arachnoïdien. Cerveau atrophié; sa substance est ramollie. Il n'y a pas de lésion du côté du quatrième ventricule, non plus qu'à l'origine des nerfs pneumogastriques.

Thorax. — Les poumons sont sains, crépitent bien; à leur surface, on aperçoit quelques taches ecchymotiques.

Le cœur présente un volume normal. Il y a environ 30 grammes de sérosité dans le péricarde.

La plèvre contient une sérosité sanguinolente.

Abdomen. — Les intestins présentent une teinte ardoisée; autrement, rien de particulier; à l'intérieur, quelques lombrics.

L'estomac offre sur sa muqueuse de petites plaques ecchymotiques.

Le foie est volumineux; sa substance est jaunâtre, indurée.

La rate offre un peu plus de volume qu'à l'état normal; son tissu est consistant.

Le rein gauche présente un volume plus considérable qu'à l'état normal; son tissu est injecté.

La vessie contient une petite quantité d'urine sanguinolente.

Sang. — Le sang est fluide dans les vaisseaux. Le caillot est très peu volumineux et très peu consistant. Le sérum ne contient pas de glycose.

L'observation précédente est de nature à faire voir quels services rendraient, dans l'examen des malades, des analyses d'air expiré analogues à celles qu'ont réalisées, les premiers, MM. Andral et Gavarret, et qui ont fourni à M. Doyère des résultats si intéressants relativement aux cholériques. Le 3 février, au matin, Beaupied offrait à son médecin un état relativement satisfaisant : il n'avait plus de sucre dans l'urine; le pouls, habituellement petit, s'était un peu relevé; l'attention de l'homme de l'art était seulement éveillée sur l'état du tube digestif, car il y avait eu la veille des selles sanguinolentes, mais sans ténesme. Aucun symptôme, parmi ceux qu'on observe habituellement, ne pouvait faire présager une

terminaison funeste deux jours après. Mais nous constations, nous, un défaut presque absolu de respiration (il n'y avait dans l'air exhalé que des traces d'acide carbonique), et le lendemain le pourpre hémorrhagique se montrait avec une amélioration très notable de l'état de l'air expiré; le surlendemain, Beaupied n'était plus!

Il semble ressortir, en outre, de l'observation précédente un fait défavorable à la théorie d'Alvaro Reynoso : le 3 février, avec une combustion vitale presque nulle, il n'y avait plus de sucre dans l'urine; il n'y en avait pas davantage, le 4, avec une respiration plus active, mais inférieure à celle de l'état normal. Toutefois, comme, le 3, un incident grave se préparait, et comme, le 4, il envahissait le malade et dominait la scène pathologique, le cas de Jean Beaupied plaide moins en faveur d'une théorie quelconque de la glycosurie qu'en faveur d'un examen approfondi de tous les excreta quand on veut se rendre un compte absolu de l'état d'un malade.

Le fait suivant, qu'il ne m'a malheureusement pas été possible d'observer complètement dans tous ses détails, serait en faveur de l'opinion du savant chimiste havanais : j'ai eu l'occasion de suivre pendant plusieurs années, mais en ne le voyant que de temps en temps et trop peu longtemps chaque fois, un glycosurique de mon pays qui venait assez souvent à Bordeaux. Il a été un des malades de M. Bouchardat, et c'est grâce aux conseils de l'illustre professeur et à l'énergique volonté que le malade a déployée pour les suivre, qu'il a pu prolonger longtemps son existence. Il était confiseur, et la nature l'avait doué d'une haute stature et d'un grand développement thoracique. Il observait lui-même tous les jours, avec de l'eau de chaux, l'état de ses urines; mais, quand ses affaires l'appelaient à Bordeaux, il venait me trouver pour faire constater son état.

Il était bien depuis plusieurs jours et dépensait, sans aucune perte, ses aliments de calorification, grâce au régime (viande, pain de gluten et jaunes d'œufs), lorsque, le 17 mars 1852, se trouvant à Bordeaux en compagnie de quelques amis, il se laissa entraîner par l'exemple et mangea, à l'hôtel, du pain ordinaire et d'autres aliments féculents. Il vint me voir dans la journée et je constatai la présence de 2,58 0/0 de sucre dans l'urine; il n'offrait pas ce

jour-là, il n'a jamais offert du reste d'albuminurie. Je recueillis l'air expiré et je trouvai à cet air la composition suivante (1) :

Oxygène.	0,131	en volume.
Azote.	0,841	—
Acide carbonique.	0,028	—

Ici donc, un jour de glycosurie, il y avait une production d'acide carbonique qu'on peut considérer comme faible, en la comparant à l'état normal, vu la puissance pulmonaire du sujet. Dans cette analyse, comme dans la plupart des autres, il ne faut pas faire grande attention à l'azote, car c'est sur lui (puisqu'on le dose par différence) que s'accumulent les erreurs qu'on a pu commettre sur les autres déterminations; c'est sur son compte qu'on met, en outre, les gaz étrangers qui pourraient par hasard se trouver dans l'air expiré.

Le lendemain, 18 mars, après un repas exclusivement composé d'aliments gras et azotés, le sucre de l'urine avait complètement disparu; mais mon malade, pressé par l'heure de départ du bateau à vapeur, n'a pu me fournir l'air qu'il expirait ce jour-là.

Voici, par exemple, un fait tout à fait contraire aux idées de M. Reynoso. Il s'agit d'une jeune fille de quinze à seize ans, atteinte d'une cyanose qui, d'abord compliquée de gale, n'a pas tardé à être débarrassée de cet accessoire. Je devais m'attendre ici, puisque c'était un sang incomplètement artériel qui passait dans les capillaires généraux et un sang incomplètement veineux qui traversait les capillaires pulmonaires, je devais m'attendre à trouver une faible combustion respiratoire; et, en effet, l'air expiré par cette fille, le 6 février 1852 (air recueilli avec beaucoup de soin), présentait la composition suivante (2) :

(1) *Données...*

Air expiré..........	39,0	Air — CO_2 sur eau.........	13,9
Après potasse.......	37,9	Cet air + H........	23,6
Différence.......	1,1	Après combustion...	18,0
		Différence......	5,6
		Le tiers =.....	1,87

(2) *Données...*

Air expiré..........	65,0	Air — CO_2 sur eau.........	17,6
Après potasse.......	64,7	Cet air + H.........	24,0
Différence.......	0,3	Après combustion....	15,0
		Différence.......	9,0
		Le tiers =......	3,0

Oxygène.............	0,170 en volume.	
Azote...............	0,825	—
Acide carbonique........	0,005	—

Or, ce jour-là même, l'urine, examinée avec le tartrate cuproso-potassique, ne fournissait aucun indice de la présence de la glycose.

M. Reynoso ne mentionne que la diminution de la respiration comme cause de la glycosurie. Mais il est évident que, si ses idées sont vraies, le même effet peut être obtenu par une ingestion plus considérable d'aliments féculents. En un mot, la présence du sucre dans l'urine doit tenir à un défaut de rapport entre la production et la consommation de la glycose dans l'économie. Absorbe-t-on trop de glycose pour un *quantùm* déterminé de combustion vitale? l'excès doit s'éliminer par les reins. Les recettes en glycose restant à leur chiffre normal, la respiration vient-elle à diminuer? l'excrétion complémentaire doit se faire encore par les urines.

J'ai essayé trois fois, sur moi-même, de réaliser la double condition ci-dessus : je me suis soumis, le soir, à un régime abondant, presque exclusivement composé de féculents; je me suis couché aussitôt et j'ai gardé le lit (dormant ou restant le plus possible dans l'immobilité) pendant douze heures environ. L'urine de ces nuits-là, pas plus que l'urine ordinaire, n'a offert de sucre aux réactifs.

Presque tous les faits précédents conduisent donc, comme on le voit, à faire considérer comme rare, si même elle est réelle, la cause du diabétès sucré invoquée par M. Reynoso. L'espèce de glycosurie normale que ses expériences semblent indiquer, n'a jamais été constatée par nous. Cela prouve une fois de plus que, dans les sciences d'observation, on ne doit accepter les faits, aussi probables et aussi bien déduits qu'ils semblent être, qu'après les avoir soumis au contrôle d'expériences rigoureuses.

18° *Des deux vaisseaux qui pénètrent dans le foie (artère hépatique et veine-porte), quel est celui qui fournit les matériaux de la sécrétion biliaire?*

En mai 1855, j'ai eu l'occasion d'étudier la bile contenue dans la vésicule du fiel d'un sujet chez lequel l'artère hépatique était fortement comprimée par une tumeur.

Cette bile ne m'a présenté rien d'anormal, ainsi qu'on peut en juger par l'examen auquel je l'ai soumise; elle était seulement très dense et fortement chargée de principes organiques.

Examen. — C'est un liquide filant, visqueux, rouge-brun, foncé et opaque sous une grande épaisseur, jaune quand il est étendu ou en couches minces; son odeur est spéciale, désagréable; il tombe rapidement au fond de l'eau et s'y dissout très bien par l'agitation. Examiné au microscope, il offre à considérer une masse de granulations de forme et de grandeur variables, souvent réunies pour constituer des plaques qu'on distingue très bien au milieu de la teinte jaune générale. Comme il s'était fait au fond du flacon un dépôt pulvérulent, j'ai décanté la majeure partie de la bile, et le restant, fortement agité pour délayer le dépôt, a été examiné au microscope et a présenté : *(a),* plusieurs membranes cellulaires que l'ammoniaque ne pouvait pas désorganiser; *(b),* quelques cellules isolées nageant dans le liquide et paraissant provenir de la désagrégation de ces membranes; *(c),* et enfin des globules très gros et peu nombreux, qui sont peut-être bien des monades.

Étendue d'eau et filtrée, cette bile est neutre aux réactifs colorés, mousse par l'agitation, ne se trouble nullement par la chaleur, ne présente rien avec la liqueur de Frommerz. Avec les réactifs, on a les caractères suivants :

Acide nitrique, abondant précipité pulvérulent d'un vert sale foncé, constitué probablement par les acides gras de la bile.

Ammoniaque, rien.

Alcool, précipité blanc peu abondant.

Éther, précipité pulvérulent jaune-verdâtre sale, passant au rouge pâle après quelque temps.

Chlore, décoloration de la bile, précipité grisâtre sale furfuracé.

Acide hypochloreux, réaction analogue.

Sels métalliques, précipités divers qui ont tout à fait l'aspect de savons ou corps gras; ainsi avec :

Chlorure de calcium, précipité blanc peu abondant.
Sel d'argent, précipité blanc abondant.
Sel de plomb, id.
Sels de mercure (protoxyde et bioxyde), précipités blancs abondants.
Sel de cuivre, précipité vert.

Ainsi la bile examinée paraît se comporter tout à fait, ainsi que la bile normale, comme une dissolution de savons à acides gras insolubles et base alcaline soluble.

Dessiccation et incinération.— 5gr5 de bile humide ont perdu 4gr576 d'eau et ont laissé 0gr101 de cendres, d'où il suit qu'on a pour 100 parties :

Eau....................	83,200
Matière organique........	14,964
Matière minérale.........	1,836
	100,000

La cendre a une couleur rouille y indiquant la présence du fer.

Ainsi donc, malgré le défaut presque complet de circulation dans l'artère hépatique, la bile était sécrétée et sécrétée tout à fait comme à l'état normal.

Ce fait viendrait à l'appui de l'opinion de Malpighi, de MM. Lambron, Lereboullet, Claude Bernard et Simon (de Metz), sur le rôle important que jouerait la veine-porte dans la sécrétion de la bile. Plusieurs de ces savants, ayant oblitéré l'artère hépatique sur des animaux, avaient aussi constaté la production du fiel.

Mais, depuis l'époque où j'ai eu l'occasion de faire la présente analyse, M. Oré a publié, dans les Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux, un travail qui arrive à des conclusions opposées. A cause des nombreuses anastomoses de l'artère hépatique, mon savant confrère et ami n'ajoute pas une grande importance à la ligature du principal vaisseau artériel qui pénètre dans le foie; et comme, d'autre part, des vivisections faites par lui confirment les résultats déduits d'observations pathologiques nombreuses recueillies ou reproduites, également à Bordeaux, par M. Gintrac père, M. Oré n'hésite pas à conclure que c'est le sang artériel qui, ici comme partout, fournit les matériaux de la sécrétion.

Mon observation, n'étant publiée qu'après une réfutation qui s'adresse aussi bien à elle qu'à tous les faits analogues, perd, par suite de ce retard, une grande partie de l'importance qu'elle aurait pu avoir dans la discussion d'une intéressante question physiologique. Mais il est bon qu'on sache néanmoins que les faits combattus par M. Oré ne proviennent pas seulement de vivisections, et qu'il en est quelques-uns qui, comme le mien, résultent de nécropsies faites sur l'homme.

19° *Examen du liquide vomi par une femme atteinte de gastrorrhée.* (Hôpital Saint-André, service de M. Gintrac père, juillet 1858).

Cette analyse présente de l'intérêt à cause du résultat qu'elle a fourni, mais surtout à cause de la remarque qu'elle m'a permis de faire sur la valeur d'un moyen physiologique (plus commode et plus inoffensif que l'injection dans les veines) de reconnaître la digestion des aliments albuminoïdes.

Le liquide dont il s'agit est limpide, de couleur légèrement citrine, présente un dépôt blanchâtre peu abondant, et mousse par l'agitation; il a une réaction légèrement acide, ne se trouble ni par la chaleur, ni par l'acide azotique, mais s'opacifie par l'alcool absolu. Examiné au microscope, il offre un très grand nombre de petits globules incolores, semblables à ceux du mucus, et quelques rares débris d'épithélium.

Il répand, quand on l'évapore, une odeur de caramel et aussi une odeur alcoolique. Il noircit par ébullition avec la potasse caustique et réduit la liqueur de Barreswil. A tous ces signes, on reconnaît la présence de la glycose. Peut-être ce principe n'y est-il qu'accidentellement [1] et provient-il du sucre des tisanes, transformé par les liquides du tube digestif, ou bien d'une digestion récente de féculents. Un nouvel essai tenté avec la matière vomie après une nuit d'abstinence complète, pourrait seul résoudre cette question.

Par évaporation à siccité et combustion du résidu, on trouve la composition générale suivante :

Eau	0,990
Matière organique	0,008
Matière minérale (surtout chlorures)	0,002
	1,000

Pour déterminer la nature de la matière organique, ou de son élément le plus important, il convenait d'étudier l'action digestive du liquide. A cet effet, j'ai opéré d'abord sur de la viande.

M. Longet (*Annales des sciences naturelles,* 1855) a signalé un

[1] Toutefois, j'ai trouvé la glycose dans les deux produits qui m'ont été remis à deux jours différents.

moyen de reconnaître qu'une matière albuminoïde est digérée : ce moyen consiste dans l'emploi de la liqueur de Barreswil et d'une solution de glycose; l'albuminose provenant de la digestion masque le sucre et l'empêche d'agir sur son réactif, tandis que des solutions de fibrine, d'albumine, de caséine, ne possèdent pas la même propriété. — Le liquide à examiner a été mis en contact avec de la viande de bœuf crue; après plusieurs heures de séjour dans une étuve modérément chauffée, le mélange a été examiné par le procédé de M. Longet et a masqué la glycose. Ce fait pouvait faire croire d'abord à une digestion; mais les morceaux de viande ne paraissant pas avoir diminué de volume, j'ai eu l'idée d'examiner la liqueur obtenue par macération de viande crue dans l'eau, et cette liqueur, riche en albumine, s'est également opposée à l'action de la glycose sur le tartrate double de potasse et de cuivre.

Le procédé de M. Longet n'est donc pas infaillible pour reconnaître une digestion d'albuminoïdes: s'il est bon quand on emploie de l'albumine, de la fibrine ou de la caséine seules, il ne saurait convenir quand on opère avec de la viande.

Voici alors le moyen que j'ai employé : après avoir fait rôtir un morceau de viande de bœuf sur le gril, j'ai pris une petite partie de la chair du centre, je l'ai fortement exprimée dans du papier Joseph, pesée, mise en contact avec le liquide gastrique, laissée deux heures et demie dans l'étuve, à une très douce chaleur, puis exprimée de nouveau et pesée; elle n'a nullement perdu de son poids. Donc, la pepsine ne se trouve pas dans la matière vomie.

Une autre partie du liquide, mise à l'étuve avec de l'empois de fécule, l'a transformée en glycose au bout de deux heures et demie, ainsi que j'ai pu le constater avec de l'iode dissous dans l'eau alcoolisée, iode qui a produit une couleur pourpre faible bien différente de la couleur bleue franche de l'iodure d'amidon. Le produit de cette digestion réduisait le tartrate cupro-potassique mieux que le liquide gastrique seul.

Conclusion. — Des faits qui précèdent, je crois pouvoir conclure que le liquide stomacal soumis à mon examen n'est pas du suc gastrique, mais bien un mélange de salive et de mucus. Le peu de richesse en principes solides semble même indiquer une prédominance de la salive.

La matière soluble, contenue dans la viande, qui jouit de la propriété de l'albuminose, et qui est comprise dans ce que Berzélius appelait *osmazôme,* est peut-être bien la même qui, dans le bouillon, ainsi que l'a démontré M. Dannecy, empêche aussi l'action de l'iode sur l'empois d'amidon. Cette matière, qui serait sulfurée, paraît devoir jouer bientôt en pathologie un rôle important : il semble y avoir des maladies de consomption caractérisées par sa présence dans l'urine, présence constatée par M. Trousseau dans le diabétès sucré (cas graves), mais pouvant exister sans lui, ainsi que l'a établi encore M. Dannecy. J'ai eu en mains une de ces urines qui masquaient l'action de l'iode sur l'amidon ; je regrette de n'avoir pas pensé à voir si elle eût aussi masqué l'action de la liqueur de Barreswil sur la glycose.

20° ***Liquide trouvé dans un kyste de la rate qu'on suppose avoir été produit par des échinocoques.*** (Service de M. Gintrac père, juin 1855.)

Cette observation est intéressante en ce qu'elle fait voir la très grande diffusion de la cholestérine. Jusqu'ici on avait rencontré ce principe dans bien des organes, dans bien des produits morbides (notamment dans des acéphalocystes à échinocoques du foie); mais jamais on ne l'avait signalé dans la rate, soit à l'état normal, soit à l'état pathologique.

Le liquide dont il s'agit se présentait avec un aspect trouble et blanchâtre, une odeur nauséabonde; il offrait à considérer un dépôt abondant cristallisé en petites lames brillantes. Au microscope, on remarquait, au milieu d'un liquide incolore, une multitude de globules de divers diamètres, libres ou réunies plusieurs ensemble, et aussi des lames quadrilatères à angles légèrement obliques (les mêmes que celles distinguées à l'œil nu).

Par la dessiccation et l'incinération, j'ai obtenu les résultats suivants :

Liquide frais.	20gr419
Résidu sec.	2 943
Cendres.	0 147

Ce qui donne pour 100 parties :

Eau.	85gr587
Matière organique.	13 693
Matière minérale.	0 720

Les cendres présentaient une couleur rouille, indice de la présence du fer.

Présumant que les lames micacées observées dans le liquide à l'œil nu et au microscope, devaient être de la cholestérine, j'ai tenté quelques expériences à l'effet de m'en assurer. En traitant le liquide par l'alcool, faisant bouillir et filtrant, j'ai obtenu, par le refroidissement, un abondant dépôt cristallin toujours en lames brillantes; ce précipité, recueilli et traité d'abord par l'acide sulfurique étendu, puis par le même acide concentré, m'a en effet donné la réaction caractéristique de la cholestérine.

Le résidu insoluble dans l'alcool bouillant s'est présenté sous l'aspect d'une masse blanche ressemblant tout à fait à de l'albumine coagulée, et qui, en effet, s'est très bien dissoute dans une solution de potasse caustique.

Le défaut de liquide ne m'a pas permis de faire un plus grand nombre de recherches. Mais on peut conclure de celles qui précèdent :

1° Que le liquide examiné est très riche en corps gras, surtout en cholestérine : c'est ce qui explique la minime quantité de matière minérale fournie par l'incinération et l'abondance relative de la matière organique (1);

2° Qu'il contient en sus, comme la plupart des liquides de l'économie animale, un peu d'albumine;

3° Que l'aspect blanchâtre du liquide et l'absence de coloration du champ du microscope par lui, excluent l'idée de la présence de la matière colorante de la bile.

(1) Les corps gras, en effet, comme toutes les matières organiques susceptibles de cristalliser, ne contiennent point de matière minérale dans leur composition, ne laissent point de cendres par la combustion; celles qui ont été obtenues ici étaient directement dissoutes dans le liquide ou existaient dans les matières organisées, telles que l'albumine.

EXPÉRIENCES

SUR LA

PRODUCTION DU BIOXYDE D'AZOTE

PAR LE CUIVRE ET L'ACIDE AZOTIQUE DILUÉ

PAR M. E. ROYER.

J'ai eu l'honneur de communiquer à la Société une Note qui a été insérée dans ses Mémoires (t. II, 2e cahier), sur un procédé nouveau de production d'alcaloïdes artificiels.

Ce procédé consiste, je le rappelle brièvement, à faire passer simultanément sur un métal porté à une température plus ou moins élevée :

1° Des vapeurs d'alcool, d'éther, ou d'un composé organique volatil oxygéné;

2° Un composé gazeux de l'azote, AzO, AzO^2, ou même AzO^4.

Le succès des quelques expériences consignées dans ma Note, et qui semblent donner une confirmation pratique à ce procédé dont la théorie est si simple *à priori,* m'a engagé à reprendre ce sujet que mes occupations m'avaient forcé d'abandonner.

J'ai pensé que mon travail, pour être logique et complet, devait se diviser en trois parties de la manière suivante :

1° Étudier avec soin l'action de différents métaux portés à une température plus ou moins élevée, sur les composés oxygénés de l'azote;

2° L'action de ces mêmes métaux sur différents produits organiques oxygénés et volatils sans décomposition;

3° M'occuper, une fois ces bases de décomposition bien connues,

de l'action simultanée des liquides organiques et des composés oxygénés de l'azote en présence du métal qui se prêtera le mieux à ces sortes de réduction.

Voulant commencer mes expériences par l'action du bioxyde d'azote, j'ai dû me préoccuper d'obtenir ce gaz le plus pur possible, en grande quantité, et le plus économiquement que je le pourrais.

Ce sont les essais que j'ai faits dans ce sens qui font l'objet de la présente Note.

On sait que le meilleur moyen d'obtenir le bioxyde d'azote pur est d'attaquer le mercure ou l'argent par l'acide azotique dilué, mais ce moyen est trop coûteux pour celui qui est forcé d'avoir recours à ses ressources personnelles.

On peut, comme l'a indiqué M. Pelouze, dissoudre trois parties de fer dans un excès d'acide chlorhydrique, et faire bouillir la dissolution avec une partie d'azotate de potasse; on obtient ainsi du bioxyde d'azote pur, d'après la réaction suivante :

$$6\,Fe\,Cl + Az\,O^5 + 3\,H\,Cl = 3\,H\,O + 3\,(Fe^2\,Cl^3) + Az\,O^2.$$

Outre que ce moyen exige une préparation assez longue, la quantité de bioxyde d'azote obtenue est très minime, par rapport aux quantités de réactifs employés.

J'ai donc dû me contenter d'obtenir le bioxyde d'azote au moyen du cuivre et de l'acide azotique dilué.

Tous les auteurs s'accordent à dire que lorsque l'acide azotique n'est pas suffisamment étendu d'eau, il peut, la réaction étant trop vive, donner, en même temps que du bioxyde d'azote, du protoxyde d'azote et même de l'azote.

Ces deux derniers corps prendraient naissance par la réaction du bioxyde produit sur le cuivre non attaqué, d'après les équations suivantes :

$$Az\,O^2 + Cu = Az\,O + Cu\,O$$

$$Az\,O^2 + 2\,Cu = Az + 2\,Cu\,O.$$

Je n'ai trouvé dans aucun livre les quantités d'eau qu'il faut ajouter à l'acide azotique ponr obtenir par son action sur le cuivre

du bioxyde d'azote pur, ou du moins, contenant le minimum de gaz étrangers.

D'un autre côté, un savant auteur dit, dans son *Traité de Chimie,* qu'avec le cuivre et l'acide azotique, on obtient toujours un mélange de bioxyde d'azote, de protoxyde d'azote et d'azote.

Il est vrai de dire que le mode de préparation qu'il indique est le suivant :

« Traiter le cuivre par l'acide azotique monohydrique étendu de » son volume d'eau. »

Dans ce cas, l'attaque est si vive et la température s'élève si haut, que le bioxyde d'azote peut facilement réagir sur le cuivre non attaqué, comme on le pense généralement, et donner lieu par sa réduction à du protoxyde d'azote et même à de l'azote.

Pour m'éclairer sur toutes les circonstances de la production du bioxyde d'azote au moyen du cuivre et de l'acide azotique dilué, j'ai eu recours aux expériences suivantes :

J'ai fait des dissolutions azotiques contenant un volume d'acide pour un, deux, trois, quatre volumes d'eau; puis j'ai fait agir des volumes égaux de ces dissolutions sur un même poids de tournure de cuivre.

Les températures ont été notées avec soin pendant toute la durée de l'opération, et j'ai analysé le gaz obtenu à divers degrés de l'échelle thermométrique.

Je n'ai, du reste, commencé à recueillir le gaz et à l'analyser que lorsque les vapeurs rutilantes ont eu complètement disparu.

Voici les résultats de ces expériences :

I

1 Volume $Az\,O^5, H\,O$

1 Volume d'eau.

La température initiale est de 18°; l'attaque est si vive, que le thermomètre monte à plus de 100°; des torrents de gaz rutilant s se dégagent, et l'expérience marche avec tant de rapidité, qu'on ne peut l'étudier d'une manière convenable.

Dans les expériences suivantes, il est bon de noter que la tem-

de l'action simultanée des liquides organiques et des composés oxygénés de l'azote en présence du métal qui se prêtera le mieux à ces sortes de réduction.

Voulant commencer mes expériences par l'action du bioxyde d'azote, j'ai dû me préoccuper d'obtenir ce gaz le plus pur possible, en grande quantité, et le plus économiquement que je le pourrais.

Ce sont les essais que j'ai faits dans ce sens qui font l'objet de la présente Note.

On sait que le meilleur moyen d'obtenir le bioxyde d'azote pur est d'attaquer le mercure ou l'argent par l'acide azotique dilué, mais ce moyen est trop coûteux pour celui qui est forcé d'avoir recours à ses ressources personnelles.

On peut, comme l'a indiqué M. Pelouze, dissoudre trois parties de fer dans un excès d'acide chlorhydrique, et faire bouillir la dissolution avec une partie d'azotate de potasse; on obtient ainsi du bioxyde d'azote pur, d'après la réaction suivante :

$$6\,Fe\,Cl + Az\,O^5 + 3\,H\,Cl = 3\,H\,O + 3\,(Fe^2\,Cl^3) + Az\,O^2.$$

Outre que ce moyen exige une préparation assez longue, la quantité de bioxyde d'azote obtenue est très minime, par rapport aux quantités de réactifs employés.

J'ai donc dû me contenter d'obtenir le bioxyde d'azote au moyen du cuivre et de l'acide azotique dilué.

Tous les auteurs s'accordent à dire que lorsque l'acide azotique n'est pas suffisamment étendu d'eau, il peut, la réaction étant trop vive, donner, en même temps que du bioxyde d'azote, du protoxyde d'azote et même de l'azote.

Ces deux derniers corps prendraient naissance par la réaction du bioxyde produit sur le cuivre non attaqué, d'après les équations suivantes :

$$Az\,O^2 + Cu = Az\,O + Cu\,O$$

$$Az\,O^2 + 2\,Cu = Az + 2\,Cu\,O.$$

Je n'ai trouvé dans aucun livre les quantités d'eau qu'il faut ajouter à l'acide azotique ponr obtenir par son action sur le cuivre

du bioxyde d'azote pur, ou du moins, contenant le minimum de gaz étrangers.

D'un autre côté, un savant auteur dit, dans son *Traité de Chimie,* qu'avec le cuivre et l'acide azotique, on obtient toujours un mélange de bioxyde d'azote, de protoxyde d'azote et d'azote.

Il est vrai de dire que le mode de préparation qu'il indique est le suivant :

« Traiter le cuivre par l'acide azotique monohydrique étendu de » son volume d'eau. »

Dans ce cas, l'attaque est si vive et la température s'élève si haut, que le bioxyde d'azote peut facilement réagir sur le cuivre non attaqué, comme on le pense généralement, et donner lieu par sa réduction à du protoxyde d'azote et même à de l'azote.

Pour m'éclairer sur toutes les circonstances de la production du bioxyde d'azote au moyen du cuivre et de l'acide azotique dilué, j'ai eu recours aux expériences suivantes :

J'ai fait des dissolutions azotiques contenant un volume d'acide pour un, deux, trois, quatre volumes d'eau; puis j'ai fait agir des volumes égaux de ces dissolutions sur un même poids de tournure de cuivre.

Les températures ont été notées avec soin pendant toute la durée de l'opération, et j'ai analysé le gaz obtenu à divers degrés de l'échelle thermométrique.

Je n'ai, du reste, commencé à recueillir le gaz et à l'analyser que lorsque les vapeurs rutilantes ont eu complètement disparu.

Voici les résultats de ces expériences :

I

1 Volume AzO^5, HO

1 Volume d'eau.

La température initiale est de 18°; l'attaque est si vive, que le thermomètre monte à plus de 100°; des torrents de gaz rutilants se dégagent, et l'expérience marche avec tant de rapidité, qu'on ne peut l'étudier d'une manière convenable.

Dans les expériences suivantes, il est bon de noter que la tem-

pérature qui tient la tête de chaque tableau n'est pas celle qui correspond au commencement de chaque expérience; elle correspond au moment où les vapeurs rutilantes ayant disparu, on a commencé à recueillir et à analyser le mélange gazeux.

II

1 Volume Az O^5, H O

2 Volumes d'eau.

100 Volumes de gaz donnent :

Nos D'ORDRE.	TEMPÉRATURES.	Az O^2.	Az.
1	35°	52 , 27	47 , 73
2	38°	80 , 91	19 , 09
3	42°	93 , 28	6 , 82
4	47°	95 , 46	4 , 54
5	51°	95 , 46	4 , 54
6	57°	90 , 91	9 , 09
7	47°, 50	90 , 00	10 , 00

A partir et au-dessous de 47°50, le gaz cesse de se dégager d'une manière sensible.

III

1 Volume $Az\,O^5, H\,O$
3 Volumes d'eau.

100 Volumes de gaz donnent :

Nos D'ORDRE.	TEMPÉRATURES.	$Az\,O^2$.	Az.
1	31°	80 , 00	20 , 00
2	33°	90 , 45	9 , 55
3	40°	96 , 36	3 , 64
4	45°	95 , 91	4 , 09
5	49°	95 , 46	4 , 54
6	51°	91 , 81	8 , 19
7	54°	89 , 09	10 , 91
8	50°	89 , 09	10 , 91

La composition du gaz se maintient la même jusqu'à ce que le thermomètre ne marque plus que 45°. Au-dessous de ce point, le gaz cesse presque complètement de se dégager.

IV

1 Volume $Az\ O^5$, H O
4 Volumes d'eau.

---

100 Volumes de gaz donnent :

Nos D'ORDRE.	TEMPÉRATURES.	$Az\ O^2$.	Az.
1	29°, 5	65 , 46	34 , 54
2	29°, 7	80 , 00	20 , 00
3	31°	86 , 82	13 , 18
4	31°, 5	92 , 27	7 , 73
5	32°, 5	95 , 45	4 , 55
6	33°	95 , 45	4 , 55
7	32°, 5	94 , 09	5 , 91
8	30°	90 , 91	9 , 09
9	25°	86 , 36	13 , 64

Au-dessous de 25°, le gaz cesse de se dégager d'une manière sensible.

CONCLUSIONS.

Il résulte de l'inspection de ces tableaux :

1° Que, dans les circonstances où je me suis placé, il n'y a pas eu production de protoxyde d'azote, ou que la quantité de ce gaz a été si minime, si tant est qu'il se soit produit, que sa présence n'a pas pu être constatée par l'analyse.

Nous ferons remarquer que le mélange gazeux a été recueilli alternativement sur l'eau et sur le mercure, afin de tenir compte de la solubilité dans l'eau du protoxyde d'azote qui aurait pu se dissoudre et échapper à l'analyse.

2° Que le gaz obtenu est continuellement un mélange, à proportions variables, de bioxyde d'azote et d'azote.

3° Que, dans toutes les expériences, la quantité d'azote va en diminuant dès le commencement de l'opération, atteint un minimum, et va en croissant jusqu'à la fin.

4° Que la quantité de bioxyde réduit pour donner naissance à de l'azote n'a pas, comme on aurait pu s'y attendre, de rapport avec l'élévation de la température, puisqu'elle décroît à mesure que celle-ci s'élève; qu'elle atteint un minimum lorsque la température continue à croître, et qu'elle croît vers la fin de l'opération, alors que la température décroît.

5° Que, conséquemment, il n'est pas bien prouvé, ainsi qu'on le croit généralement, que la production de l'azote est due à la réduction du bioxyde d'azote par le cuivre en excès :

Premièrement, parce que, dans cette hypothèse, on ne saurait trop expliquer pourquoi la quantité de bioxyde réduit irait, dès le commencement de l'expérience, en diminuant à mesure que la température augmente, et irait, au contraire, en croissant à la fin de l'opération, alors que la température diminue;

Secondement, parce que, dans le mélange gazeux, on devrait trouver du protoxyde d'azote, qui est le premier degré de réduction du bioxyde d'azote. Il paraît, en effet, surprenant que, dans les circonstances de température fournies par l'expérience, le bioxyde d'azote ait subi d'emblée une réduction complète et donné naissance à de l'azote.

6° Que la dissolution acide la plus convenable pour obtenir du bioxyde d'azote contenant le moins d'azote possible est celle qui est formée d'un volume d'acide pour trois volumes d'eau, car c'est pour elle que le rapport de la quantité d'azote à celle du bioxyde est généralement, pendant toute la durée de l'opération, le plus petit possible.

ÉTUDE

des changements que les communications anormales des cavités du cœur impriment à la circulation du sang

PAR

M. HENRI GINTRAC

Membre de la Société,
Professeur de Clinique interne à l'École de Médecine de Bordeaux

---

Chez l'homme et chez les mammifères, l'époque de la naissance est marquée par un changement profond dans la circulation du sang. Les deux courants, qui jusqu'alors se mêlaient, se séparent et marchent dans des voies distinctes. Mais si les communications qui existaient chez le fœtus sont conservées, si des dispositions tout à fait anormales obligent l'une des colonnes sanguines à se réunir à l'autre, quel peut être le résultat de cette sorte de fusion? Si les cavités gauches du cœur reçoivent du sang veineux, l'organisme n'est-il pas privé de l'un des éléments les plus utiles à l'entretien de la vie?

Les pathologistes ont étudié sous le nom de *cyanose* ou *maladie bleue* les effets de ce mélange des deux sangs. Toutefois quelques auteurs refusent d'admettre le rapport direct qui paraît exister entre les altérations du cœur et les changements imprimés à la circulation.

1° On a dit que le fœtus devrait avoir la cyanose, puisque ses deux sangs sont mélangés et n'en forment qu'un pour tout l'organisme. Mais la coloration du fœtus est livide et non vermeille,

et certainement il existe une grande différence entre la couleur de l'enfant qui a respiré et celle du fœtus avant la première inspiration.

2° On ajoute : Le trou de Botal a été trouvé ouvert et même largement, alors que pendant la vie il n'avait existé aucun trouble apparent de la circulation, aucun indice de maladie bleue. La simultanéité de contraction des oreillettes et des ventricules explique l'absence de la coloration bleue. Si, en effet, les deux oreillettes et les deux ventricules possèdent une force égale, si les ouvertures naturelles par lesquelles le sang doit s'écouler ne présentent de part et d'autre aucun obstacle à son trajet, ce liquide ne se dévie nullement, l'équilibre règne entre les deux colonnes sanguines, elles s'opposent une résistance égale, et chacune suit le cours qui lui est assigné. C'est absolument comme la Seine et la Marne, qui, depuis Charenton jusqu'à Paris, marchent parallèlement dans la même direction sans confondre leurs eaux, mais qui, après avoir traversé les ponts et les divers obstacles semés sur leur trajet devant Paris, ne tardent pas à se mélanger. De même, si le sang veineux trouve un ventricule droit trop étroit, des valvules sygmoïdes roides, ou ce qui est plus commun, une artère pulmonaire rétrécie, cet obstacle l'oblige à se partager, une petite portion suit son trajet normal, tandis que l'autre traverse l'orifice inter-oriculaire comme lui offrant moins de résistance. Ainsi, la conservation du trou de Botal n'entraînera nécessairement une aberration dans la circulation que si les voies parcourues par le sang veineux sont en partie fermées.

3° La cyanose, a-t-on encore objecté, est le résultat de la stase du sang veineux dans les capillaires de la peau et des membranes muqueuses; elle est le plus souvent symptomatique d'un obstacle à la circulation, alors même qu'il n'y a pas de mélange. Certaines maladies du cœur rendent, il est vrai, difficile le passage du sang à travers les cavités droites du cœur; mais il n'y a là qu'un effet purement mécanique facile à concevoir, et dont le caractère essentiel diffère complètement des cas dans lesquels la coloration livide se manifeste à la peau et aux muqueuses par le fait d'une viciation opérée dans les voies artérielles. Ainsi, malgré des apparences analogues, ce sont des états morbides parfaitement distincts.

On a ajouté que non-seulement les lésions organiques du cœur,

mais encore le choléra, l'asphyxie, certaines suppressions de menstruation, pouvaient déterminer une coloration bleue. Je ferai observer que, dans ces divers cas, la coloration se montre ou moins étendue, ou moins intense, ou moins permanente, et que les autres symptômes qui l'accompagnent empêchent toute confusion entre ces divers états morbides.

On insiste et on invoque quelques faits rares dans lesquels, malgré des vices de conformation du cœur ou des gros vaisseaux qui devaient entraîner le mélange des deux sangs, la peau n'était point violacée. C'est qu'il est des peaux qui n'empruntent point au sang artériel ou veineux leur couleur, qui restent pâles ou brunes sans le concours des capillaires, et il faut remarquer que chez les très jeunes sujets la vivification du sang est telle, que même les capillaires veineux conservent une teinte vermeille. On sait enfin que ce sang veineux est loin d'offrir la même couleur chez tous les individus.

Mais pour mieux élucider cette question, j'essaierai de classer les faits très variés sur lesquels cette étude repose.

Il est toujours difficile d'assujétir à une classification régulière les caprices de la nature; on peut toutefois, il me semble, rattacher les vices d'organisation dont je veux apprécier les effets aux types suivants :

1° Le trou de Botal, qui s'oblitère du premier au quinzième jour après la naissance, ne s'est point fermé, ou ce qui est plus anormal, il y a un arrêt de développement de la cloison inter-oriculaire. C'est du troisième mois de la vie fœtale que date cette malformation. Il peut ainsi n'exister, à proprement parler, qu'une seule cavité auriculaire, et le mélange des deux sangs est à peu près inévitable, surtout si le cœur droit ou gauche offre des rétrécissements.

2° La conservation du canal artériel exerce sur la circulation du sang une influence considérable. Le sang veineux, lancé par le ventricule droit au lieu de pénétrer exclusivement dans les poumons, se partage, et une quantité plus ou moins considérable s'introduit dans l'artère aorte. Il en résulte un trouble plus manifeste encore dans la circulation, si l'artère pulmonaire est à peu près oblitérée à son origine. Dans ce cas, comme dans tous ceux de conservation du canal artériel, le trou de Botal est ouvert;

le sang alors ne passe pas de l'oreillette droite dans le ventricule du même côté, mais il s'engage dans l'oreillette gauche, de là dans le ventricule gauche et l'aorte. Le canal pulmo-aortique renvoie une partie de ce sang du côté de l'artère pulmonaire, au-dessus du rétrécissement. Ainsi, le mélange s'accomplit dans l'oreillette gauche, et ce sang mixte se partage ensuite entre les poumons et l'ensemble de l'économie.

3° Un autre vice de conformation du cœur, cause fréquente de cyanose, est la perforation ou l'absence de la cloison des ventricules. Cette perforation a pour siége habituel la base du cœur; elle pourrait ne pas apporter plus d'entrave à la circulation naturelle du sang que la conservation du trou de Botal, si les deux ventricules conservaient leurs forces respectives, si aucun obstacle ne s'opposait à l'entrée du sang dans l'artère pulmonaire, ou enfin si l'artère aorte, très ample et pour ainsi dire à cheval sur cette cloison perforée, n'attirait pas à elle, avec le sang du ventricule gauche, le sang du ventricule droit. Dans ces diverses conditions, les deux sangs veineux et artériel pénètrent dans l'aorte pour être simultanément disséminés dans les diverses parties du corps.

Le second cas est celui d'absence complète de la cloison interventriculaire. Le cœur ne possède alors, à proprement parler, qu'un ventricule. Ce mode de difformité du cœur provient d'un arrêt de développement survenu pendant la période allantoïdienne de la circulation. A la huitième semaine, le cloisonnement des ventricules s'effectue quand aucun vestige de cloison inter-oriculaire n'a encore paru. C'est à cette époque qu'il faut faire remonter l'arrêt de développement du cœur dans cette variété. Le cœur de l'homme ressemble alors à celui des chéloniens, qui n'a que trois cavités; il offre aussi de l'analogie avec celui de quelques autres reptiles, tels que les sauriens.

4° On a constaté quelques exemples de transposition des artères aorte et pulmonaire; la première naissant du ventricule droit, la seconde du ventricule gauche. On ne concevrait point alors la possibilité d'une circulation quelconque, si l'on admettait la conservation du trou de Botal ou du canal artériel, ou cette double communication. A l'aide de ces voies anormales, le passage du sang s'effectue d'un côté du cœur à l'autre, d'où résulte un double

mélange qui produit encore le même effet que dans les exemples précédents.

5° Le cœur peut être réduit à deux cavités, une oreillette et un ventricule : c'est le cœur du fœtus considéré au commencement de la période allantoïdienne. Ainsi formé par deux cavités, le cœur ressemble à celui des poissons; il offre encore de l'analogie avec celui de divers mollusques. Personne ne peut contester la confusion des sangs artériel et veineux.

6° Enfin, dans certains cas bien rares, le cœur a été réduit à une cavité. C'est la disposition la plus simple qu'il puisse affecter. Il n'existe dans la science que deux observations relatives à ce vice de conformation; elles ont été rapportées par Antoine de Pozzis (*Ephem. curi nature,* 1673, p. 35) et par Winslow (*Arch. Reil,* t. IV, p. 440). L'anomalie est produite par un arrêt de développement tout à fait précoce, puisqu'il remonte à la fin du premier mois de la vie fœtale. Le cœur ainsi constitué ressemble à celui des helminthes proprement dits qui possèdent un organe central contractile, à celui des crabes, des homards, écrevisses et autres crustacés.

Ces faits extrêmement curieux apprennent que les altérations les plus graves dans la structure du cœur, les altérations les plus profondes dans la circulation, peuvent ne pas occasionner immédiatement la mort; qu'elles sont même compatibles pendant un temps donné avec la prolongation de l'existence.

Mais ces déviations considérables du cours du sang pourraient-elles avoir lieu sans entraîner dans l'organisme une modification profonde? Une respiration large et fort active, une hématose très vivifiante, peuvent neutraliser immédiatement et incessamment les effets du mélange des deux sangs; ce mélange alors n'apportera que peu de changements apparents dans l'économie. Mais tel n'est point le résultat le plus ordinaire. Bien plus souvent des modifications remarquables viennent montrer les rapports pathologiques des vices d'organisation cardiaque de la circulation du sang et des apparences extérieures. Ces apparences, ces phénomènes extérieurs, sont très positivement caractéristiques :

1° Une coloration bleuâtre de la peau, et surtout des muqueuses. Elle occupe principalement les lèvres, le nez, les paupières, les joues, le lobule des oreilles, les parties génitales, les pieds, les

mains, en particulier la pulpe des doigts; elle est tantôt livide noirâtre, tantôt bleuâtre, violacée, et même pourpre; elle devient plus foncée par la toux, la marche, par l'impression du froid et de la chaleur; elle diminue par le repos.

2° L'auscultation du cœur permet de constater dans la région précordiale un bruit de souffle extrêmement prononcé; la main appliquée sur cette partie y constate le frémissement cataire. Le pouls est en général petit, faible, irrégulier et intermittent. Il donne de 80 à 100 pulsations par minute.

3° Il existe une dyspnée plus ou moins considérable, revenant par accès, lesquels sont accompagnés ou suivis de lipothymies. Cette périodicile de la suffocation est assez constante pour que les auteurs en aient fait un des symptômes les plus tranchés de la maladie. Sous l'influence de la moindre cause, après le repas, pendant la marche, au moment du réveil, les paroxysmes éclatent, ils augmentent au point de faire pousser des cris aux malades et de les menacer d'asphyxie. Les battements du cœur sont irréguliers, très faibles, c'est une sorte de syncope; la peau est insensible, livide; elle se couvre d'une sueur froide. Ces accès peuvent durer plusieurs heures.

4° L'action musculaire manque d'énergie; les membres inférieurs sont affaiblis; de là, la tendance au repos, la lenteur de la marche, la fatigue survenant après les moindres mouvemeuts.

5° La température de la peau offre une diminution marquée. Les malades éprouvent un froid habituel, surtout aux extrémités; ils recherchent, dans toutes les saisons, des lieux chauds, les rayons du soleil, le feu des foyers; ils perdent bientôt l'augmentation de chaleur qu'ils se sont artificiellement procurée.

6° Certaines parties du corps présentent des modifications remarquables dans leur aspect et leur forme. Les membres sont, en général, grêles, amaigris; les supérieurs ont acquis une longueur plus qu'ordinaire; mais ce sont surtout les doigts qui offrent une conformation digne d'attention; ils sont longs, tuméfiés à leurs dernières phalanges, de sorte que leurs extrémités sont renflées et arrondies; les ongles sont longs, larges, épais, recourbés et d'une couleur violacée.

De ces considérations que j'ai désiré rendre succinctes, il est permis, ce me semble, de conclure qu'il existe un état morbide

fort curieux dont le point de départ est dans une aberration du cours du sang, et dont le reflet se montre dans la coloration de la peau, dans les troubles de la respiration, dans la faiblesse musculaire, dans l'abaissement de la température, et dans des déformations singulières des doigts.

C'est un ensemble de faits anatomico-pathologiques et cliniques qui s'éclairent et se subordonnent mutuellement. C'est une corrélation et un enchaînement de lésions organiques, d'actes et de phénomènes vitaux; c'est une perturbation fonctionnelle considérable servant de base à un état morbide spécial qu'il m'a été donné d'observer et de constater plusieurs fois, et qui, mal interprété par les uns et inexpliqué par les autres, m'a semblé réclamer le commentaire succinct que je viens de présenter.

NOTE

SUR

UN CAS D'ANOMALIE CHEZ L'HOMME

publié sous le nom de *Pseudohermaphrodisme*, et qui serait mieux appelé, d'après la classification d'Isidore Geoffroy Saint-Hilaire, *Hermaphrodisme masculin du second genre, sans excès dans le nombre des parties;*

PAR LE Dr MARX,

Membre résidant de la Société des *Sciences physiques et naturelles* de Bordeaux.

Je viens communiquer à la Société un fait intéressant de tératologie, dont j'ai trouvé la relation dans le numéro du 9 décembre 1864 d'une feuille médicale allemande qui se publie à Vienne, *le Journal de Médecine pratique.*

Je vais d'abord en donner connaissance sous le nom de *pseudohermaphrodisme,* que lui a attribué le médecin qui le publie ; je chercherai ensuite à déterminer d'une manière plus rigoureuse la place que doit occuper ce fait dans le grand embranchement des anomalies de l'organisation, connu sous le nom général d'*hermaphrodismes.*

Je traduis le journal allemand :

Extrait du Journal de Médecine pratique *autrichien qui paraît à Vienne.* — (N° du 9 décembre 1864.)

PSEUDOHERMAPHRODISME.

M. Rokitausky présente à la Société impériale de médecine de Vienne un jeune homme, Charles Berger, âgé de 31 ans, qui, quoique fils d'une

accoucheuse instruite de Salzbourg, a passé jusqu'ici pour une femme, portant le nom de Rosine, et n'a revêtu les habits de son sexe véritable que depuis un mois, époque où il a été examiné par le professeur Klob.

Son pénis est inclus entre les deux moitiés du scrotum, qui sont séparées et simulent les grandes lèvres. Le méat urinaire est situé à la face inférieure du pénis, comme cela a lieu dans l'hypospadias. Un des testicules n'est descendu qu'il y a peu de temps dans la bourse correspondante.

Un orifice gros environ comme une noisette, placé entre les lèvres, qui contiennent les testicules, donne passage au jet d'urine, qui a à peu près le même volume. Les désirs sexuels chez ce sujet sont ceux de l'homme, et le liquide éjaculé contient des spermatozoïdes.

Permettez-moi maintenant de faire, au point de vue de sa classification, une courte critique du fait que vous venez d'entendre.

Et d'abord, Messieurs, nous avons bien affaire à un cas d'*hermaphrodisme*. La simple lecture de l'observation vous a, en effet, montré que, selon la définition même de ce terme scientifique, Karl Berger offre la réunion de quelques-uns des caractères des deux sexes; nous verrons bientôt lesquels.

Je critiquerai d'abord l'expression de *pseudohermaphrodisme*, employée par le médecin allemand. Empruntée aux classifications de Meckel Gurlt et autres auteurs, elle réveille à l'esprit l'idée d'une anomalie par hermaphrodisme, qui serait fausse, qui n'existerait *qu'en apparence*, et si je puis m'exprimer ainsi d'un hermaphrodisme sans hermaphrodisme, ce qui n'est rien moins que clair. L'expression est malheureuse, car, en s'en servant, les auteurs allemands voulaient simplement désigner les cas d'hermaphrodisme où le nombre des organes sexuels est normal, par opposition à ceux où ce nombre est augmenté, et qu'ils appelaient *hermaphrodisme réel*. Or l'hermaphrodisme peut être parfaitement *réel* sans qu'il y ait production de parties surnuméraires, et c'est le cas du sujet que nous étudions. Nous voyons, en effet, que chez lui le nombre des organes sexuels n'est pas augmenté; le pénis a seulement subi un arrêt de développement qui le rapproche beaucoup du clitoris, et le scrotum, divisé en deux parties non réunies sur la ligne médiane, ressemble aux grandes lèvres. Geoffroy Saint-Hilaire a été bien mieux inspiré quand il a donné aux cas de ce genre le nom d'*hermaphrodisme sans excès*, réser-

vant celui d'*hermaphrodisme avec excès* aux cas où le nombre des organes sexuels est augmenté. Nous n'appellerons donc plus le cas qui se présente à nous pseudohermaphrodisme, mais bien hermaphrodisme *sans excès* dans le nombre des parties.

Bornée à cette seule dénomination, l'anomalie que présentait Karl Berger serait bien imparfaitement classée, et nous sommes surpris que le docteur Rokitauski n'ait pas cherché à spécifier davantage. Notre but est de combler cette lacune dans la suite de cette note, afin de donner au fait que nous analysons toute la valeur scientifique dont il est susceptible. Demandons-nous d'abord à quel ordre d'hermaphrodisme sans excès nous avons affaire ici, et, pour le déterminer, considérons les conditions anatomiques et physiologiques du sujet.

Anatomiquement, si nous divisons, comme le fait Geoffroy Saint-Hilaire, l'appareil générateur en six segments principaux, et que nous cherchions à déterminer la nature de chacun d'eux, nous voyons facilement que le segment externe présente seul, chez Karl Berger, les conditions qui se rencontrent d'ordinaire chez la femme; en effet, la verge a subi un arrêt de développement qui la fait ressembler au clitoris, et le scrotum, non réuni sur la ligne médiane, simule les grandes lèvres. Quant aux segments moyen et profond, constitués par la prostate, les vésicules séminales et les testicules, ils appartiennent tout entiers à un organisme masculin; anatomiquement, donc, ce sont les caractères de l'homme qui dominent chez notre sujet.

Physiologiquement, nous regrettons que l'observation ne nous permette pas de savoir si le développement imparfait des organes sexuels mâles a amené sur l'ensemble de l'organisation de Berger cette réaction si remarquable qui fait plus ou moins ressembler les hermaphrodites masculins à des femmes et les rapproche des sujets qui ont de bonne heure subi la castration.

Néanmoins le docteur Rokitauski nous en dit assez pour nous prouver que l'influence du sexe n'a pas été vaincue et que notre sujet est resté homme par ses instincts, comme il l'est par la nature de ses organes. Il n'est pas jusqu'au microscope qui, en nous montrant des zoospermes dans le liquide séminal, ne vienne renforcer notre conclusion et nous permettre d'affirmer que Karl Berger est un *hermaphrodite masculin*.

A quel genre d'hermaphrodisme masculin appartient le cas que nous examinons? telle est la dernière question que nous devons nous poser. C'est encore l'examen anatomique et physiologique qui va nous éclairer.

L'anatomie nous démontre chez Karl Berger les caractères évidents du *second genre* d'hermaphrodisme masculin de Geoffroy Saint-Hilaire : ce sont le volume diminué du pénis, la fente du scrotum, caractère essentiel du second genre et qui le distingue du premier, dans lequel on n'aperçoit rien qui représente une vulve; c'est encore l'orifice externe de l'urètre, situé au fond de la fente du scrotum; c'est la sortie tardive de l'un des testicules hors de l'abdomen, en même temps que la présence des testicules dans les bourses. Ce dernier caractère est essentiel en ce qu'il distingue le deuxième genre des troisième et quatrième genres, qui sont caractérisés par ce fait qu'un ou les deux testicules restent toute la vie dans l'abdomen.

Physiologiquement, nous trouvons aussi, comme dans le second genre de Geoffroy Saint-Hilaire, la conservation de la sécrétion et de l'émission du sperme. Il se présente chez notre sujet un caractère qui n'existe qu'exceptionnellement dans le second genre, je veux parler de l'hypospadias, et qui, d'après une note du savant professeur du Muséum, pourrait être de nature, quand ces cas seront mieux connus, à faire établir pour eux un genre à part.

Quoi qu'il en soit, dans l'état actuel de la science, après avoir rigoureusement déterminé l'embranchement, la classe, l'ordre et le genre dans lesquels doit se placer le fait que nous analysons, nous croyons pouvoir, avec certitude, le placer dans cette catégorie, que Geoffroy Saint-Hilaire a appelée : *cas d'hermaphrodisme masculin du second genre, sans excès dans le nombre des parties*.

Ces cas, d'après l'éminent naturaliste, ne sont pas rares, en comparaison surtout de la rareté de ceux qui appartiennent aux autres genres. Le célèbre ouvrage sur les anomalies en contient quatre très détaillés, accompagnés de l'indication d'un assez grand nombre d'autres publiés dans la science.

Le sexe des hermaphrodites de ce genre est facile à déterminer; ils présentent, en effet, toutes les parties de l'appareil reproducteur mâle, quelques-unes, il est vrai, plus ou moins déformées,

et aucune de celles de l'appareil femelle. Chez notre sujet, par exemple, supposez le pénis allongé et les deux lèvres du scrotum réunies, et vous aurez la conformation d'un homme ordinaire. D'ailleurs, s'il peut y avoir des doutes, à la rigueur, jusqu'à l'âge de la puberté, la descente des testicules vient les lever. Néanmoins l'existence des testicules ne suffit pas pour établir le caractère essentiellement viril d'un hermaphrodisme; il faut encore pour cela constater l'absence de la matrice, car il est des hermaphrodites d'un autre ordre qui ont en même temps une matrice et des testicules.

Au point de vue de l'anatomie comparée, il résulte des travaux des anatomistes allemands que le genre d'hermaphrodisme que nous avons étudié spécialement dans cette note se retrouve chez certains ruminants, le bélier, le taureau, le bouc, et, parmi les solipèdes, chez l'âne et le cheval. Ce fait, que l'expérience a confirmé, aurait pu se prévoir, *à priori,* à cause de la ressemblance des organes chez l'homme et chez ces animaux; car, pour terminer par une loi générale empruntée au zoologiste éminent dont l'ouvrage m'a guidé dans le travail que je viens de présenter à la Compagnie, *la similitude des conditions normales de deux ou plusieurs êtres a pour conséquence presque nécessaire la similitude de leurs anomalies.*

ABOLITION TEMPORAIRE

DE LA FACULTÉ DU LANGAGE

(APHASIE)

PAR COMMOTION DE LA PARTIE LATÉRALE DU LOBE FRONTAL GAUCHE

PAR LE D[r] AZAM,

PRÉSIDENT DE LA SOCIÉTÉ POUR 1865,

Professeur à l'École de Médecine,
Membre correspondant des Sociétés de Chirurgie, d'Anthropologie et Médico-Psychologique de Paris.

L'étude des fonctions cérébrales de l'homme, qui n'ont pas d'analogue chez les animaux, ne peut pas être éclairée par les vivisections; il lui faut attendre patiemment la lumière des faits pathologiques, enregistrer les résultats des autopsies, et tirer des conclusions lorsqu'elle a réuni un nombre assez important de documents : ainsi seulement cette étude échappera au domaine des hypothèses, où la psychologie pure voudrait trop souvent la renfermer.

La faculté du langage, qui n'est que la manifestation de la fonction cérébrale la plus élevée, la pensée, est-elle une fonction propre, et peut-elle être localisée dans un point limité du cerveau?... C'est ce que des travaux récents cherchent à démontrer; c'est la question qui vient d'être, à l'Académie de médecine, le sujet d'une discussion mémorable.

Plusieurs doctrines sont en présence, tendant à une certaine localisation de la faculté du langage.

M. Bouillaud place dans les lobes antérieurs l'organe du langage articulé.

M. Broca, localisant davantage, place cette fonction dans la troisième circonvolution frontale de l'hémisphère gauche.

Enfin, M. Dax père, dans un travail présenté, il y a près de trente ans, au Congrès de Montpellier, a établi la coïncidence de l'aphasie avec les lésions de l'hémisphère gauche du cerveau.

Le malade dont l'histoire va suivre ayant guéri, il est impossible de savoir si la lésion qui a amené l'aphasie était circonscrite. On ne peut que le présumer ; mais ce qui est bien certain, c'est que la lésion de la parole a été provoquée par un traumatisme portant sur l'hémisphère gauche. Ce fait rentrerait donc plutôt dans la série de ceux observés par M. Dax.

Voici l'observation :

Cassius (Pierre), âgé de trente ans, menuisier en voitures au chemin de fer du Midi, né à Mios (Gironde), est amené à l'hôpital Saint-André dans mon service, le 22 janvier 1865.

Ses camarades racontent qu'il y a environ deux heures, il est tombé du haut d'un wagon sur le trottoir de la gare. Dans la chute, sa tête a rencontré un des tampons du wagon, et le côté gauche paraît avoir frappé le sol. Cassius est resté sans connaissance environ vingt minutes, et son état a paru un moment si grave qu'un médecin a pu penser à une fracture du crâne et de la mâchoire inférieure. Après ce temps, il a pu faire quelques mouvements, puis sa connaissance est revenue, et il lui a été possible de se lever; mais il ne pouvait articuler aucun mot. Une heure et demie après l'accident, il a marché, conduit par ses camarades, jusqu'à l'hôpital Saint-André, qui est à deux kilomètres environ de la gare.

A son arrivée, on ne constate aucune paralysie ; l'intelligence est entière ; mais le malade ne peut répondre que par signes ; la parole est remplacée chez lui par des sons inarticulés.

Le 23, à la visite du matin, je le trouve dans l'état suivant :

Il est assis sur son lit ; son œil est intelligent, sa face régulière ; il exécute d'une manière précise tous les mouvements qu'on lui indique, agite sa langue avec rapidité, déglutit, émet des sons ; en un mot, il n'y a plus chez lui aucune lésion de la motilité. La tête porte les traces de deux contusions très différentes d'intensité : du côté droit, au niveau de la région temporale, existe une petite bosse sanguine ; à gauche, au point correspondant, on remarque les traces d'une contusion très violente ; une bosse sanguine très épaisse s'étend de l'oreille au sourcil et remonte le long du crâne.

Le centre d'action du choc est le milieu d'une ligne qui réunirait le bord supérieur de l'oreille à l'extrémité du sourcil. Il n'y a ni crépitation ni emphysème. La peau n'est pas déchirée; le tissu cellulaire des paupières commence à s'infiltrer de sang. Les mouvements de la mâchoire sont difficiles et douloureux.

J'interroge le malade sur les circonstances de l'accident. Les yeux dénotent l'intelligence. Il émet des sons inarticulés, fait des efforts, cherche dans son esprit, s'impatiente et prononce à grand'-peine, et fort mal, ces mots : *Peux pas, peux pas*. Quelque question qu'on lui pose, on n'obtient pas d'autre réponse. Quand je réponds moi-même à mes questions, et que cette réponse est celle qu'il eût faite, ses yeux s'éclairent et il dit avec peine : *Oui, oui*. Il fait signe qu'il voudrait écrire; je lui donne un crayon, et il trace plusieurs fois les mots : *pas n'est, n'est pas*. Après de nombreux tâtonnements, il écrit la phrase suivante, dont je transcris l'orthographe : *Je n'aé pas manchex depedet*. Grâce à sa pantomime, j'arrive à comprendre qu'il a voulu dire : Je n'ai pas mangé depuis hier. Il y a donc chez ce malade non-seulement aphasie, c'est-à-dire impossibilité d'articuler, mais amnésie verbale, car la réflexion et le souvenir ne lui dictent que des mots incomplets.

Forte saignée du bras; purgatif. — Le lendemain, le malade est assoupi; son intelligence paraît plus alourdie. L'ecchymose du côté gauche s'est étendue en avant dans tout le tissu cellulaire de l'orbite, en arrière, jusqu'au delà de l'oreille. Quant à l'articulation des mots, rien de changé depuis la veille. Le malade continue à écrire comme il prononce; il dit et écrit : *Commince de Meos* pour *commune de Mios,* et la vue de son écriture ne rectifie pas sa diction. Il lit : *Parochin romain contenant les officiers.....* Il croit bien lire.

Le 25 et le 26, amélioration. Le nombre des mots que le malade peut prononcer est plus grand; mais il les travestit d'une façon singulière, dont j'ai noté soigneusement des exemples. J'ai étudié successivement sa prononciation, sa lecture et son écriture.

Je lui fais dire quelques vers de la fable du Renard et du Corbeau, qu'il prétend savoir. Il prononce par saccades. Quand il parle vite, il se trompe moins; mais il hésite souvent, et dit : *Tenait qu'en son hec un formage*. Il dit : *Luze* pour *lune; cré de la dure* pour *clair de la lune*.

Il se trompe en lisant. Il lit : *Réempteur* pour *rédempteur, relever* pour *révéler, éloinement, apès, gorsuite.* Sur l'observation qu'il lit mal, il se reprend, mais après beaucoup d'hésitation.

Il écrit : « Je travaillais *sun* un wagon. En traversant d'un *waon* à l'*utre*, j'ai *jeurté.* » En se relisant, il prononce comme il écrit.

Le lendemain, un examen attentif nous démontre qu'il y a progrès : Cassius se reprend plus vite et commence à avoir conscience de ses fautes de prononciation. Il en rit ; mais, quand il voit qu'il ne peut pas réussir à bien dire, il s'impatiente et s'alarme. La mémoire des mots est revenue ; l'aphasie se limite de plus en plus à la gêne ou à l'impossibilité dans l'articulation des mots. Il écrit encore mal, mais la vue du mot mal écrit redresse immédiatement sa prononciation. Ainsi il dit et écrit : *En enjambant d'un waon à l'utre ;* mais, en se relisant, il reconnaît sa faute et prononce correctement. Il écrit : *j'abisse* pour *j'habite,* mais prononce correctement.

Pendant les deux jours suivants, l'amélioration s'est accrue, et l'aphasie se limite de plus en plus. Cassius prononce toujours mal, oublie des lettres, les transpose ; mais il lit bien. Sa prononciation, guidée par le signe imprimé, est bien plus correcte que la diction spontanée ; en écrivant, il ne commet que de rares erreurs, qu'il rectifie en se relisant. Après neuf jours, l'écriture de Cassius est parfaitement correcte, la lecture un peu plus hésitante, mais bonne ; la prononciation est meilleure, mais incomplète. Le malade oublie des lettres, les transforme, dit *foude* pour *foule, sion* pour *sinon, sun* pour *sur.* La bosse sanguine du côté droit a complètement disparu ; mais les traces de la contusion, beaucoup plus violente, de la région temporale gauche subsistent encore.

Il sort du service le douzième jour.

En résumé, pendant les heures qui ont suivi l'accident, ce malade a complètement perdu la faculté du langage articulé ; il a même perdu tout moyen d'expression, même par geste. Après très peu de temps, ce dernier est revenu, puis quelques mots, toujours les mêmes, et la pantomime a suppléé à ceux qui manquaient ; le nombre des mots s'est accru peu à peu, et la parole est revenue, sauf des erreurs dans les lettres ; enfin, il sort presque complètement guéri, car, à sa sortie, il manquait quelques lettres à l'appel

de sa mémoire, et il en sera probablement ainsi longtemps. En même temps, l'expression de la pensée par la lecture et l'écriture présentait des lésions intéressantes. Il lit mal, comme il parle, et n'en a pas conscience; puis il arrive à avoir conscience de ses fautes, se reprend comme il peut; bientôt il lit correctement. Dans les premiers jours, il reproduit par l'écriture les fautes de sa prononciation, puis redresse ces fautes. Enfin, avant sa sortie du service, il écrit correctement, comme avant son accident.

Il résulte de ce qui précède qu'un homme intelligent, bien portant, qui exprimait correctement sa pensée par la parole, la lecture et l'écriture, étant frappé à la tête au niveau de la partie inférieure du lobe antérieur gauche, perd presque totalement ses facultés d'expression; cependant il n'est en rien paralysé, et, comme le dit M. Trousseau, son piano est dans un état parfait; mais il n'en peut tirer aucun son.

Bientôt, en même temps que disparaissent les symptômes du traumatisme, reviennent les modes d'expression de la pensée. Comment ne pas admettre une relation entre le fait physique et le fait intellectuel? Je reconnais que l'autopsie n'a pas démontré le siége précis de la lésion; mais la nature de l'accident permet parfaitement de le présumer.

Je ferai remarquer combien, chez notre malade, a été circonscrite un moment la lésion de la faculté du langage. Quand il voulait émettre une idée ou répondre à une question, le mot venait à son esprit; mais il le prononçait mal, oubliant une lettre, transposant ou omettant des syllabes; puis il est arrivé à bien lire et à bien écrire, même les mots mal prononcés par lui. Son impuissance était donc limitée à la manière d'articuler et de réunir les syllabes. Il avait oublié l'arrangement des sons et des lettres destinés à former les mots; mais il ne l'avait pas tellement oublié que l'excitation produite dans sa mémoire, endormie par la vue du mot écrit, ne le lui rappelât immédiatement.

Tout le monde sait comment, par le mécanisme de l'association des idées, un son, un bruit, une pensée souvent éloignée, peuvent devenir un excitant pour le souvenir. Cet enchaînement, qui se fait par la mémoire, considérée comme fonction générale de notre entendement, se fait aussi pour les fonctions partielles, comme la fonction du langage; je dirai même que, pour cette dernière

fonction, l'habitude fait que le mécanisme nécessaire au langage est le résultat d'une mémoire pour ainsi dire inconsciente habituée à parler. Nous parlons tout seuls, même, comme l'a fait remarquer M. Baillarger, quelquefois sans le vouloir du tout, et nous ne savons même pas que nous avons parlé.

Une comparaison me fera mieux comprendre. Pour chanter, ne fût-ce que la gamme, nous accomplissons, sous l'influence du souvenir, une série calculée de mouvements; ces mouvements sont étudiés et parfaitement volontaires, et leur ensemble est d'autant plus parfait qu'on y distingue moins le travail. Nous disons d'un chanteur parfait qu'il chante comme on parle. Pour parler, au contraire, l'excitation de l'idée étant donnée, nous ne calculons pas les mouvements qui nous font articuler les mots : la machine montée marche toute seule; nous ne les calculons que dans certaines circonstances, pour prononcer un discours, par exemple; mais ce travail particulier, si compliqué, et qui peut devenir une partie de ce qu'on nomme l'éloquence, est spécial; c'est un perfectionnement qui n'est pas, jusqu'à un certain point, sous l'influence de la volonté, car on voit tous les jours des gens qui causent très bien dans l'intimité et qui sont loin d'être éloquents.

Nous trouverions chez notre malade, s'il en était besoin, une preuve qu'il existe, dans la faculté du langage telle que nous l'employons tous les jours, un élément d'habitude, un mécanisme qui, je l'ai dit plus haut, marche presque tout seul. Cassius parlait beaucoup mieux lorsqu'il lançait rapidement ses mots sans chercher à les composer; quand il s'appliquait à bien parler, c'est-à-dire quand sa mémoire faisait effort pour arranger les syllabes, il hésitait et parlait fort mal. Dans un autre ordre d'idées, il en est de même chez le bègue. Si l'homme qui bégaie laisse au sens musculaire seul qui en a l'habitude la direction des mouvements de la phonation, il parle relativement bien; s'il pense à son infirmité et s'il cherche à diriger le mécanisme, il bégaie d'une façon déplorable.

Il n'entre pas dans mon cadre de décrire toutes les variétés de l'aphasie; je renverrai, sur ce point, à la discussion brillante qui vient d'avoir lieu à l'Académie de médecine. Cependant je dirai quelques mots des principales [illegible]

Certains malad[illegible] formes [illegible] sont absolument impuissants à parler sponta-

nément, bien que la parole interne, c'est-à-dire la pensée, soit aussi intacte que les moyens d'expression. Excités par une question écrite ou parlée, ils répondent toujours le même mot, *couci-couci*, un juron, etc.; d'autres répondent par un mot à peu près juste, mais déformé par la transposition des syllabes ou des lettres; d'autres sont impuissants à répondre, sauf par écrit, et lisent correctement les caractères qu'ils ont tracés. Il en est, M. Trousseau en cite un exemple, qui écrivent, mais ne peuvent pas se relire. Ils forment machinalement les lettres, par habitude; mais la faculté du langage est si profondément atteinte que la vue du mot écrit, fût-ce par eux-mêmes, est impuissante à l'exciter. Je puis ajouter à ces formes un fait que j'ai entendu raconter. Un savant éminent de nos pays, qui a été atteint d'une congestion cérébrale, est aphasique. Il ne parle pas spontanément et ne répond pas aux questions qu'on lui pose; mais si on écrit ces questions, il examine avec soin les caractères et répond très bien en tenant les yeux fixés sur le papier. Le signe graphique, probablement par sa permanence, produit sur le cerveau une excitation plus puissante que la parole entendue.

En terminant cette note, je ne puis m'empêcher de dire un mot sur la généralité de la question.

S'il est vrai que la science sérieuse ait pour base les faits bien observés, il paraît légitime de penser aujourd'hui, avec MM. Bouillaud, Trousseau, Dax, Broca, etc., que la faculté du langage articulé peut être localisée. Je reconnais que le langage est difficile à séparer de la pensée, dont il n'est que l'extérioration. Cependant, si nous voulons nous examiner nous-mêmes, nous reconnaîtrons que nous pouvons penser sans articuler et en articulant. C'est cette articulation, c'est-à-dire l'arrangement des lettres et des syllabes qui contiennent les mots prononcés, qui peut être considérée comme émanant d'une fonction spéciale. Cette fonction comprend, je le veux bien, beaucoup de choses, depuis la production des sons jusqu'à la mémoire des mots; mais elle n'en forme pas moins un tout qui a pour mission de coordonner les moyens d'expression, et par suite il ne répugne point de croire qu'elle puisse avoir un siége déterminé.

DU

DALTONISME

PAR LE Dr G. SOUS

En pénétrant dans l'œil, les rayons lumineux ont pour but de nous donner non-seulement le sentiment de la forme des objets, mais aussi celui de leur coloration. A cette règle il y a des exceptions, dont la première fut signalée, en 1777, par Huddart, dans les *Transactions philosophiques de Londres*. Deux années après, le même journal contenait un second fait. En 1798, Dalton signalait à la Société de Manchester l'impossibilité où il était de distinguer le rouge du bleu.

L'attention plus particulièrement éveillée par la communication de Dalton, on ne tarda pas à citer des faits qui, passés en revue, nous conduisent à établir, dès le début, deux grandes classes : la première dans laquelle sont rangées les personnes qui ne peuvent discerner les couleurs, et la seconde, qui comprend les individus qui voient des couleurs là où il n'y en a pas.

En outre, ces deux classes doivent être divisées chacune en deux grandes variétés, comprenant, d'un côté, les cas où l'affection est innée, congénitale, et, d'un autre côté, ceux où l'affection est acquise. La première de ces variétés est essentielle, permanente, et la seconde est symptomatique, temporaire. L'une appartient exclusivement au domaine de la physiologie, tandis que l'autre a de nombreuses relations avec les sciences médicales. Pour ce

motif, je ne m'occuperai que de la première, la seule qui doive avoir accès au sein de cette Société.

L'affection des personnes qui ne peuvent apprécier les couleurs a reçu le nom de daltonisme, du nom du savant qui le premier étudia longuement cette bizarrerie de la vue. Cette dénomination eut bientôt des émules. La langue grecque fut mise à contribution pour faire éclore des noms qu'on doit connaître, parce qu'ils ont été employés; néanmoins il ne faut pas se dissimuler que ces noms si barbares appartiennent plus à la science des livres qu'au langage ordinaire.

Voici la nomenclature de ces principaux noms; quand on les aura passés en revue, on partagera mon opinion, à savoir, que si ces noms ont un vernis plus scientifique que le mot *daltonisme,* ils sont en revanche bien moins euphoniques. N'eût-il pas été plus simple d'oublier un instant la littérature grecque pour éviter la création de pareils noms?

DYSCHROMATOPSIE, de δύς, *mal;* χρῶμα, *couleur;* ὄψις, *vue.*

ACHROMATOPSIE, de α privatif; χρῶμα, *couleur;* ὄψις, *vue.*

CHROMATOPSEUDOPSIE, de χρῶμα, *couleur;* ψεῦδος, *faux;* ὄψις, *vue.*

CHROMATODYSOPSIE, de χρῶμα, *couleur;* δύς, *mal;* ὄψις, *vue.*

PSEUDOCHROMIE, de ψεῦδος, *faux;* χρῶμα, *couleur.*

CHROMATOMÉTABLEPSIE, χρῶμα, *couleur;* μετά, *avec;* βλέπειν, *voir.*

ANÉRYTHROBLEPSIE, de α privatif; ἐρυθρός, *rouge;* βλέψις, *vue.*

AKYANOBLEPSIE, de α privatif; κύανος, *bleu;* βλέψις, *vue.*

Toutes ces expressions n'ont pas la même valeur; les unes ont un sens général, tandis que d'autres n'indiquent qu'un cas particulier. La plus générale de toutes ces expressions est celle de *dyschromatopsie,* car elle ne signifie que la difficulté de percevoir les couleurs. Je regarde ce mot comme essentiellement synonyme du mot *daltonisme,* sans pour cela lui donner la préférence sur ce dernier.

L'expression *achromatopsie* limite la question et caractérise un état particulier, puisqu'elle veut dire : « absence de la sensation des couleurs, » ce qui implique l'idée de la non-perception des couleurs du spectre. Dans ce cas, le malade est réduit aux seules sensations du blanc et du noir.

L'expression *chromatopseudopsie,* dont le sens littéral est : « vue fausse de couleurs, » n'a pas, en réalité, d'autre valeur que le mot *dyschromatopsie;* néanmoins Ruette s'en est servi pour désigner les personnes qui voient sous une même couleur le vert foncé et le rouge foncé. Rien dans l'étymologie ne justifie une pareille interprétation. J'en dirai autant du mot *chromatodysopsie,* que Purkinje a employé pour caractériser l'état des personnes qui voient le jaune et le bleu sans en distinguer les nuances.

L'expression *pseudochromie* est très impropre ; elle s'applique bien plus à l'art de la peinture qu'au daltonisme, car elle ne dit rien autre chose que « fausses couleurs. » Un individu ayant la pseudochromie serait un individu ayant de fausses couleurs, mais cela ne signifierait pas qu'il les appréciât mal.

L'expression *chromatométablepsie* est employée à tort comme synonyme de daltonisme, puisqu'elle signifie : « vue avec couleur : βλέψις μετὰ χρώματος. » Je n'ignore pas qu'on a traduit μετὰ par *après,* mais dans ce cas μετὰ régirait l'accusatif, et l'on aurait *chromamétablepsie;* de plus, ce mot serait vide de sens, parce qu'il signifierait : « vue après couleur. » Il faut donc rayer cette expression du cadre des synonymes du daltonisme et la réserver aux malades qui voient des couleurs là où il n'y en a pas.

Les deux dernières expressions, dues, la première à Ruette, la seconde à Gœthe, ont un sens très restreint, puisqu'elles servent seulement à désigner la perte de la sensation d'une seule couleur, le rouge ou le bleu.

Les réflexions que je viens d'émettre sur la valeur de ces expressions ont fait, par anticipation, connaître que les daltoniens ne se ressemblaient pas tous ; de là est venue l'idée d'établir une classification. Szokalski en a fait une très étendue, très séduisante ; mais les faits sont bizarres : il y en a qui se sont montrés rebelles à cette classification et qui en ont amené la ruine. Cet auteur a rangé tous les daltoniens en cinq catégories.

Première catégorie. Personnes ne distinguant aucune couleur du spectre.

Deuxième catégorie. Personnes distinguant le jaune.

Troisième catégorie. Personnes distinguant le jaune et le bleu.

Quatrième catégorie. Personnes distinguant le jaune, le vert et le bleu.

Cinquième catégorie. Personnes distinguant les couleurs du spectre sans pouvoir discerner leurs différentes combinaisons.

Les faits ayant rendu cette classification fautive, on est allé demander à la littérature grecque des matériaux pour établir une classification qui permît de bien trancher la question, et l'on a divisé les daltoniens en daltoniens dichromatiques, ceux qui ne voient que le blanc et le noir, et en daltoniens chromatiques, ceux qui voient des couleurs du spectre.

Je critiquerai l'expression *dichromatique.* Employer, pour une personne qui n'a que la sensation du noir et du blanc, le mot dichromatique, c'est dire que cette personne distingue deux couleurs, le blanc et le noir. Scientifiquement parlant, c'est là une erreur, car cette personne ne voit pas deux couleurs, puisque le blanc et le noir ne sont pas des couleurs. Voilà pourquoi l'expression dichromatique me paraît fausse; elle doit être remplacée par celle d'achromatique.

Daltonisme achromatique.

Les daltoniens achromatiques sont rares. Suivant Cornaz, Spurzheim connaissait une famille et Huddart quatre frères qui ne distinguaient que le blanc et le noir.

Je ne connais que l'un de ces cas, appartenant à Huddart. Il s'agit d'un cordonnier, nommé Harris, qui ne distinguait que le noir et le blanc. Ayant trouvé dans la rue un bas d'enfant, il remarqua que l'on disait un bas *rouge;* il ne comprenait pas le motif de cette qualification, trouvant l'objet suffisamment désigné par le mot bas. Il remarqua que les personnes distinguaient les cerises qui se trouvaient sur un arbre par une différence de couleur, tandis que lui ne les reconnaissait d'avec les feuilles qu'à leur dimension et à leur forme. En un mot, les couleurs du spectre n'existaient pas pour Harris.

En 1853, Wilson a fait connaître le cas d'un graveur qui, en regardant une peinture, ne voyait que du blanc et du noir.

Le fait suivant, que j'ai recueilli dans ma pratique, est un cas mixte, car le malade était à la fois daltonien achromatique et chromatique :

Un jeune homme, âgé de vingt-quatre ans, commis voyageur, vint

me consulter pour une hypérémie artérielle de chaque papille du nerf optique, suite d'abus de verres convexes numéro huit. Cette hypérémie n'offrant rien de particulier, fut guérie par le repos des yeux et par l'abandon des verres qui l'avaient produite. En outre, le malade avait toujours perçu difficilement les couleurs. C'est seulement ce qui a trait à cette affection qui fera le sujet de mon observation. Afin de ne pas confondre les symptômes des deux affections, j'ai attendu deux mois après la guérison de l'hypérémie de la papille pour noter les renseignements suivants :

Son père est myope, et il distingue bien les couleurs. Deux tantes paternelles ont très souvent des inflammations oculaires. Un oncle paternel offre les mêmes bizarreries que lui pour la perception des couleurs.

Son affection remonte à la naissance, d'après ce qu'il a entendu dire par sa famille. De prime abord, toutes les couleurs lui paraissent d'un gris plus ou moins clair ; mais, après avoir fixé l'objet coloré un certain instant, le vert foncé lui paraît bleu ; le vert clair, gris ; le jaune, tantôt gris, tantôt jaune. Le bleu et le violet sont nettement perçus. Le rouge paraît noir. Quand il fixe attentivement un objet coloré et vivement éclairé, au bout de cinq minutes environ les couleurs commencent à ne plus être perçues et sont remplacées par la teinte grise ; de plus, la sensation de lumière diminue. Il compare cette diminution de la lumière à celle qu'on observerait dans un appartement vivement éclairé et où l'on éteindrait successivement les flambeaux. Pour lire, il place le livre, comme les myopes, à six ou sept centimètres de ses yeux, et cependant les verres biconcaves ne lui sont d'aucun secours. Pour lire plus facilement, il emploie des verres biconvexes numéro douze. Après avoir lu quatre à cinq minutes, la sensation de lumière diminue graduellement, comme lorsqu'il a quelque temps fixé un objet quelconque.

L'examen extérieur des yeux n'offre rien à noter. L'iris est marron foncé ; la pupille est régulière et contractile.

A l'ophthalmoscope, les milieux de l'œil sont transparents. La teinte rosée du fond est pâle et uniforme. La circulation de la rétine est normale. Les veines sont distinctes des artères par leur volume, leur origine et leur coloration. Les vaisseaux de la rétine offrent cette bizarrerie, que je n'ai vue signalée sur aucune planche : au lieu de partir de l'ora-serrata pour se diriger vers la papille, les vaisseaux apparaissent en arrière de l'équateur de l'œil, se dirigent en avant vers l'ora-serrata, puis se courbent pour revenir en arrière se perdre dans la papille.

Les papilles sont petites, d'une teinte rose jaunâtre, et bien limitées. Il est impossible de distinguer dans la choroïde autre chose que la teinte rose.

Daltonisme chromatique.

Les daltoniens chromatiques sont nombreux ou rares. Il suffit de s'entendre sur ce qu'on doit appeler daltonien. Si par ce mot nous désignons toutes les personnes qui n'ont pas une idée nette de toutes les variétés de couleurs, il faut admettre que le daltonisme court les rues; mais si l'on doit réserver ce nom aux personnes qui n'ont pas la sensation des couleurs primitives, alors le daltonisme cesse d'être une chose très commune. Cette distinction a son importance, car nous jugeons tous des nuances à notre façon. J'ai questionné à ce sujet plusieurs peintres, et tous ont été unanimes à me faire observer qu'un même sujet étant donné et placé dans des conditions identiques, tous les peintres qui le reproduiront varieront plus ou moins l'emploi de leurs couleurs primitives pour arriver à retracer exactement le coloris de l'objet donné.

Cette observation est ancienne, mes recherches ne font que la confirmer; mais je crois que le docteur Mahr est allé trop loin en écrivant ces lignes : *Idem colores alii occurrunt infantibus, alii oculo juvenili, alii oculo senili, alii oculo exercitiis variis culto, alii oculo exercitiorum colentium experti, alii oculo robusto sanguine abundanti, alii oculo debili sanguine inani, alii oculo convexo proeminente, alii oculo et depresso et profundo.* (Thèse sur l'*amaurose,* page 49. Munich, 1829.) Je crois que quelques-unes des conditions signalées par le docteur Mahr peuvent influer sur le diamètre apparent des objets; mais rien, malgré mes recherches, ne m'a démontré que ces conditions apportassent des perturbations dans l'appréciation des couleurs.

Revenons à la question, c'est-à-dire au véritable daltonisme.

La couleur qui est le plus souvent méconnue, c'est la couleur rouge. Il s'agit maintenant de rechercher quelle est la couleur qui lui est substituée par le malade. Sur 25 cas où le rouge n'était pas reconnu, voici les couleurs qui étaient perçues à la place :

Vert, 11 cas.
Gris, 7 cas.
Bleu, 5 cas.
Jaune, 2 cas.

La couleur qui est le plus souvent méconnue après le rouge est le vert, qui donne aux malades les sensations suivantes :

Bleu, 4 cas.
Gris, 1 cas.

Viennent ensuite le bleu et le violet, auxquels les malades attribuent les colorations orangées ou jaunes.

Par les chiffres que je viens de donner, on voit que la couleur substituée à la couleur réelle n'est pas toujours la couleur complémentaire. Ainsi les personnes qui ont perdu la notion du rouge ne lui substituent pas toutes la couleur verte, qui est la couleur complémentaire. Cependant, pour cette couleur, on a remarqué que la couleur complémentaire était vue le plus souvent. Il n'en est pas de même du vert, auquel les malades substituent, en général, la couleur bleue, qui n'est pas complémentaire.

Il ne faut pas se figurer que l'absence de notions de couleurs soit toujours une gêne pour les gens qui en sont atteints. Ces personnes paraissent acquérir en quelque sorte un nouveau sens qui leur permet d'apprécier la valeur des objets colorés. Ainsi, je connais à Bordeaux un bijoutier qui reconnaît la qualité et l'importance des pierres précieuses, non pas à leur couleur, puisqu'il ne perçoit point le rouge et le violet, mais à un certain grenu qu'il ne peut expliquer.

Avant de passer à l'étude des causes intimes du daltonisme, il est bon de savoir que cette affection est excessivement rare chez les femmes.

Quant à la couleur des iris, elle n'a pas une bien grande importance étiologique. Il n'en est pas de même de l'hérédité ; mais cela ne nous apprend rien sur la nature du daltonisme.

CAUSES DU DALTONISME.

Les organes où l'on a voulu localiser le daltonisme sont le cristallin, le corps vitré, la rétine et le cerveau.

Trinchinetti émit l'opinion que le daltonisme était dû à un état particulier du cristallin, et il proposa, comme moyen curatif, l'extraction du cristallin. Le hasard a permis de contrôler cette assertion. En 1851, mon savant maître, M. le docteur Sichel,

opéra par extraction un fermier atteint de cataracte. L'opération couronnée de succès, on remarqua que cet homme était atteint de daltonisme. Questionné à cet égard, cet homme avoua qu'il avait toujours été inapte à bien distinguer les couleurs. L'opération n'avait altéré ni détruit le daltonisme. Ce fait démontre d'une manière positive l'erreur de l'opinion de Trinchinetti.

Dalton plaça le siége dans le corps vitré. On sait que Dalton ne percevait pas la couleur rouge, qui lui paraissait bleue. Il supposa que son corps vitré étant bleu, les rayons rouges étaient absorbés, et que les rayons bleus pouvaient seuls arriver sur la rétine. Tout le monde peut facilement contrôler cette opinion en plaçant au-devant de ses yeux des conserves bleues. Dans ce cas, les rayons bleus arrivent en excès sur la rétine, et, malgré cela, on reconnaît les couleurs primitives des corps; ils paraissent seulement voilés d'une ombre bleue. Si la lumière, pour arriver à la rétine, passe par un verre bleu sans anéantir en nous la notion des couleurs, il s'ensuit que cette lumière pourrait, à la rigueur, traverser un corps vitré bleu sans rendre daltonien celui qui aurait un pareil corps vitré.

Les yeux de Dalton ont réfuté sa théorie. Examinés après sa mort, et conformément à ses volontés dernières, ils n'offrirent aucune trace de coloration bleue, ni dans le cristallin, ni dans le corps vitré, ni dans la rétine.

Il n'en a pas fallu davantage pour ruiner cette théorie.

Le siége du daltonisme a été placé dans la rétine. Young a dit qu'il y avait une paralysie partielle; Wardrop, que la rétine était inégalement affectée, et Hartmann, qu'il y avait torpeur de la rétine. Toutes ces opinions se rattachent, au fond, à celle de Young.

Young supposait qu'il y avait dans la rétine des fibres nerveuses destinées à percevoir le rouge, d'autres le bleu, etc. Si celles qui avaient pour fonction de percevoir le rouge, par exemple, étaient paralysées, le malade n'avait pas la sensation de cette couleur.

Cette supposition est démentie par l'anatomie, la physique et l'observation.

L'anatomie microscopique de la rétine n'a pas révélé autant d'organes qu'il y a de couleurs dans le spectre. En se fondant sur la théorie de Brewster, qui n'admet que trois couleurs primitives, on pourrait bien prétendre que la membrane de Jacob ou couche

des bâtonnets, la couche granuleuse ou couche des noyaux, la couche celluleuse ou couche ganglionnaire, sont les parties de la rétine destinées aux trois couleurs fondamentales. C'est là une supposition gratuite que rien ne démontre, car il est à remarquer que plusieurs rétines ont été examinées, et si ces portions de la rétine avaient eu pour but principal la perception des couleurs, on aurait bien trouvé des cas de daltonisme où les cellules rétiniennes auraient présenté une conformation spéciale qui aurait été signalée.

Néanmoins supposons cette théorie anatomiquement démontrée et prenons pour exemple un daltonien qui n'a pas la notion du rouge; cela veut dire que la couche rétinienne destinée à percevoir le rouge est paralysée. Alors le malade doit substituer la couleur noire à la couleur rouge. L'observation nous a démontré que cela n'avait lieu que pour les daltoniens achromatiques, mais non pour les autres.

Il faut donc renoncer à cette théorie des paralysies partielles de la rétine.

Il y a deux ans, j'émis l'hypothèse des vibrations de la rétine sous l'influence des ondulations de la lumière; c'était à l'occasion du cas que j'ai rapporté plus haut, et dont j'essayai de rendre compte de la façon suivante :

A l'état normal, le fond de l'œil, éclairé par le miroir, donne une teinte rouge, produite par l'image de la choroïde; et, comme la rétine est transparente ou diaphane, on peut distinguer sur cette teinte rouge les vaisseaux et le pigment de la choroïde. Si, dans le cas que je viens de citer, les vaisseaux et le pigment de la choroïde n'ont pu être constatés, c'est que la rétine a perdu sa transparence. Mais un corps, en perdant sa transparence, peut devenir opaque ou translucide. Ici, la rétine n'est pas devenue opaque, car, s'il en eût été ainsi, la teinte rose de la choroïde n'aurait pas été perçue. La rétine est donc devenue translucide. « Les corps translucides, dit Ganot, sont ceux au travers desquels on perçoit encore la lumière, mais sans pouvoir reconnaître la forme des objets. » C'est ici le cas; l'œil, armé de l'ophthalmoscope, a pu recevoir la lumière rouge venue de la choroïde, mais il n'a pu distinguer aucun détail sur cette membrane. Si, maintenant, on se rappelle que les corps perdent leur transparence au

fur et à mesure qu'ils augmentent de volume, on est forcé de conclure que, dans ce cas, la perte de transparence de la rétine et son passage à l'état de corps translucide sont dus à l'hypertrophie de cette membrane.

A quoi tient, chez ce malade, la difficulté de percevoir les couleurs? A l'hypertrophie de la rétine, qui vibre incomplètement, sous l'influence des rayons colorés du spectre. Le malade ne distingue pas le rouge, et il perçoit nettement le violet. Ces deux couleurs, qui forment les extrêmes du spectre solaire, produisent en une seconde, d'après Herschell, un nombre différent d'ondulations. Le rouge n'atteint pas 500, et le violet va jusqu'à 700. N'est-ce pas aussi par cette propriété des ondulations lumineuses et de la vibration de la rétine qu'il faut expliquer la perception des couleurs chez ce malade lorsqu'il a fixé pendant un instant un objet coloré? car, alors, de nombreuses ondulations se sont produites et ont pu faire vibrer la rétine. Si le malade n'a plus la sensation des couleurs après avoir fixé longtemps, ne peut-on pas invoquer l'hypertrophie de la rétine, qui rend cet organe impuissant à vibrer longtemps sous l'influence des rayons colorés?

Cette interprétation me paraît acceptable pour ce fait; mais je ne crois pas qu'on puisse appliquer à tous les cas du daltonisme la théorie des vibrations.

De prime abord, cette théorie paraît séduisante, je dirai même rationnelle. Quoi de plus simple, en effet, que d'admettre des rétines nécessitant une excitation plus grande que d'autres! Cela s'observe tous les jours. Telle personne a besoin de plus de lumière que telle autre pour bien apercevoir un même objet.

Ce qui se passe pour la lumière en général, on est tenté de l'appliquer à la lumière en particulier. Chaque rayon du spectre ayant un nombre spécial d'ondulations, j'avais conclu qu'aux plus nombreuses ondulations devait répondre une plus grande vibration de la rétine, c'est-à-dire que la différence des couleurs provenait de la différence d'intensité des vibrations de la rétine.

Supposons une rétine paresseuse : elle vibrera peu si le rayon qui vient la frapper a très peu d'ondulations. Ainsi me parut s'expliquer la fréquence des daltoniens ne percevant pas le rouge, parce que le rayon rouge a, de tous les rayons du spectre, le minimum des ondulations.

Cette théorie me parut très vraisemblable; il fallait la soumettre à l'épreuve des faits. Cette épreuve était très facile, puisqu'il s'agissait de vérifier si les couleurs non perçues par le malade pouvaient être classées suivant un ordre conforme à l'échelle du nombre de leurs ondulations.

L'observation n'a pas tardé à me démontrer que j'étais dans l'erreur. En effet, il y a des daltoniens qui ne voient que le jaune et le bleu. Mais ces daltoniens devraient voir le vert, qui a plus d'ondulations que le jaune; ils devraient aussi voir l'indigo et le violet, qui ont plus d'ondulations que le bleu.

Cette difficulté pourrait être atténuée par une comparaison tirée du sens de l'ouïe. Quand un son est trop faible, il passe inaperçu; quand il est très aigu, on ne peut en apprécier la nature. N'en serait-il pas de même pour les couleurs? Les ondulations trop fortes ou trop faibles pourraient ne réveiller en nous que des sensations imparfaites. Il n'y aurait alors de perçues que les couleurs dont les ondulations sont moyennes.

Cette comparaison ingénieuse vient échouer devant le fait suivant. J'ai vu une personne qui n'avait pas la sensation du rouge, du bleu et du violet. Admettons, pour les couleurs extrêmes, rouge et violet, que les ondulations sont trop minimes ou trop nombreuses pour procurer une sensation exacte; mais comment interpréter la disparition de la couleur bleue, dont les ondulations sont moyennes par rapport à celles des couleurs extrêmes? Ce fait devrait être impossible si la comparaison des ondes lumineuses avec les ondes sonores était exacte. Le fait est véritable; c'est à l'hypothèse à s'évanouir.

Gall a placé le siége du daltonisme dans le cerveau. Pour lui, il y avait un organe chargé de percevoir les couleurs : c'était la portion des circonvolutions cérébrales situées au-dessus des voûtes orbitaires. Quand cette partie du cerveau était mal développée, il y avait daltonisme.

Les phrénologistes ont suivi Gall, et ils ont prétendu que tous les daltoniens présentaient une dépression, située immédiatement au-dessus de la partie moyenne du sourcil, ce qui indiquait, suivant eux, le défaut de développement de la circonvolution cérébrale, siége du sentiment des couleurs.

« Il est vrai que chez Dalton cette partie du cerveau avait des

circonvolutions très imparfaitement développées, quoique la portion même située, comme on le sait, immédiatement au-dessus des orbites fût très fortement représentée. Dans les divers autres cas où l'on s'est arrêté à cette idée, on a, il est vrai, plus souvent trouvé un aplatissement qu'une voussure de la région des sourcils; mais ces faits cranioscopiques mériteraient tous les reproches qu'on adresse au principe de la phrénologie, alors même qu'il n'y en aurait pas plusieurs autres qui les contredisent. L'auteur cite, entre autres, le buste de Dalton, chez lequel, malgré son imperfection visuelle et les résultats mentionnés à l'autopsie, l'arc sourcilier est aussi saillant que chez Newton, qui avait le sens des couleurs le plus développé. » (*De la Chromatopseudopsie,* par Wilson, traduit et analysé par le docteur Cornaz, *Annales d'Oculistique,* t. XXXVI, p. 251.)

Pour bien apprécier l'hypothèse de Gall, remarquons que le cerveau n'est mis en relation avec la rétine, et ici nous pouvons dire avec la lumière, que par l'intermédiaire du nerf optique. Si les circonvolutions cérébrales antérieures sont les organes des couleurs, il faut que les nerfs optiques envoient des ramifications à cette portion du cerveau. L'anatomie la plus scrupuleuse, la plus minutieuse, n'a pu trouver encore aucun lien qui rattachât les nerfs optiques aux circonvolutions cérébrales. Laissons dans l'oubli l'opinion de Gall, car son hypothèse n'est établie sur aucune donnée sérieuse.

Malgré l'abandon de l'idée de Gall, le cerveau a été considéré comme le siége du daltonisme par beaucoup de savants; seulement on s'est borné à ne pas préciser la partie de l'encéphale qui devait être en souffrance. C'est en cela que consiste la différence entre les modernes et les partisans de Gall.

Pour étayer son opinion, Gall s'est fondé sur l'examen du cerveau de Dalton et sur ses tendances à tout localiser dans le cerveau. Les auteurs plus récents sont allés demander à la pathologie des preuves à l'appui de leur assertion.

Il faut en excepter sir John Herschell, qui a eu recours à l'expérience suivante :

« Nous avons examiné, dit-il, un opticien éminent dont les yeux, ou plutôt l'œil, car il en a perdu un par accident, présente cette particularité curieuse, et nous nous sommes assuré, contrai-

rement à l'opinion reçue, que tous les rayons du prisme ont le pouvoir d'y produire une excitation et d'y déterminer la sensation de lumière et les effets de la vision distincte; de sorte que la vue ne consiste point en une insensibilité de la rétine pour les rayons réfractés d'une certaine façon, ni dans l'existence de quelque matière colorante dans les humeurs de l'œil, qui empêcheraient certains rayons d'atteindre la rétine, comme on l'a ingénieusement supposé, mais dans quelque défectuosité du *sensorium commune,* par suite de laquelle il se trouve dans l'impossibilité d'apprécier, entre les rayons lumineux, les différences d'où dépend leur couleur. »

La pathologie du cerveau a montré des cas qui tendent à faire supposer que cet organe est réellement le siége des sensations des couleurs, et par suite du daltonisme.

Esquirol dit qu'une dame, âgée de soixante-huit ans, vit tous les objets noirs pendant le cours d'une congestion cérébrale. *(Des Maladies mentales,* t. II, p. 26. Paris, 1838.)

Dans son ouvrage sur les maladies des yeux, Deval cite le fait suivant :

« Sous l'influence d'une hémiplégie et d'une amblyopie double survenues à la suite de la brusque suppression d'une maladie de la peau, Poiré, horloger, presbyte, à qui je donnai des soins en 1850, perdit la faculté de discerner le rouge, et voyait en jaune le pantalon garance des soldats. Les autres couleurs étaient, d'ailleurs, parfaitement reconnues. Chose curieuse, son père n'avait jamais pu distinguer le rouge; notre malade était donc, héréditairement, prédisposé à l'achromatopsie; mais il fallut une cause de perturbation des fonctions visuelles pour que ce symptôme vînt prendre place parmi les phénomènes amaurotiques. »

Après avoir indiqué le traitement prescrit, le docteur Deval ajoute :

« Le fait qui précède démontre qu'une affection encéphalique, que peut-être même une simple congestion cérébrale, peuvent donner lieu à une achromatopsie plus ou moins étendue. »

Je pourrais citer d'autres faits en les empruntant aux annales de la science, mais cette reproduction serait fastidieuse et n'aurait pour but que de mentionner des observations que nous connaissons tous. Je vais me borner à exposer les faits qui me sont propres.

Un garçon, âgé de dix-sept ans, est épileptique. Pendant les deux ou trois heures qui suivent les accès épileptiques, il confond le bleu et le vert. On s'aperçut de cette bizarrerie à l'occasion suivante. Au sortir d'un accès pendant lequel son pantalon avait été taché, on lui présenta un pantalon bleu clair qu'il refusa de mettre en prétendant que ses amis se moqueraient de lui s'ils le voyaient affublé d'un pantalon vert. Quand l'accès est passé depuis plus de trois heures, il distingue bien le bleu et le vert; néanmoins il hésite quand ces couleurs ont une nuance très foncée. Ce malade, qui avait en outre une fatigue de l'accommodation, présentait une légère injection de la papille du nerf optique.

Une dame, âgée de vingt-cinq ans, était enceinte de quatre mois environ, lorsqu'elle pria une de ses amies de lui procurer un ruban rouge. Quand le ruban lui fut présenté, elle blâma son amie de lui avoir apporté un ruban jaune au lieu d'un ruban rouge. Cet état ne dura qu'un jour et fut suivi d'un affaiblissement dans la vision. A l'ophthalmoscope, je constatai l'injection de la rétine avec œdème, état qui caractérisait le début d'une amaurose albuminurique.

Appréciation des causes du daltonisme.

Telles sont les causes auxquelles on a cru devoir rattacher le daltonisme. J'ai passé à dessein sous silence l'hypothèse qui faisait jouer un rôle important à la choroïde, parce que cette hypothèse a pour base une erreur physiologique du siècle dernier, époque où l'on croyait que la choroïde était l'organe de la vision. Comme nous savons aujourd'hui que cette fonction est la propriété de la rétine, il n'y a pas lieu de combattre, ni même d'examiner les raisons alléguées en faveur de la choroïde.

De toutes les causes que je viens d'énumérer, quelle est la véritable? Est-ce la théorie chromatique, la théorie rétinienne, la théorie cérébrale?

La théorie chromatique, c'est-à-dire celle qui fait jouer un rôle capital aux milieux réfringents de l'œil, doit être éliminée comme contraire à l'observation. J'ai donné les motifs de cette exclusion.

La théorie rétinienne pourrait être acceptée, mais elle ne résout pas la question. Beaucoup de faits ne peuvent être expliqués par elle, et je dirai même qu'il y a des faits qui viennent la contredire formellement.

La théorie cérébrale paraît plus plausible, à la condition cependant qu'elle ne marche pas sur les traces de Gall. La pathologie semble venir en aide à cette théorie, quoique les faits ne soient pas nettement tranchés. Dans les cas que j'ai observés, il y avait bien une lésion de l'encéphale, mais il y avait aussi une lésion de la rétine ; de sorte qu'il est difficile de se prononcer. Faut-il admettre la nécessité de ces deux lésions pour donner naissance au daltonisme ? Je serais tenté de le croire, mais j'aime mieux dire avec Deval :

« Le phénomène qui nous occupe se cache dans les secrets de la vie. On ne peut, en ce qui le concerne, émettre que des assertions hypothétiques. »

Conséquences pratiques du daltonisme.

Pour ce qui concerne la vie privée, le daltonisme ne peut avoir d'inconvénients autres que d'exposer celui qui en est atteint à beaucoup de mécomptes. Il n'en saurait être de même pour les personnes qui sont exposées à recevoir des ordres par l'intermédiaire de signaux colorés. On comprend qu'il s'agit ici des employés de chemins de fer.

Dans ces administrations, les feux de signaux sont blancs, verts et rouges : blanc, signal de voie libre ; vert, signal de ralentissement, et rouge, signal d'arrêt.

Comme il y a des daltoniens qui voient sous une même couleur le vert et le rouge, on prévoit les accidents qui pourraient résulter de cette confusion. Aussi plusieurs écrivains anglais et le gouvernement anglais lui-même ont été d'avis que les Compagnies de chemins de fer devaient faire examiner, à ce point de vue, l'état de la vision de leurs employés. Wilson a même proposé de substituer la forme des signaux à leurs couleurs. Cornaz a émis l'idée d'avoir des lanternes blanches rondes, des rouges carrées et des vertes triangulaires. Dans ce cas, les daltoniens reconnaîtraient les signaux à la forme.

Je crois qu'on a beaucoup exagéré l'importance du daltonisme en cette circonstance. De tous les accidents de chemins de fer survenus en France, je n'en connais aucun pour lequel le daltonisme ait été accusé, et cependant l'admission dans les Compagnies

de chemins de fer se fait sans examen préalable de l'appréciation des couleurs.

La proposition faite par Wilson et Cornaz de suppléer à la couleur par la forme me paraît devoir ne pas remplir le but qu'on voudrait atteindre. Les feux sont destinés à être vus de loin, et, à une grande distance, nous donneront-ils une notion exacte de leur forme? Je ne le crois pas. Il suffit, pour s'en convaincre, de contempler les feux éloignés pendant qu'on est dans un train : ces feux nous paraissent revêtir la forme stellaire, quoiqu'ils devraient nous donner la sensation d'un rectangle.

Il y a une précaution, usitée dans certaines Compagnies, qui me paraît trancher la question en s'opposant à toute méprise : tout feu agité signifie signal d'arrêt, quelle que soit sa couleur; le feu rouge est aussi mis en mouvement pour être plus facilement perçu. Dès lors, qu'importe la couleur pour un daltonien, puisqu'il puisera une indication suffisante dans la fixité ou l'agitation du feu qui donne le signal?

Amélioration du daltonisme.

Le daltonisme étant une affection gênante, on a fait des efforts pour l'améliorer. Je n'ai à m'occuper ici que des moyens physiques qui ont été mis en usage.

Premier moyen : comparaison des couleurs entre elles. Le malade s'efforce de chercher des différences entre les couleurs qu'il confond; c'est une étude d'appréciation qu'il est obligé de faire. Ce moyen a réussi; mais d'autres fois, suivant Wilson, cela n'a servi qu'à embrouiller les daltoniens, dont les jugements chromatiques sont souvent plus justes avant cette étude qu'après.

Deuxième moyen : création artificielle des couleurs complémentaires. On sait que, lorsqu'on a longtemps fixé une couleur vive et que l'on porte ses regards sur une surface blanche ou noire, la couleur complémentaire est perçue. Ce principe physiologique, appliqué au daltonisme, a pour but de donner au daltonien la couleur qui lui manque, en essayant de la lui procurer comme couleur complémentaire.

Supposons un daltonien qui perçoive le vert, mais pas le rouge : on lui fait contempler une surface verte pour obtenir la sensation

de la couleur complémentaire, afin que ce daltonien puisse avoir une notion du rouge.

Malheureusement, ce moyen si ingénieux ne s'est pas montré d'une grande utilité.

Troisième moyen : emploi des verres colorés. On a remarqué que les daltoniens peuvent, à la lumière artificielle, mieux apprécier certaines couleurs qu'avec la lumière solaire. Comme la lumière artificielle diffère de celle du soleil par un excès de rayons jaunes, on en a conclu qu'il fallait donner à la lumière solaire les qualités de la lumière artificielle, en donnant aux daltoniens des conserves colorées en jaune. « En conséquence, dit Mackenzie, le docteur Wilson distribua à quelques-uns de ses amis daltoniens des verres jaunes, ou plutôt orange pâle. Plusieurs n'en retirèrent aucun avantage, et tous se plaignirent qu'ils occasionnaient une perte considérable de lumière; mais deux d'entre eux se trouvèrent, par leur moyen, dans la possibilité de distinguer, aussi bien à la lumière du jour qu'ils le faisaient à la lumière artificielle, le rouge d'avec le vert. Quelque temps après avoir fait ces essais et avoir conseillé publiquement l'usage des verres jaunes comme un palliatif contre le daltonisme, le docteur Wilson reconnut que sir David Brewster avait déjà recommandé l'usage de cette espèce de verres comme propres, dans beaucoup de cas d'imperfection de la vision, à exciter la rétine engourdie, se fondant sur ce fait que la lumière jaune produit sur cette membrane une impression lumineuse plus puissante que la lumière blanche pure, dans laquelle le jaune n'entre que pour une partie. »

Les verres de Wilson étaient colorés en orange pâle par l'oxyde d'argent.

Quand une couleur est confondue avec une autre, le rouge avec le vert par exemple, Wastmann a conseillé l'emploi de conserves ayant l'une des couleurs confondues. On a reconnu que des conserves rouges ou vertes ne facilitaient pas la distinction entre les objets rouges et verts.

Par tout ce que je viens de dire, on voit que l'emploi des moyens physiques a eu plus d'insuccès que de succès. Le traitement reste tout entier à refaire, et ce n'est pas chose facile quand le point de départ de l'affection est inconnu.

VALEUR DES SIGNES EMPLOYÉS

DANS LE PRÉSENT TRAVAIL.

---

n	Nombre quelconque.
x	*Id.* ou nombre variable.
$(n\,6 \pm 1)$	Séries impaires contenant les nombres premiers.
$n\,6 - 1$	Première série.
$n\,6 + 1$	Deuxième série.
P	Nombre premier.
𝔓	Nombre premier probable.
p	Nombre pair.

Dans ce travail, n étant un nombre variable et qu'il est inutile de déterminer, on aura les égalités suivantes :

$$n\,6 + n\,6 = n\,6$$
$$n\,6 \times n\,6 = n\,6$$
$$n\,6 - n\,6 = n\,6.$$

Il ne pourrait y avoir d'exception que pour ce dernier cas, et lorsqu'il serait indiqué d'une manière spéciale que n a la même valeur de part et d'autre, alors, au lieu de n 6, on aurait 0.

Il est en outre admis que les expressions suivantes peuvent être prises les unes pour les autres :

$$n\,6 - 3 = n\,6 + 3$$
$$n\,6 + 4 = n\,6 - 2$$
$$n\,6 - 4 = n\,6 + 2.$$

La formule $n\,6 \pm 1$ a été souvent mise entre deux parenthèses $(n\,6 \pm 1)$, uniquement pour la signaler à l'attention du lecteur.

DÉMONSTRATIONS ÉLÉMENTAIRES

RELATIVES A LA

THÉORIE DES NOMBRES PREMIERS

PAR A. BAUDRIMONT

L'arithmologie n'a jamais été représentée que d'une manière fort imparfaite dans les Traités d'Arithmétique mis entre les mains des élèves. Ce n'est même que depuis un très petit nombre d'années, et par suite des progrès de l'enseignement, que l'on y a consigné quelques théorèmes de la théorie générale des nombres. Ces ouvrages n'ont été d'abord que des recueils d'opérations satisfaisant aux principales nécessités de notre état social, et rien de plus; aussi sont-ils demeurés dans une infériorité considérable relativement à la géométrie, qui suit une toute autre méthode, et qui donne le plus bel exemple de l'application des facultés intellectuelles de l'homme.

Il n'y a encore qu'un très petit nombre d'années que les ouvrages d'arithmétique n'étaient, à l'égard de ce qu'ils auraient dû être, que ce que serait un simple Traité d'Arpentage relativement à la géométrie élémentaire telle qu'elle nous a été transmise par Euclide depuis une époque déjà fort ancienne.

Il faut donc espérer que, profitant des travaux des grands maîtres en cette matière, nous aurons un jour des Traités d'Arithmologie qui comprendront la théorie générale des nombres, ainsi que les opérations et les applications qui en sont la conséquence. En attendant ce moment désiré, je crois devoir livrer à la publicité quelques démonstrations très élémentaires, relatives aux nombres

premiers. Leur grande simplicité les rendant accessibles à toutes les intelligences, je serais heureux si, par suite des observations qui précèdent, leur publication pouvait hâter le moment où les Traités d'Arithmétique, brisant avec la routine, perdront leur caractère purement pratique pour en prendre un plus élevé.

I

La série naturelle des nombres renferme toutes les séries possibles, tant arithmétiques que géométriques, et peut être considérée comme étant formée par la réunion de toutes ces séries. Par exemple, on peut la considérer comme étant formée par la réunion des deux séries par différences, l'une des nombres impairs commençant par l'unité; l'autre, celle des nombres pairs, commençant par 2.

Les nombres premiers ne peuvent être rencontrés que dans la série des nombres impairs, à l'exception de 2.

La série arithmétique dont le premier terme et la raison sont 3, ne peut contenir que ce seul nombre premier, puisque tous les autres sont des multiples de 3.

La série par 4 appartient à celle des nombres pairs.

La série commençant par 5 et ayant 5 pour raison, ne peut, comme la série ternaire, contenir que ce seul nombre premier, tous les autres étant des multiples de 5.

Il en est de même pour toutes les séries commençant par un nombre premier.

II

Toutes les séries réunies ensemble reconstituent la série unitaire [1], avec des répétitions il est vrai, puisque chaque raison est un facteur qui se trouve successivement multiplié par tous les autres nombres, la série ternaire donnant 3, 6, 9, 12, *15*, 18, *21*, ..., la série par 5 donnant 5, 10, *15*, 20, *25*, 30, *35*, ..., et celle par 7 donnant 7, 14, *21*, 28, *35*, etc.

On voit par ce qui précède qu'*une série impaire, ayant pour*

[1] Je donne ce nom à la série dite naturelle des nombres.

premier terme et pour raison un nombre premier, exclut tout autre nombre premier, puisqu'elle ne peut en contenir qu'un seul, attendu que tous les autres en sont des multiples.

Or, sans envisager l'ensemble de toutes les séries, ce qui serait fort compliqué, on peut se borner à n'en considérer que quelques-unes.

La série paire, commençant par 2, renfermant autant de termes que la série impaire, les nombres premiers, excepté 2, ne pouvant se trouver que dans cette dernière, il en résulte immédiatement l'élimination de la moitié des nombres possibles. La série ternaire, commençant par 3, en élimine également un tiers; mais comme elle est alternativement représentée par des nombres impairs et des nombres pairs, il en résulte qu'elle n'en exclut que le sixième, d'où l'on a déjà, comme nombres éliminés $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$, soit $\frac{2}{3}$. Ce n'est donc que dans le tiers restant que peuvent se trouver les nombres premiers.

On pourrait, en continuant ce raisonnement, trouver une somme qui, élevée jusqu'à un certain terme de la série unitaire, ferait connaître la quantité relative des nombres premiers contenus dans la série unitaire jusqu'à ce terme.

Le simple énoncé qui précède suffit pour faire comprendre que les nombres premiers vont en diminuant à mesure que l'on s'élève dans la série unitaire, puisqu'il faut retrancher de cette série tous les multiples les uns par les autres des nombres premiers antérieurs.

III

Si l'on se borne à ne considérer que la réunion des séries binaire et ternaire, on trouve la place qui peut être occupée par les nombres premiers dans la série unitaire. La disposition suivante en donnera une idée précise :

1 2 3 4 **6** 8 9 10 **12** 14 15 16
18 20 21 22 **24** . . .

Si l'on remplissait les espaces vides, on aurait 5, 7, 11, 13, 17,

19, 23, qui sont des nombres premiers; mais, en continuant, on trouve aussi *25,* 29, 31, *35,* 37, 41, 43, 47, *49,* ..., dans lesquels 25, 35 et 49 ne sont point des nombres premiers, mais des multiples de nombres premiers les uns par les autres, soit carrés, soit *rectangulaires* [1].

Les nombres premiers s'intercalant immédiatement au-dessous et au-dessus de 6 et de ses multiples par la série unitaire, on peut conclure de ce qui précède que :

un nombre premier plus ou moins un est divisible par 6, et peut par conséquent toujours être représenté par

$$(n\,6 \pm 1.)$$

On ne pourrait cependant dire que tout nombre qui possède ce caractère, ou qui $\pm$ 1 est divisible par 6, serait un nombre premier, car l'exemple précédent a démontré qu'il peut en être autrement; 25, 35 et 49 sont dans ce cas et ne sont point des nombres premiers.

Dans tout ce qui suivra, il ne faudra point perdre de vue que *la formule* (n *6* $\pm$ *1) n'est, en réalité, que celle des nombres impairs non divisibles par 3, et commençant par 5. Elle ne convient point d'une manière absolue aux nombres premiers; elle indique seulement que ces derniers sont forcément compris dans les deux séries impaires indiquées par cette formule.* (*Voy.* Le Besgue, *Exercices d'analyse numérique,* in-8°. Paris, 1859, p. 92.)

IV

La réunion de la série binaire à la série ternaire fait voir que les nombres premiers se reproduisent de 2 en 4 ou de 4 en 2 alternativement, en ajoutant 2 quand le nombre premier peut être représenté par (n 6 — 1), puisqu'il peut y avoir un nombre premier immédiatement avant ou après n 6, et ajoutant 4 quand le nombre premier affecte la forme (n 6 + 1), car $1 + 4 = 5$, qui

[1] Je donne ce nom aux produits de facteurs inégaux.

est justement l'intervalle compris entre les multiples de 6, et que $n\,6 + 5 = n\,6 - 1$.

On a donc ainsi les séries 2 + 4 + 2 + 4 . . ., et 4 + 2 + 4 + 2 . . ., qui, étant ajoutés aux nombres premiers dans les conditions qui viennent d'être indiquées, soit la première série à (n 6 — 1) et la seconde à (n 6 + 1), passeront par tous les nombres premiers possibles.

Exemples :

12 — 1 = 11, donne 11 + 2 + 4 + 2 + 4 . .,
ou *11, 13, 17, 19, 23* . . .

12 + 1 = 13, donne 13 + 4 + 2 + 4 + 2 . . .
ou 13, 17, 19, 23, *25* . . .

qui coïncident, comme cela doit être, puisque, immédiatement après leur point de départ, les deux séries sont identiques, comme on le voit par cet exemple :

2 + 4 + 2 + 4 + 2 . . .,
4 + 2 + 4 + 2 . . . .

L'intervalle compris entre 2 et 4 correspond à des multiples de 3, qu'il convient d'éviter. C'est donc ce qui ne pourrait avoir lieu avec la série complète des nombres pairs, qui les présenterait infailliblement.

V

Il résulte de ce qui précède que *6, somme de 4 + 2, ou de 2 + 4, et ses multiples, étant ajoutés directement à un nombre premier, donneront naissance à une suite interminable de nombres premiers, ou qu'en ajoutant un nombre premier à la série senaire (6, 12, 18, 24, . . .), ou qu'en en retranchant un nombre premier on reproduira une grande quantité de nombres premiers,*

et environ la moitié de ceux compris entre les limites soumises à l'examen.

Les nombres de la série senaire pouvant être représentés par $n\,6$, on aura pour les deux cas :

$$n\,6 \pm 1 + n\,6 = n\,6 \pm 1,$$

et

$$6 + \mathrm{P},\quad 2\,.\,6 + \mathrm{P},\quad 3\,.\,6 + \mathrm{P},\quad 4\,.\,6 + \mathrm{P}, \ldots = \mathfrak{P}$$

VI

Les nombres, classés ainsi qu'il suit, donneront tout à la fois un exemple et une démonstration de ce qui vient d'être énoncé :

Séries senaires commençant par les 6 premiers termes de la série unitaire.

1°	**1**	**7**	**13**	**19**	25	**31**	**37**	**43**	49
2°	2	8	14	20	26	32	38	44	50
3°	3	9	15	21	27	33	39	45	51
4°	4	10	16	22	28	34	40	46	52
5°	**5**	**11**	**17**	**23**	**29**	35	**41**	**47**	**53**
6°	6	12	18	24	30	36	42	48	54

Le septième terme de la série unitaire donnerait :

7°	**7**	**13**	**19**	25	**31**	**37**	**43**	49	55

où l'on retrouve les mêmes nombres que dans la première série, à cela près qu'ils commencent par 7 au lieu de commencer par **1**, et ces nombres se reproduiraient périodiquement dans les séries correspondant à (n 6 + 1), soit dans la 13ᵉ, la 19ᵉ, la 25ᵉ, la 31ᵉ, etc.

La onzième série senaire correspondant à n 6 — 1 reproduirait la cinquième, à cela près qu'elle commencerait par 11 :

11, **17**, **23**, **29**, 35, **41**, **47**, **53**, **59**.

VII

L'examen du tableau précédent permet d'énoncer les théorèmes suivants qui s'y trouvent implicitement démontrés :

Tous les nombres impairs non divisibles par 3 appartiennent aux séries qui contiennent les nombres premiers.

Tous les nombres impairs divisibles par 3, plus ou moins 2 (3, ± 2), tombent dans les séries impaires qui contiennent les nombres premiers : $(n\,3 \pm 2) = \mathfrak{P}$.

Tout nombre qui ± 1 est divisible par 6 appartient aux séries impaires qui comprennent les nombres premiers (n 6 ± 1), ce qui a déjà été démontré.

VIII

$n\,6 \pm \mathrm{P}$ *peut représenter tous les nombres premiers; car cette formule peut être confondue avec* $n\,6 \pm 1$.

$n\,6 \pm \mathrm{P}$ est la même chose que $n\,6 \pm (n\,6 \pm 1)$; car cette dernière formule se réduit à $n\,6 \pm 1$.

IX

Tous les nombres pairs qui, augmentés de 2, sont divisibles par 6, étant augmentés d'une unité, rentrent dans la première forme des nombres impairs qui contiennent les nombres premiers :

$$p + 2 = n\,6,\ \text{donne}\ p = n\,6 - 2,\ \text{et}$$
$$n\,6 - 2 + 1 = (n\,6 - 1) = \mathfrak{P}_1\ (5,\ 11,\ 17,\ 23\ \ldots)$$

première forme de la série impaire qui contient les nombres premiers.

Tout nombre pair qui, diminué de 2, donne un reste divisible

par 6, étant diminué de l'unité, retombera dans l'une des séries contenant les nombres premiers :

$$p - 2 = n\,6 \text{ donne } p = n\,6 + 2,$$

et, en retranchant une unité,

$$n\,6 + 2 - 1 = (n\,6 + 1) = \mathfrak{P}_{II},$$

ou la deuxième forme des nombres impairs qui contiennent les nombres premiers (7, 13, 19, 31 ...).

La forme n (6 ± 1) peut donc être modifiée et devenir :

$$n\,6 + 2 - 1, \text{ et } n\,6 - 2 + 1.$$

n 6 — 2, n 6 et n 6 + 2 représentant tous les nombres pairs excepté 2, il résulte de ce qui vient d'être énoncé que *tous les nombres pairs, augmentés ou diminués de l'unité, peuvent donner des nombres premiers; mais dans des cas déterminés seulement : à n 6 — 2 devra correspondre + 1, et à n 6 + 2 devra correspondre — 1.*

X

Les nombres premiers étant représentés par n 6 ± 1, on peut encore dire : *tous les nombres pairs augmentés ou diminués d'un nombre premier peuvent reproduire un nombre premier, mais seulement dans les cas spécifiés dans les formules suivantes :*

$$\begin{array}{ll} \text{I} & (n\,6 + 2) + (n\,6 - 1) = (n\,6 + 1) \\ \text{II} & (n\,6 + 2) - (n\,6 + 1) = (n\,6 + 1) \\ \\ \text{III} & (n\,6 - 2) + (n\,6 + 1) = (n\,6 - 1) \\ \text{IV} & (n\,6 - 2) - (n\,6 - 1) = (n\,6 - 1). \end{array}$$

EXEMPLES :

$$\begin{array}{ll} \text{I} & 30 + 2 + (12 - 1 = 43 \\ \text{II} & 30 + 2 - (12 + 1 = 19 \\ \text{III} & 30 - 2 + (12 + 1 = 41 \\ \text{IV} & 30 - 2 - (12 - 1 = 17. \end{array}$$

Si l'on ne tenait pas compte des indications précédentes, on n'obtiendrait que des multiples de 3 :

V $(n\,6 + 2) + (n\,6 + 1) = n\,6 + 3$
VI $(n\,6 + 2) - (n\,6 - 1) = n\,6 + 2$

VII $(n\,6 - 2) + (n\,6 - 1) = n\,6 + 3$
VIII $(n\,6 - 2) - (n\,6 + 1) = n\,6 + 3.$

EXEMPLES :

V $(30 + 2) + (12 + 1) = 45$
VI $(30 + 2) - (12 - 1) = 21$

VII $(30 - 2) + (12 - 1) = 39$
VIII $(30 - 2) - (12 + 1) = 15.$

Les théorèmes suivants ne sont que des énoncés variés des propositions précédentes.

Les séries arithmétiques paires dont la raison est 6 et le premier terme 2 ou 4, ou les mêmes nombres plus un multiple de 6, ne peuvent donner de nombres premiers par l'addition de l'unité dans le premier cas, et par la soustraction dans le deuxième, ou par l'addition de l'unité ou d'un nombre premier représenté par (n 6 + 1) dans le premier cas, ou par la soustraction de l'unité ou d'un nombre premier représenté par (n 6 — 1) dans le second cas.

Les séries 2 + (n 6 — 1) et 4 + (n 6 + 1) donneront des nombres premiers, et il en sera de même si à l'unité on substitue des nombres premiers représentés par (n 6 — 1) dans le premier cas, et par (n 6 + 1) dans le second.

Si à un nombre pair non multiple de 6 on ajoute une unité, ou si d'un nombre pair non multiple de 6 on retranche une

unité, on pourra rencontrer un nombre premier lorsque la formule sera réductible à (n 6 $\pm$ 1).

Un nombre pair étant n 6 $\pm$ 2, donnera :

$$\begin{array}{ll} \text{I} & (n\,6 + 2) + 1 \\ \text{II} & (n\,6 - 2) - 1 \\ \text{III} & (n\,6 + 2) - 1 \\ \text{IV} & (n\,6 - 2) + 1 \end{array}$$

Les formules I et II produisent des nombres divisibles par 3, et ne peuvent par conséquent donner aucun autre nombre premier dans la condition indiquée.

La formule III donne (n 6 + 1), et la formule IV (n 6 — 1), qui représentent les deux séries impaires qui contiennent les nombres premiers.

Donc : *les nombres pairs représentables par (n 6 + 2) pourront donner des nombres premiers par la soustraction d'une unité.*

Les nombres pairs qui peuvent être formulés par (n 6 — 2) pourront donner aussi des nombres premiers, mais par l'addition d'une unité.

XI

Si à un nombre pair, non divisible par 6, on ajoute un nombre premier, ou si d'un nombre pair non divisible par 6 on retranche un nombre premier, on pourra rencontrer un nombre premier lorsque la formule sera réductible à (n 6 ± 1).

On aura comme précédemment :

$$\begin{array}{ll} \text{I} & (n\,6 + 2) + (n\,6 + 1) \\ \text{II} & (n\,6 - 2) - (n\,6 - 1) \\ \text{III} & (n\,6 + 2) - (n\,6 - 1) \\ \text{IV} & (n\,6 - 2) + (n\,6 + 1) \end{array}$$

Les deux premières formules donnent des nombres divisibles par 3; les deux dernières se réduisent, n° III, à (n 6 + 1), et n° IV, à (n 6 — 1).

D'où l'on peut conclure que les nombres pairs de la forme $(n\,6 + 2)$ peuvent donner des nombres premiers par la soustraction d'un nombre premier de la forme $(n\,6 - 1)$, et que les nombres pairs de la forme $(n\,6 - 2)$ conduisent au même résultat par l'addition d'un nombre premier de la forme $(n\,6 + 1)$.

XII

L'examen du tableau (§ VI) suffit pour démontrer que la série $2 + n\,6 + 1$ et $4 + n\,6 - 1$ *ne peuvent donner de nombres premiers*, et qu'il doit en être de même lorsqu'à l'unité on substitue un nombre premier représenté par $(n\,6 + 1)$ dans la première série, et par $(n\,6 - 1)$ dans la deuxième.

Dans le premier cas, $2 + n\,6 + n\,6 + 1$ est la même chose que $2 + n\,6 + 1$, ou finalement que $n\,6 + 3$; et dans le second, $4 + n\,6 - n\,6 - 1$ est la même chose que $4 + n\,6 - 1$, ou que $n\,6 - 3$.

Formules qui représentent des nombres divisibles par 3.

XIII

Six et tous ses multiples peuvent être obtenus en faisant la somme de nombres premiers qui leur soient inférieurs, pris un nombre pair de fois.

Effectivement :

$$(n\,6 + 1) + (n\,6 - 1) = n\,6.$$

Cette formule démontre encore que les nombres premiers doivent être pris dans les deux séries qui les représentent pour donner ce résultat.

Exemples :

$n\,6 + 1$	1, 7, 13, 19, 25,
$n\,6 - 1$	5, 11, 17, 23, 29.

Ce rapprochement permet de voir qu'un terme quelconque d'une série, ajouté à un terme de l'autre série, donne des multiples de 6 :

$$29 + 1,\ 23 + 7,\ 19 + 11,\ 13 + 17,$$
$$1 + 5 + 7 + 17, \text{ valent } 30.$$

XIV

$n\,10 \pm 1$ employé concurremment avec $n\,10 \pm 3$ suffisent pour représenter tous les nombres premiers.

Les nombres premiers ne peuvent être ni $n\,10 \pm p$, ni $n\,10 \pm 5$ (excepté 5); par conséquent, ils sont forcément représentés par $n\,10 \pm 1$ et $n\,10 \pm 3$; car il ne reste plus que ces deux formules pour représenter les nombres impairs.

n étant un multiple de 3, $n\,10 \pm 3$ donnera des multiples de 3 :

$$6 \,.\, 10 - 3 = 57 = 3 \times 19,$$
$$6 \,.\, 10 + 3 = 63 = 21 \times 3.$$

$n\,10$, lorsque n est 1, 2, 3, 4, ..., peut être alternativement représenté par $n\,6 - 2$, $n\,6 + 2$ et $n\,6$, qui se reproduisent périodiquement.

$10 = 2 \,.\, 6 - 2$, $20 = 3 \,.\, 6 + 2$ et $30 = 3 \,.\, 10$.

En continuant $4 \,.\, 10 = n\,6 - 2$, $5 \,.\, 10 = n\,6 + 2$ et $6 \,.\, 10 = n\,6$,

On déduit de là les résultats suivants :

Pour la formule $n\,10 \pm 1$:

$$1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, \ldots = n,$$

I $n\,6 - 2 - 1 = n\,6 - \ ,$

II $n\,6 - 2 + 1 = n\,6 - 1.$

$$2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, \ldots = n,$$

III $n\,6 + 2 - 1 = n\,6 + 1,$

IV $n\,6 + 2 + 1 = n\,6 + 3,$

$3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 15,\ 18,\ 21,\ \ldots = n,$

V $n\,6 + 1,$

VI $n\,6 - 1.$

Pour la formule $n\,10 \pm 3$.

$1,\ 4,\ 7,\ 10,\ 13,\ \ldots = n,$

VII $n\,6 - 2 - 3 = n\,6 - 5 = n\,6 + 1,$

VIII $n\,6 - 2 + 3 = n\,6 + 1.$

$2,\ 5,\ 8,\ 11,\ 14,\ \ldots = n,$

IX $n\,6 + 2 - 3 = n\,6 - 1,$

X $n\,6 + 2 + 3 = n\,6 + 5 = n\,6 - 1.$

$3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 15, \ldots = n,$

XI $n\,6 + 3$ }
XII $n\,6 - 3$ } multiples de 3.

En résumé, les formules II, VI, IX, X, correspondent à $n\,6 - 1$; III, V, VII, VIII, à $n\,6 + 1$; et I, IV, XI et XII, à des multiples de 3.

A l'unité on peut aussi, dans ces formules, substituer un nombre premier correspondant, en tenant compte du signe par lequel il est représenté, comme dans les paragraphes X et XII.

XV

Les résultats qui viennent d'être énoncés ont un caractère tout à fait général et ne souffrent aucune espèce d'exception; ils peuvent donner l'explication de la plupart des formules qui ont été données comme pouvant conduire à une infinité de nombres premiers, et qui n'ont été qu'essayées et non démontrées. Ils peuvent faire plus; car ils permettent de donner une plus grande précision à ces sortes de formules.

Par exemple : $8\,x + 3,\ 8\,x + 5,\ 8\,x + 7, \ldots$, ne peuvent toujours représenter des nombres premiers; il est même des cas où ils n'en peuvent donner.

Si dans ces trois formules on fait $x =$ le nombre à ajouter ou un multiple de ce nombre, on n'obtiendra pour chaque cas que des nombres divisibles par ces nombres mêmes.

$$8 \,.\, 3 + 3, \quad 8 \,.\, 5 + 5, \quad 8 \,.\, 7 + 7, \ldots$$

8 multiplié par $n\,6 + 2$ donnera $n\,6 - 2$ et le contraire ; car dans le premier cas, en effectuant la multiplication, il faudra ajouter 16 à un multiple de 6, et $16 = 3 \,.\, 6 - 2$.

8 multiplié par $n\,6 - 2$ donnera un résultat pouvant être représenté par $n\,6 + 2$, parce que d'un multiple de 6 il faudra retrancher 16, qui, retranché de $3 \,.\, 6$, laissera au reste $= 2$ à ajouter à $n\,6$.

Ainsi, pour x représenté par un nombre pair de la forme $n\,6 + 2$ et donnant un produit $n\,6 - 2$, il faudra ajouter 1 ou un nombre premier représenté par $n\,6 + 1$.

Pour $x =$ un nombre pair de la forme $n\,6 - 2$, on aura un produit $n\,6 + 2$, qui ne pourra donner un nombre premier que par l'addition de ceux de la forme $n\,6 - 1$.

Si x est un nombre impair non divisible par 3, il sera de la forme $n\,6 \pm 1$. Ce nombre multiplié par 8 donnera $8\,n\,6 \pm 8 = 9\,n\,6 + 2$, et $8\,n\,6 - 8 = 7\,n\,6 - 2$. D'où la nécessité d'ajouter $(n\,6 - 1)$ à $9\,n\,6 + 2$, et $(n\,6 + 1)$ à $7\,n\,6 - 2$.

XVI

La formule $2\,m\,x + 1$ où m est premier renferme une infinité de nombres premiers (V. Le Besgue, ouvrage cité, p. 91), *soit $2\,n\,P + 1$,* peut être élucidée par les théorèmes précédents.

Dans la formule $2\,m\,x + 1$, x peut remplir cinq fonctions différentes : celle d'un multiple de 6, celles d'un nombre impair $n\,6 \pm 1$, et celles d'un nombre pair $n\,6 \pm 2$.

Ces valeurs, multipliées par $(n\,6 \pm 1)$, donnent dix produits, dans lesquels il y en a deux qui sont identiques $(n\,6 + 1 \,.\, n\,6 - 1)$, et cela en réduit finalement le nombre à neuf.

On a :

$$\text{pour } x \quad \left.\begin{array}{l} n\,6 \\ n\,6+1 \\ n\,6-1 \\ n\,6+2 \\ n\,6-2 \end{array}\right\} \times \quad \text{pour } m \quad \left\{\begin{array}{l} n\,6+1 \\ n\,6-1 \end{array}\right.$$

Le tout doit ensuite être multiplié par 2, et enfin il faut y ajouter une unité.

		PRODUIT.	PRODUIT réduit.	PRODUIT × 2 et réduit.	2 n P + 1.
I	$n6 . 6+1$	$= 6 . 6+6$	$n6$	$n6$	$n6+1$
II	$n6 . 6-1$	$= 6 . 6-6$	$n6$	$n6$	$n6+1$
III	$n6+1 . n6+1$	$= 6 . 6+2 . 6+1$	$n6+1$	$n6+2$	$n6+3$
IV	$n6+1 . n6-1$	$= 6 . 6-1$	$n6-1$	$n6-2$	$n6-1$
V	$n6-1 . n6+1$	$= 6 . 6-1$	$n6-1$	$n6-2$	$n6-1$
VI	$n6-1 . n6-1$	$= 6 . 6-2 . 6+1$	$n6+1$	$n6+2$	$n6+3$
VII	$n6+2 . n6+1$	$= 6 . 6+2 . 6+2$	$n6+2$	$n6-2$	$n6-1$
VIII	$n6+2 . n6-1$	$= 6 . 6+6 \quad -2$	$n6-2$	$n6+2$	$n6+3$
IX	$n6-2 . n6+1$	$= 6 . 6+3 . 6-2$	$n6-2$	$n6+2$	$n6+3$
X	$n6-2 . n6-1$	$= 6 . 6-3 . 6+2$	$n6+2$	$n6-2$	$n6-1$

La formule 2 n P — 1 donne des résultats comparables à ceux obtenus avec la formule 2 n P + 1, et la chance de rencontrer des nombres premiers est exactement la même dans les deux cas, ainsi qu'on va le voir bientôt.

Cette formule peut encore être modifiée : au lieu d'ajouter ou de retrancher l'unité, on peut ajouter ou retrancher un nombre premier, et, dans ce cas, les résultats sont encore tout à fait identiques avec les précédents. Cependant, il faut tenir compte de ce que les nombres premiers, dans la notation adoptée pour ce travail, peuvent être représentés de deux manières distinctes : par n 6 + 1 et par n 6 — 1.

Ajouter 1 ou n 6 + 1 à un nombre pair, le résutat est le même au point de vue de la théorie; mais ajouter 1 ou n 6 — 1, ce n'est plus la même chose.

Que l'on retranche ou que l'on ajoute n 6 à un nombre quelcon-

que, cela n'en change nullement le caractère au point de vue de la série à laquelle il appartient; car $n\,6 \pm n\,6 = n\,6$, $n\,6 + 2 \pm n\,6 = n\,6 + 2$, et enfin $n\,6 - 2 \pm n\,6 = n\,6 - 2$. Ce n'est donc que ± 1 qui amènent une différence. On trouve ainsi que

$$+1 \text{ correspond à } \begin{cases} +n\,6+1 \\ -n\,6+1, \end{cases} \quad \text{et que}$$

$$-1 \text{ correspond à } \begin{cases} -n\,6-1 \\ +n\,6-1. \end{cases}$$

On a donc

$$+1 \text{ équivalant à } \pm n\,6 + 1,$$
$$\text{et} \quad -1 \text{ équivalant à } \pm n\,6 - 1,$$

et la formule générale est

$$2\,n\,\mathrm{P} \begin{cases} +1 \text{ ou } \pm n\,6 + 1 \\ -1 \text{ ou } \pm n\,6 - 1. \end{cases}$$

En opérant dans ces conditions on obtient les résultats suivants :

	$2\,n\,\mathrm{P} + 1$ ou $\pm n\,6 + 1$.	$2\,n\,\mathrm{P} - 1$ ou $\pm n\,6 - 1$.
I	$n\,6 + 1$	$n\,6 - 1$
II	$n\,6 + 1$	$n\,6 - 1$
III	$n\,6 + 3$	$n\,6 + 1$
IV	$n\,6 - 1$	$n\,6 - 3$
V	$n\,6 - 1$	$n\,6 - 3$
VI	$n\,6 + 3$	$n\,6 + 1$
VII	$n\,6 - 1$	$n\,6 - 3$
VIII	$n\,6 + 3$	$n\,6 + 1$
IX	$n\,6 + 3$	$n\,6 + 1$
X	$n\,6 - 1$	$n\,6 - 3$

La formule $2\,n\,\mathrm{P} \pm 1$ ou $\pm \mathrm{P}$ donne donc vingt combinaisons, dont le résultat peut être prévu par le simple examen des nombres qui les représentent.

Il y a dix combinaisons pour le signe + et dix pour le signe —.

Les résultats correspondants aux n[os] IV et V sont identiques comme provenant de facteurs également identiques.

Huit résultats coïncident avec des nombres multiples de 3, les douze autres correspondent aux séries impaires qui contiennent les nombres premiers. Il y a donc deux cinquièmes des combinaisons qui ne peuvent donner des nombres premiers en suivant la formule indiquée, sans compter que les autres formules ne représentent que les séries impaires contenant les nombres premiers, et non ces derniers d'une manière positive.

Si, au lieu de passer par tous les éléments de la formule $2\,n\,6 \pm 1$, etc., on se borne à n'en considérer que la partie $2\,n\,P$, on voit qu'elle correspond toujours à un nombre pair, à cause du facteur 2.

Dans ce cas, le nombre des combinaisons est diminué; car on n'a plus que trois termes pour la représenter : $n\,6$, $n\,6 + 2$, $n\,6 - 2$. Ces trois termes ± 1 ou $\pm\, n\,6 \pm 1$ donnent les résultats suivants :

		+ 1	— 1
I	$n\,6$	$n\,6 + 1$	$n\,6 - 1$
II	$n\,6 + 2$	$n\,6 + 3$	$n\,6 + 1$
III	$n\,6 - 2$	$n\,6 - 1$	$n\,6 - 3$.

On peut conclure de ce tableau, qu'un nombre pair quelconque, plus ou moins un, ou plus ou moins un nombre premier, présente six résultats possibles, parmi lesquels on trouvera un tiers de multiples de 3, un tiers de nombres de la série $n\,6 + 1$, et un tiers de celle $n\,6 - 1$; mais qu'un nombre déterminé, s'il est un multiple de 6, donnera $n\,6 \pm 1$; s'il est un multiple de 6, plus 2, il donnera un multiple de 3 par + 1, et pourra donner un nombre premier par — 1, ou par son équivalent $\pm P = \pm n\,6 + 1$; tandis que le nombre $n\,6 - 2$ donnera un multiple de 3 par — 1, et un nombre qui pourra être premier par + 1, ou par son équivalant $\pm P = \pm\, n\,6 - 1$.

XVII

Les racines carrées peuvent être rapportées à deux groupes : les racines impaires et les racines paires.

Une classe de racines impaires peut être représentée par 3, et ses multiples par des nombres impairs.

Le double de ces racines est divisible par 6.

Les carrés de ces racines sont impairs et divisibles par 3, d'où le double de ces carrés est divisible par 6.

Les racines impaires non divisibles par 3 appartiennent aux séries qui contiennent tous les nombres impairs (*V.* le tableau précédent, § VI). Elles peuvent donc être représentées ($n\,6 \pm 1$), et leurs carrés par

$$(n\,6)^2 - 2\,n\,6 + 1, \text{ ou par } (n\,6)^2 + 2\,n\,6 + 1.$$

Formules qui font voir que *tous les carrés des racines impaires, non divisibles par 3, diminués de l'unité, donnent un reste divisible par 6.*

Tous ces carrés peuvent donc être représentés par ($n\,6 + 1$).

XVIII

Toutes les racines paires divisibles par 6 donnent évidemment des carrés qui le sont aussi, puisque le facteur 6 se retrouve forcément dans le produit.

Les nombres pairs divisibles par 6 se présentent de 3 en 3 dans la série des nombres pairs.

Les nombres pairs non divisibles par 6 peuvent être représentés par ($n\,6 \pm 2$), selon qu'ils se trouvent avant ou après un nombre divisible par 6, comme on le voit dans l'exemple suivant :

2 4 **6** 8 10 **12** 14 16 **18** 20 22 **24**...

16 peut être représenté par $3 . 6 - 2$, et 20 peut l'être $3 . 6 + 2$.
Le carré de $n\,6 + 2$ est $(n\,6)^2 + 4\,n\,6 + 4$.

Celui de $n\,6 - 2$ est $(n\,6)^2 - 4\,n\,6 + 4$.

Or, ces deux carrés sont des multiples de 6, + 4. On peut donc dire :

Tout nombre carré, ayant une racine paire non divisible par 6, devient divisible par ce facteur lorsqu'on le diminue de 4 unités.

Pour la même raison, *tout nombre carré pair, non divisible par 6, devient divisible par ce nombre lorsqu'on lui ajoute 2,* attendu que la différence entre $n - 4$ et $n + 2$ est 6.

Exemple : $8^2 = 64$; $64 - 4 = 60$ divisible par 6, et $64 + 2 = 66$ également divisible par 6; car la différence entre 60 et 66 est 6.

Tous les carrés pairs peuvent donc être représentés par $n\,6 - 2$.

XIX

Lorsque les nombres pairs sont élevés à une puissance supérieure à la deuxième, on observe ce qui suit :

Lorsque la racine peut être représentée n 6 — 2, elle donne invariablement des puissances représentables par n 6 — 2, quel qu'en soit l'exposant : 4, 10, 16, 22, etc., sont dans ce cas.

Cela tient évidemment à ce que, dans la formation de ces puissances, le signe — donne toujours + 4, qui correspond à $n\,6 - 2$:

$$n\,6 - 2 \times n\,6 - 2 = n\,6 + 4 = n\,6 - 2.$$

Lorsque la racine correspond à n 6 + 2, on obtient alternativement des puissances pouvant être exprimées par n 6 + 2, n 6 — 2, n 6 + 2, n 6 — 2, etc.; 2, 8, 14, ..., sont dans ce cas.

$n\,6 + 2$ correspond aux exposants impairs, et $n\,6 - 2$ correspond aux exposants pairs :

$$n\,6 + 2 \times n\,6 + 2 = n\,6 + 4 = n\,6 - 2,$$

et

$$n\,6 - 2 \times n\,6 + 2 = n\,6 - 4 = n\,6 + 2.$$

XX

M. Le Besgue (ouvrage cité, p. 94) rapporte que Fermat, dans une lettre adressée à Pascal, a affirmé que la formule $2^{2^n} + 1$ ne comprend que des nombres premiers, et ce savant ajoute qu'Euler a démontré la fausseté de cette proposition.

Les théorèmes précédents permettent de voir très facilement ce que l'on peut attendre de cette formule. Sans autre examen, 2^{2^n} n'est point divisible par 6 et doit donner un nombre pair pour résultat; car à telle puissance que l'on élève 2, il n'en peut être autrement.

On voit encore que l'exposant de la puissance sera toujours pair, puisque lui-même est une puissance de 2.

Or, d'après le théorème précédent, le nombre 2 porté à telle puissance que l'on voudra donne des nombres qui peuvent être alternativement représentés par $n\,6 + 2$ et $n\,6 - 2$.

L'exposant étant pair, on aura toujours pour résultat final un nombre représenté par $n\,6 - 2$:

$$n\,6 - 2 + 1 = n\,6 - 1.$$

$n\,6 - 1$ représente une des séries qui contiennent les nombres premiers, mais qui contiennent aussi les multiples de tous les nombres premiers les uns par les autres.

+1 M. Le Besgue fait remarquer effectivement que 2^{32} / est divisible par ~~193, 257, 449, 577~~, 641, ~~etc.~~

XXI

La formule $mx + r$, dans laquelle m et r sont premiers entre eux, donne de longues suites de nombres premiers.

Dans cette formule, x est une quantité variable qui peut être représentée par tous les nombres de la série unitaire.

Finalement on a une quantité déterminée r, à laquelle on ajoute successivement le produit variable mx, ou, ce qui est la même

chose en d'autres termes, cette formule représente une série $m x$ aux termes de laquelle on ajoute une quantité déterminée r.

Avant d'analyser cette série, on trouve :

1° que si m, x et r sont impairs, ils donnent un nombre pair pour résultat, et que ce nombre ne peut par conséquent avoir le caractère d'un nombre premier.

Si on représente x par la série des nombres impairs, il en sera de même pour tous les nombres obtenus.

Un nombre impair multiplié par un nombre impair a un nombre impair pour produit, et un nombre impair ajouté à un nombre impair donne un nombre pair pour somme.

Soit $m = 5$ et $r = 7$, on aura :

$$1, 3, 5, 7, 9, 11 \ldots \times 5 + 7 = p.$$

2° Si m est impair et si r est pair, on obtiendra encore un résultat semblable, si l'on prend pour x la série des nombres pairs.

Effectivement, une suite de nombres pairs multipliés par un nombre impair donne des nombres pairs, et un nombre pair ajouté à un nombre pair donne un nombre pair :

$$2, 4, 6, 8, \ldots \times 5 + 4 = p.$$

La formule $x m + r$ ne peut donc pas toujours donner des nombres premiers; c'est donc une de ces formules empiriques qui ont été essayées par des tâtonnements, et qui n'ont nullement le caractère de précision sur lequel on croirait pouvoir compter.

Cela dit, analysons-la au point de vue de la notation adoptée pour ce travail.

Tous les nombres peuvent être représentés par $n\,6 - 1$, $n\,6 + 1$, $n\,6 + 3$, $n\,6$, $n\,6 - 2$ et $n\,6 + 2$.

Excepté les nombres pairs et les multiples de 3, les uns à l'égard des autres, tous ces signes peuvent représenter des nombres premiers entre eux; par exemple, $n\,6 - 1$ donne 5, 11, 19, 23, etc., et qui sont premiers entre eux; $n\,6 + 1$ donne 7, 13, 19, 25, etc., et qui sont aussi premiers entre eux.

$n\,6 - 1$, $n\,6 + 1$, $n\,6 + 3$, sont presque toujours premiers à l'égard des nombres pairs.

On peut donc prendre pour *m* et pour *r* tous ces nombres, en tenant compte des exceptions indiquées.

La formule $x\,m + r$, renversée ainsi : $r + x\,m$, représente donc un nombre constant, formulé de la manière générale qui vient d'être indiquée, auquel on ajoute successivement le produit $x\,m$, représenté par 1, 2, 3, 4, 5, 6, ... multipliant les nombres figurés, comme il vient d'être dit, soit par $n\,6 - 1$, $n\,6 + 2$, $n\,6 + 3$, etc.

Le tableau suivant contient ce travail exécuté dans son entier.

On voit dans ce travail que le sixième terme reproduit invariablement le premier, et qu'il est inutile de le porter au delà, car tous les termes se reproduisent périodiquement dans le même ordre.

Cela tient à ce que 6 ou $n\,6$ ne changent rien à la valeur d'un nombre exprimé relativement aux nombres premiers dans le système adopté dans ce travail.

RÉSULTATS RELATIFS A LA FORMULE $mx + r$;

m et r étant premiers entre eux;
m et r étant $n6-1$, $n6+1$, $n6+3$, $n6$, $n6-2$, $n6+2$;
x étant 1, 2, 3, 4, 5, 6, etc.

r	m	$r+m$	$r+2m$	$r+3m$	$r+4m$	$r+5m$	$r+6m$	P sur 5	P sur 30
$6-1$	$n6-1$	$n6-2$	$n6+3$	$n6+2$	$n6+1$	$n6$	$n6-1$	1	15
	$n6+1$	$n6$	$n6+1$	$n6+2$	$n6+3$	$n6-2$	$n6-1$	1	
	$n6+3$	$n6+2$	$n6-1$	$n6+2$	$n6-1$	$n6+2$	$n6-1$	2	
	$n6$	$n6-1$	$n6-1$	$n6-1$	$n6-1$	$n6-1$	$n6-1$	5	
	$n6-2$	$n6-3$	$n6+1$	$n6-1$	$n6+3$	$n6+1$	$n6-1$	3	
	$n6+2$	$n6+1$	$n6+3$	$n6-1$	$n6+1$	$n6+3$	$n6-1$	3	
$6+1$	$n6-1$	$n6$	$n6-1$	$n6-2$	$n6+3$	$n6+2$	$n6+1$	1	15
	$n6+1$	$n6+2$	$n6+3$	$n6-2$	$n6-1$	$n6$	$n6+1$	1	
	$n6+3$	$n6-2$	$n6+1$	$n6-2$	$n6+1$	$n6-2$	$n6+1$	2	
	$n6$	$n6+1$	$n6+1$	$n6+1$	$n6+1$	$n6+1$	$n6+1$	5	
	$n6-2$	$n6-1$	$n6+3$	$n6+1$	$n6-1$	$n6+3$	$n6+1$	3	
	$n6+2$	$n6+3$	$n6-1$	$n6+1$	$n6+3$	$n6-1$	$n6+1$	3	
$6+3$	$n6-1$	$n6+2$	$n6+1$	$n6$	$n6-1$	$n6-2$	$n6+3$	2	12
	$n6+1$	$n6-2$	$n6-1$	$n6$	$n6+1$	$n6+2$	$n6+3$	2	
	$n6+3$	$n6$	$n6+3$	$n6$	$n6+3$	$n6$	$n6+3$	0	
	$n6$	$n6+3$	$n6+3$	$n6+3$	$n6+3$	$n6+3$	$n6+3$	0	
	$n6-2$	$n6+1$	$n6-1$	$n6+3$	$n6+1$	$n6-1$	$n6+3$	4	
	$n6+2$	$n6-1$	$n6+1$	$n6+3$	$n6-1$	$n6+1$	$n6+3$	4	
$6-2$	$n6-1$	$n6+3$	$n6+2$	$n6+1$	$n6$	$n6-1$	$n6-2$	2	7
	$n6+1$	$n6-1$	$n6$	$n6+1$	$n6+2$	$n6+3$	$n6-2$	2	
	$n6+3$	$n6+1$	$n6-2$	$n6+1$	$n6-2$	$n6+1$	$n6-2$	3	
	$n6$	$n6-2$	$n6-2$	$n6-2$	$n6-2$	$n6-2$	$n6-2$	0	
	$n6-2$	$n6+2$	$n6$	$n6-2$	$n6+2$	$n6$	$n6-2$	0	
	$n6+2$	$n6$	$n6+2$	$n6-2$	$n6$	$n6+2$	$n6-2$	0	
$+2$	$n6-1$	$n6+1$	$n6$	$n6-1$	$n6-2$	$n6+3$	$n6+2$	2	7
	$n6+1$	$n6+3$	$n6-2$	$n6-1$	$n6$	$n6+1$	$n6+2$	2	
	$n6+3$	$n6-1$	$n6+2$	$n6-1$	$n6+2$	$n6-1$	$n6+2$	3	
	$n6$	$n6+2$	$n6+2$	$n6+2$	$n6+2$	$n6+2$	$n6+2$	0	
	$n6-2$	$n6$	$n6-2$	$n6+2$	$n6$	$n6-2$	$n6+2$	0	
	$n6+2$	$n6-2$	$n6$	$n6+2$	$n6-2$	$n6$	$n6+2$	0	

Le tableau précédent donne les résultats de cent cinquante combinaisons qui peuvent être obtenues par la formule $m\,x + r$.

$n\,6$ aurait pu être supprimé comme étant très facile à trouver, puisqu'il n'apporte aucun changement aux nombres auxquels on l'ajoute.

P sur 5 indique le nombre de combinaisons qui, sur cinq de ces combinaisons exprimées dans la même ligne horizontale, peuvent donner des nombres premiers.

On n'a pas tenu compte de la dernière colonne $r + 6\,m$, qui a été ajoutée au tableau uniquement pour indiquer que les périodes recommençaient d'une manière invariable.

P sur 30 indique le nombre de formules pouvant représenter les nombres premiers $n\,6 + 1$ et $n\,6 - 1$, qui se trouvent dans les groupes de trente combinaisons, appartenant chacun au terme *r*.

En faisant la somme de ces derniers nombres, on trouve que, sur cent cinquante résultats pouvant être donnés par la formule $x\,m + r$, il y en a cinquante-six, *c'est-à-dire moins de la moitié* qui peuvent donner des nombres premiers, et quatre-vingt-quatorze qui n'en peuvent donner. Ces deux nombres sont entre eux ∷ 28 : 47∴

Le résultat qui vient d'être obtenu démontre que cette formule $x\,m + r$, qui a été l'objet de tant de travaux, méritait à peine l'attention qu'on lui a accordée.

On pourrait par des exemples, s'il en était besoin, démontrer que tous les résultats contenus dans les tableaux précédents se vérifient rigoureusement.

Je borne ici ce travail, qui était en grande partie exécuté depuis longtemps, et que je n'ai publié que pour les raisons que j'ai fait connaître dans l'introduction.

CONCLUSIONS.

La série unitaire peut être considérée comme la réunion d'une suite indéfinie de séries par différences qui ont chacune un même nombre pour premier terme et pour raison.

Les nombres premiers sont les premiers termes de ces séries.

Si l'on ne considère que les trois premières séries impaires, on voit que les termes qui les constituent sont représentés, pour la

première et pour la cinquième, par (n 6) $\pm$ 1, et ceux de la troisième par (n 6) $\pm$ 3.

Tous les nombres premiers, excepté 1, 2 et 3, se trouvent contenus dans les deux séries représentées par (n 6) $\pm$ 1.

Par conséquent, un nombre premier + ou — 1 est toujours divisible par 6.

En réunissant ces deux séries, on voit que leurs termes alternent dans l'ordre 2 + 4 + 2 + 4 ..., ou 4 + 2 + 4 + 2 ...

(n 6) + 1 + 2 donnant des nombres divisibles par 3; cette expression doit être combinée avec 4 + 2 + 4 ..., et le contraire pour l'autre série et pour la même raison.

L'une des séries représentées par (n 6) $\pm$ 1 ne peut contenir qu'une seule moitié des nombres premiers. En combinant ces séries avec 4 + 2 ... ou 2 + 4 ... dans les conditions qui viennent d'être énoncées, on constitue une série unique qui, en partant de 5, contient tous les nombres premiers, excepté, bien entendu, ceux qui précèdent ce nombre.

Les nombres premiers se reproduisant de 2 en 4 et de 4 en 2, se rencontrent par cela même de 6 en 6, qui représente la coïncidence des sommes 2 + 4 ou 4 + 2.

Un nombre premier étant toujours un nombre pair + 1, il y a une grande chance de rencontrer une multitude de nombres premiers en ajoutant des nombres premiers à une série quelconque formée de nombres pairs, excepté dans les cas énoncés qui feraient retomber dans une série dont les nombres seraient des multiples de 3, et il faut ajouter de tout autre nombre premier, 5, 7, 11, etc.

Tous les multiples de 6 peuvent être obtenus en ajoutant ensemble des nombres premiers de deux séries différentes; n 6 — 1 avec n 6 + 1.

Dans toutes les formules où l'on ajoute ou retranche l'unité, on peut ajouter ou retrancher un nombre premier dans les conditions indiquées, n 6 + 1 pouvant être substitué à + 1, et n 6 — 1 pouvant l'être à — 1, etc. (*V.* § X et XII.)

n 10 $\pm$ 1 et n 10 $\pm$ 3 peuvent représenter tous les nombres premiers.

La formule 2 m x $\pm$ 1, soit 2 n P $\pm$ 1 et même 2 n·P $\pm$ P son équivalente, a vingt solutions dont huit correspondent à des multiples de 3, et non à des nombres premiers.

Tous les carrés de racines impaires, — 1 sont divisibles par 6.

Tous les carrés de nombres pairs, non divisibles par 6, peuvent être représentés par n 6 — 2.

Toutes les puissances des racines de la forme n 6 — 2 sont de la même forme que ces racines.

Les puissances des racines de la forme n 6 + 2 sont alternativement de la forme n 6 + 2, n 6 — 2, n 6 + 2, n 6 — 2, etc. : n 6 + 2 correspondant aux exposants impairs, et n 6 — 2 aux exposants pairs.

La formule 2^{2^m} + donne des résultats de la forme n 6 — 2 + 1 = n 6 — 1, qui ne conduit pas nécessairement à des nombres premiers.

La formule $m\,x + r$, dans laquelle m et r sont premiers entre eux, donne lieu à cent cinquante combinaisons dont les résultats peuvent être prévus d'avance. Sur ce nombre, il n'y en a que cinquante-six qui peuvent conduire à des nombres premiers.

En général, les formules connues, relatives aux nombres premiers, ne se rattachent point d'une manière précise à leurs caractères spéciaux.

Cependant, la formule n 6 ± 1 permet de les circonscrire d'une manière assez précise pour qu'il soit possible d'en tirer des déductions d'une valeur réelle.

Celles qui sont dites représenter une infinité (1) de nombres premiers sont des formules empiriques qui se bornent à indiquer d'une manière plus ou moins déterminée, et l'on peut dire plus ou moins exacte, que ces nombres se trouvent dans les séries de nombres impairs non divisibles par 3, et encore cela n'a-t-il pas toujours lieu, ainsi que je l'ai démontré pour plusieurs de ces formules, ou qu'ils se reproduisent de 4 en 2 ou de 2 en 4, et quelquefois en passant une grande quantité de nombres premiers sans les signaler.

La loi réelle du classement des nombres premiers n'a point encore été formulée d'une manière précise. Puisse cette faible ébauche hâter le moment où elle pourra l'être d'une manière élémentaire.

(1) Partout, et autant que je l'ai pu, j'ai remplacé cette expression par une autre; car l'infini n'a ni commencement ni fin, et ne peut être représenté par un nombre, si grand qu'il soit.

UN TÉTRAÈDRE QUELCONQUE

EST INSCRIPTIBLE DANS UNE SPHÈRE

DÉMONSTRATION ÉLÉMENTAIRE DE CE THÉORÈME

PAR A. BAUDRIMONT

Tous les traités élémentaires de géométrie contiennent la démonstration qu'un triangle quelconque est inscriptible dans un cercle; mais lorsque l'on passe des surfaces planes aux solides, on se demande si un tétraèdre, qui est le solide le plus élémentaire, est inscriptible dans une sphère : tous sont muets à cet égard.

Ayant trouvé une démonstration on ne peut plus élémentaire de ce théorème, je crois devoir la publier; car elle peut être utile et peut même devenir l'origine de théorèmes d'un ordre plus élevé. Elle aura, en outre, l'avantage de faire voir que si les démonstrations géométriques sont assujéties à une méthode générale, qui veut que des éléments les plus simples on parvienne sans lacune aux théorèmes les plus élevés, il n'est pas moins vrai que les éléments de ces démonstrations peuvent être très variables, et qu'une vérité quelconque, fût-elle de l'ordre géométrique, peut être rendue évidente en se basant sur des éléments très différents les uns des autres.

Avant d'arriver à ce théorème important, il convient de démontrer, par des moyens du même ordre, qu'un triangle quelconque est inscriptible dans un cercle.

Soit un triangle donné : un de ses côtés pourra être considéré comme la corde d'un cercle, et pourra, par conséquent, toucher une circonférence par ses deux extrémités, pourvu qu'il puisse y être contenu.

Si le troisième angle du triangle donné ne touche pas la circonférence, il est évident qu'on pourra l'y amener en faisant varier la grandeur du cercle, sans que pour cela les deux autres points cessent d'être en contact avec sa circonférence.

On peut donc démontrer ainsi qu'un triangle est inscriptible dans un cercle.

On peut démontrer de la même manière qu'un cercle est inscriptible dans un triangle.

Soit un cercle placé dans un angle d'un triangle, suffisamment grand pour le contenir, il pourra toujours en toucher deux côtés; or, si l'on grandit le cercle jusqu'à ce qu'il soit en contact avec le troisième côté, il est évident que sa circonférence pourra toucher à la fois les trois côtés du triangle et qu'elle y sera inscrite.

On peut aussi démontrer très facilement que trois points se trouvent toujours dans un même plan.

Un système de trois points étant donné, l'un d'eux pourra être mis en contact avec un plan. Ce premier contact obtenu, il sera facile d'amener le second point en contact avec le même plan.

Ces deux points peuvent être considérés comme les extrémités d'une ligne droite située dans le plan; or, si l'on fait tourner le plan autour de cette ligne jusqu'à ce qu'il arrive au contact du troisième point, on aura acquis la certitude que l'on peut toujours faire passer un plan par trois points donnés. Si l'on considère ces trois points comme les trois angles d'un triangle, on peut dire qu'il est toujours possible de faire passer une circonférence par trois points donnés.

Toutes les sections complètes d'une sphère par un plan étant des cercles. La grandeur de ces cercles pouvant varier depuis *o* jusqu'au plus grand cercle d'une sphère donnée, il en résulte qu'un triangle, placé dans une sphère creuse assez grande pour le contenir, trouvera toujours un cercle de la dimension qui convient pour lui être circonscrit.

Cela posé, il est facile de démontrer qu'un tétraèdre quelconque est inscriptible dans une sphère.

Une face quelconque d'un tétraèdre étant un triangle, si l'on introduit un de ces solides dans une sphère pouvant contenir cette face, elle rencontrera trois points situés dans son propre plan, qui appartiendront à un cercle qui lui sera circonscrit. Dans cette

condition, si le quatrième angle n'est point tangent à la sphère, il suffira de faire varier la grandeur de celle-ci jusqu'à ce qu'elle le rencontre, et l'on comprend facilement que cela pourra toujours avoir lieu.

Or, il résulte de cette démonstration qu'un tétraèdre quelconque est inscriptible dans une sphère.

On peut démontrer de la même manière qu'une sphère est inscriptible dans un tétraèdre quelconque.

Soit un tétraèdre creux formé par l'intersection de quatre plans, soit encore une sphère assez petite pour être contenue dans ce tétraèdre, elle reposera sur trois points faisant partie de trois des faces du tétraèdre. Si l'on suppose qu'elle grandisse jusqu'à ce qu'elle rencontre le quatrième plan, on aura acquis la certitude qu'une sphère est inscriptible dans un tétraèdre quelconque.

Les sommets d'un tétraèdre ou les quatre points de contact de la sphère inscrite dans un tétraèdre pouvant être considérés comme quatre points situés dans l'espace et non dans un même plan, il en résulte que par quatre points disposés comme il vient d'être dit, on peut toujours faire passer la surface d'une sphère, ou que ces quatre points sont toujours inscriptibles dans la surface d'une sphère.

Enfin, un polygone régulier étant inscriptible dans un cercle, on peut conclure, par une démonstration du même ordre, qu'une pyramide quelconque, droite ou oblique, à base de polygone régulier, est inscriptible dans une sphère.

EXTRAITS

DES

PROCÈS-VERBAUX DES SÉANCES DE LA SOCIÉTÉ.

ANNÉE 1857-1858

(suite)

Président : M. BAUDRIMONT; *secrétaires :* MM. MICÉ et CAUSSADE.

Séance du 7 janvier 1858. — M. Bazin analyse les mémoires contenus dans le dernier envoi de l'Académie de Berlin. Il rend compte, entre autres travaux dignes d'intérêt : d'un Mémoire de M. Klotzoch sur la famille des bignoniacées; de la Description d'un muscle nouvellement découvert de l'homme, le *constricteur antérieur et interne* du pharynx, par M. Peters; d'une nouvelle communication de M. Ehrenberg sur la Vie dans l'Océan, observée à de grandes profondeurs; d'un Mémoire de M. Beetz sur la conductibilité pour l'électricité que certains corps peuvent acquérir par une élévation de température; d'une Note de M. Helmholtz sur la rapidité de quelques phénomènes musculaires et nerveux; de divers mémoires d'anatomie et de zoologie par M. Peters; etc.

Après ce Rapport, M. Bazin lit un mémoire d'anatomie comparée qu'il destine aux publications de la Société. Il s'occupe successivement du trifacial de l'éléphant des Indes, des organes respiratoires du marsouin et du système nerveux de l'ornithorynque. Ce mémoire est accompagné de planches remarquables destinées à en faciliter l'intelligence.

Séance du 21 janvier. — M. Léon, membre correspondant à Lorient, annonce l'envoi prochain d'un mémoire sur la cause de *l'Enroulement des tiges volubiles.* Il indique, dans une note synthétique, le plan et les conclusions de ce travail, qui semble à la Société mériter une sérieuse attention.

M. Royer lit un Rapport sur les travaux envoyés par l'Institut smith-

sonien et reçus dans la séance du 19 novembre dernier. La plupart de ces travaux ne sont que des traductions de mémoires déjà publiés en Allemagne ou en France.

M. Delmas fait un Rapport sur le n° 3 (2e année) du *Bulletin de la Société Philomathique de Bordeaux*, reçu dans la séance du 17 décembre. Le rapporteur s'étend seulement sur une note de M. Gonin, relative à un mode d'essai de borax du commerce.

M. Baudrimont analyse une brochure envoyée, au mois de novembre, par l'Académie des sciences naturelles de Philadelphie; c'est le catalogue des crânes humains recueillis par cette Société. Les crânes sont classés par races anthropologiques. Les résultats fournis par la mesure de la capacité crânienne et de l'angle facial sont soigneusement notés.

L'honorable rapporteur considère comme très importantes les observations consignées dans ce catalogue. Il pense, à ce sujet, que la physiognomonie renferme des vérités de premier ordre; il est même nécessaire, suivant lui, que des différences d'organisation correspondent à des différences de caractère. Cette relation lui paraît tellement évidente qu'il n'hésite pas à en accepter les conséquences, et notamment la difficulté, pour chaque individu, d'échapper à sa destinée.

Parmi les relations de structure et de facultés cérébrales qui sont le mieux établies pour lui, M. Baudrimont signale les suivantes : 1° une grande capacité crânienne correspond à une grande mémoire (Cuvier et Thenard, parmi tant d'autres, en fournissent la preuve); c'est comme si chaque fait à conserver occupait une place dans le cerveau, de façon à ce qu'il y ait proportionnalité entre le volume encéphalique et le nombre des faits à loger; un petit volume crânien correspond à de la finesse, de la facilité d'élocution, de l'*esprit* en un mot; cela est si vrai que les fortes têtes, même d'hommes supérieurs, ne comprennent pas un calembour; 3° l'harmonie entre toutes les parties de la tête et leur peu de physionomie est l'indice d'un grand jugement (M. Baudrimont a pu deviner un caractère *instable* chez des hommes qui semblaient rire tout en ayant une tête sérieuse); 4° une tête élevée, en forme de pain de sucre, fait reconnaître un fanatique, qui peut même être très dangereux, quelles que soient sa religion ou ses croyances politiques; au contraire, une tête renflée sur les côtés appartient aux gens circonspects, modérés dans leurs opinions; 5° un col large et fixant fortement la tête sur les épaules, ainsi qu'on le voit dans les statues de César, annonce toujours un grand courage et même de la cruauté.

Après le Rapport et les réflexions qui l'ont accompagné, M. Baudrimont fait à la Société les communications verbales suivantes :

1° Un oïdium spécial apparaît quelquefois sur les coquilles fraîches des collections; c'est ce qui vient d'être observé à Bordeaux, chez M. le

docteur Grateloup. Cet être cryptogamique se nourrit aux dépens de la matière animale et de la gomme dont les marchands enduisent la surface des coquilles pour en augmenter le brillant. Le meilleur moyen à employer pour faire disparaître ces moisissures, moyen qui a parfaitement réussi à M. Baudrimont, est de les asphyxier par la vapeur de naphte.

2° Le vin soufré contenu dans des tonneaux neufs, s'ils sont surtout en bois de Stettein, répand une odeur désagréable; au contraire, mis dans de vieux tonneaux, il ne présente aucune odeur. Voici probablement la cause de cette différence. Le soufre, déposé à la surface de la vigne pour combattre l'oïdium, se transforme probablement en sulfate de potasse, peut-être aussi en sulfate d'ammoniaque, comme le veut M. de La Vergne : ces sulfates absorbés se retrouvent dans le jus du raisin, dans le vin. Dans les tonneaux neufs, ils sont réduits à l'état de sulfure par la matière organique du bois, et les sulfures, en présence de l'acide du vin ou de l'acide carbonique de l'air, donnent de l'hydrogène sulfuré; d'où résulte l'odeur. Dans les vieux tonneaux, au contraire, le tartre empêche le contact avec le bois, et la réduction n'a pas lieu. On a conseillé, pour détruire l'odeur, quand toutefois on ne veut pas attendre, car cette odeur disparaît d'elle-même à la longue, on a conseillé l'emploi de l'acide sulfureux, qui donnerait, dit-on, avec l'hydrogène sulfuré, de l'eau et du soufre; ce moyen a parfaitement réussi à M. de La Vergne. M. Baudrimont emploie, en cas pareil, un peu de chlore; ce corps, à dose modérée, détruit l'acide sulfhydrique sans toucher à la matière colorante, et il ne laisse dans le vin que des quantités insignifiantes d'acide chlorhydrique et de soufre précipité.

Séance du 4 février. — M. Baudrimont fait part à la Société des expériences qu'il a faites sur la vitesse d'ascension des bulles de gaz dans des tubes de verre de différents diamètres, remplis d'eau ou d'un autre liquide.

Séance du 19 février. — M. le secrétaire donne lecture d'un mémoire envoyé par M. J. Léon, membre correspondant, sur l'*Enroulement des tiges volubiles.*

Séance des 4 et 27 mars. — Élections et administration.

Séance du 3 mai. — M. Micé lit un travail relatif à la formation de diverses substances organiques, telles que les glycols, les glycérines, etc.

Séance du 17 juin. — M. Royer annonce que, quand il traite de

l'essence de lavande par 1/10e de son poids d'acide sulfurique, il obtient un résidu d'une couleur jaune sale excessivement visqueux. Ce résidu se dissout en partie dans l'alcool bouillant. La liqueur, abandonnée à elle-même, laisse déposer sur les parois du vase des cristaux qui paraissent des prismes droits à quatre faces, terminés par des pyramides. Ces prismes se déposent perpendiculairement aux parois et ont l'aspect de clous placés à distance les uns des autres.

Séance du 1er juillet. — M. Micé traite divers sujets de physiologie animale. Il expose et discute successivement les observations de MM. Brown-Sequard, Claude Bernard et Beilard sur la circulation du sang chez les batraciens, et les travaux récents de MM. de Luca et Chatin sur la diffusion de l'iode.

Séance du 5 août. — M. Salviat analyse une brochure de M. le docteur Bachelet sur les *Causes de la rage.*

M. Micé fait une analyse raisonnée de tous les travaux qui ont paru sur le polymorphisme du soufre dans les dix dernières années.

ANNÉE 1858-1859

M. Bazin, *président;* M. Delmas, *secrétaire.*

Séance du 9 décembre 1858. — Élections.

Séance du 2 janvier 1859. — M. Micé soumet à la Société un tableau synthétique dans lequel il a groupé les principaux résultats observés sur le soufre, dont il s'est déjà occupé dans la séance du 5 août 1858.

M. Royer, pour établir ses droits de priorité, annonce (bien que ses observations soient encore incomplètes) qu'il a découvert dans l'huile de schiste un corps solide fondant à une température assez basse et obtenu en exposant à un froid de —2° le produit de la distillation de l'huile, qui passe au-dessus de 310°.

Séance de février. — Administration.

Séance du 20 mars. — Rapports par MM. Micé, Brochon et Delmas sur divers travaux envoyés à la Société, notamment des Actes de l'Académie et de la Société Linnéenne de Bordeaux, et de divers travaux de M. Noulet sur la botanique et la conchyliologie du Sud-Ouest.

Séance du 12 mai. — M. Bazin indique les connexions qu'il a observées *entre la glande pinéale et le grand sympathique.*

Une discussion s'élève sur les faits signalés par M. Bazin, qui se propose de poursuivre les études qu'il a entreprises sur cet intéressant problème, dont il a signalé les premiers résultats dans le but unique d'établir, au besoin, sa priorité.

Séance du 14 juillet.— M. Baudrimont donne à la Société communication d'un travail sur les poids spécifiques des fluides élastiques et leurs relations avec les équivalents chimiques. D'après l'auteur, le poids spécifique de l'hydrogène, multiplié par l'équivalent d'un corps, donne un multiple ou un sous-multiple très simple (2 ou 4) du poids spécifique de ce corps à l'état de fluide élastique. Entre autres résultats déduits de cette loi, M. Baudrimont a trouvé 35.5, et jamais 36 pour l'équivalent du chlore, et, pour celui du silicium, il a trouvé l'équivalent déduit de la formule : $SiFl_2$ du fluorure de silicium, égal à 14, tandis que, par d'autres moyens, on démontre que l'équivalent du silicium, déduit de la formule $Si\,O_3$ de la silice, est 21.

ANNÉE 1859-1860

M. Baudrimont, *président;* M. Salviat, *secrétaire.*

Séance du 28 décembre 1859. — M. Royer fait un Rapport sur un ouvrage de M. Saint-Claire-Deville, intitulé : *De la Chaleur dégagée dans les actions chimiques.*

M. Micé communique une observation sur la falsification du noir de fumée par un schiste particulier qui contient de la sperkise, et qui peut, par cela même, donner occasion à des incendies.

M. Baudrimont rappelle que des substances diverses condensent l'air, et que, lorsqu'elles sont combustibles, il en peut résulter une forte élévation de température et un danger plus ou moins imminent. Le cobolt ou arsenic métallique pulvérisé a donné lieu à deux commencements d'incendie dans la rue des Lombards, à Paris. On sait aussi que des amas de charbon ont pris feu. On connaît, d'ailleurs, du fer pyrophorique et le briquet à éponge de platine. M. Baudrimont a obtenu de l'antimoine pyrophorique en réduisant le sulfure d'antimoine grillé avec un mélange de charbon et de sel de tartre, probablement d'ailleurs parce que l'antimoine contenait du potassium. Enfin, il dit que les accidents arrivés l'an dernier chez trois artificiers, l'un de Bordeaux et les deux autres de Nantes et du Havre, sont sans doute dus à des causes de cette nature; à Bordeaux, du moins, le feu a dû commencer par une composition d'étoiles rouges dans laquelle il entrait du charbon, du chlorate de potasse et du nitrate de strontiane. Ce mélange était exposé

au soleil, où on le faisait sécher, lorsque le feu y a pris. Ce même mélange n'a pu prendre feu au bain-marie à la température de 100°, mais il a pris feu à une température qui était à peine plus élevée. La lumière était-elle pour quelque chose dans l'inflammation spontanée?...

Séances de janvier, février et mars 1860. — Affaires administratives.

Séance du 19 avril. — M. Abria lit un *Mémoire sur la Vitesse de la Lumière dans les différents milieux,* mémoire qui a été, depuis, publié dans les Actes de l'Académie impériale des sciences, belles-lettres et arts de Bordeaux.

Une discussion intéressante s'engage sur ce travail entre MM. Baudrimont, Bazin et Abria.

M. Brochon fait part à la Société des diverses expériences de magnétisme animal auxquelles il s'est livré depuis quelques mois; il insiste particulièrement sur la dernière de ces expériences, qu'il croit être complétement nouvelle. M. Brochon a magnétisé la demoiselle M....., alors qu'elle était dans l'état hypnotique le plus complet, où M. Azam venait de la placer. M. Brochon décrit les modifications diverses qui se sont alors produites dans l'état de cette demoiselle, modifications sensibles, dès l'abord, par l'altération de la voix, l'expression de la figure et l'entière dépendance du corps vis-à-vis de l'expérimentateur. C'est même dans cette dépendance que consiste la plus importante des modifications signalées par M. Brochon; car il avait vu l'hypnotisme seul produire la plupart des phénomènes généraux ou locaux d'anesthésie, d'hyperesthésie et de catalepsie qu'il a obtenus par la magnétisation. Seulement, dans l'état hypnotique, ces phénomènes se produisirent d'une manière déréglée et imprévue, l'un succédant à l'autre sans cause apparente; tandis que, dans l'état magnétique, ces mêmes phénomènes se sont produits au gré du magnétiseur, chacun ayant la durée et l'intensité voulues par celui-ci. M. Brochon croit cependant avoir constaté une tendance générale du sujet à l'hyperesthésie, plus marquée dans l'état hypnotique, et la tendance contraire dans l'état magnétique; le sens de l'ouïe, notamment, est devenu assez obtus par la magnétisation et n'a pu acquérir par là l'incroyable finesse constatée par M. Azam dans toutes ses expériences d'hypnotisme sur la demoiselle M....., ainsi qu'il résulte de l'intéressant travail publié par cet honorable collègue.

Séance du 3 mai. — M. Abria donne lecture d'un travail intitulé: *Étude sur la constitution d'un rayon dans la théorie des ondes.*

Ce travail a pour objet l'examen de divers mouvements que l'on a été conduit à admettre successivement, dans l'application de la doctrine

ondulatoire, à l'explication des phénomènes offerts par les rayonnements lumineux et calorifique. Après avoir rappelé à quelle espèce de vibration correspondent, dans la théorie généralement adoptée, celle qui attribue la lumière aux ondulations d'un fluide éthéré, les divers états des rayons lumineux qui peuvent être distingués expérimentalement les uns des autres, et qui sont connus sous les noms de lumière neutre, lumière polarisée rectilignement, circulairement ou elliptiquement, l'auteur fait remarquer que s'il ne reste pas de doute sur l'existence d'un mouvement vibratoire, source du phénomène de rayonnement, et spécialement du rayonnement lumineux, on est loin d'être fixé sur la part que prend à ce mouvement la matière pondérable elle-même. Fresnel, dans la plupart de ses travaux, paraissant ne l'appliquer qu'aux vibrations de l'éther seul, modifié dans sa constitution par l'action des particules des corps, a émis cependant, dans un de ses mémoires, l'opinion que les ondulations qui engendrent la lumière pourraient bien appartenir aux atomes matériels; et la corrélation des divers phénomènes physiques, leur transformation les uns dans les autres, tendent à corroborer cette hypothèse. L'auteur examine si elle peut se concilier avec les lois de l'optique, de la chaleur et de l'électricité, et il termine en faisant observer que nous pouvons transformer les divers modes de force les uns dans les autres, si nous pouvons ramener les phénomènes distincts que l'observation nous offre à un mouvement moléculaire. Nos connaissances sont encore trop imparfaites pour pouvoir émettre rien d'absolu sur la constitution intime de la matière.

Séance du 24 mai 1860. — M. Royer présente un sel nouveau qu'il nomme *sulfo-schistate de baryte*. Ce sel est parfaitement cristallisé en larges tablettes, et présente un bel éclat nacré.

M. Abria lit une note sur l'aberration de la lumière.

Après avoir rappelé l'explication du phénomène donnée par Bradley, il indique les considérations qui démontrent que l'aberration est indépendante du milieu qui remplit la lunette à l'aide de laquelle l'astre est observé, et qui rendent, par conséquent, impossible la détermination par le moyen de la vitesse de la lumière dans les divers milieux. Il passe ensuite à l'examen des expériences faites par Arago, en 1810, sur la réfraction des étoiles vues à travers un prisme, et indique les calculs qui permettent de déterminer la déviation apparente que ce physicien aurait dû observer :

1° Dans l'hypothèse où tout l'éther du prisme aurait été entraîné par celui-ci;

2° Dans celle où une portion seulement aurait participé à ce mouvement.

Le calcul fait voir que la déviation aurait dû être appréciable dans le premier cas, mais non dans le deuxième; de sorte que le résultat obtenu par Arago est bien une preuve de la vérité de l'hypothèse adoptée par Fresnel sur la part que l'éther prend au mouvement des corps, hypothèse corroborée depuis par d'autres expériences de M. Fizeaux.

Cette note ne renferme rien de nouveau; elle concerne seulement un point peu connu, fort peu développé dans les traités de physique, et c'est là ce qui a déterminé l'auteur à entrer dans des détails qui lui ont paru avoir de l'intérêt au point de vue historique et scientifique.

Une discussion, à laquelle prennent part MM. Baudrimont et Royer, s'engage sur ce travail et sur celui qui a été lu par M. Abria dans la précédente séance, et roule principalement sur l'existence de l'éther, dont M. Baudrimont ne voit pas de preuve suffisante, et qui ne lui paraît nullement nécessaire pour l'explication des phénomènes physiques.

Séance du 2 août 1860. — M. Micé communique à la Société les résultats des observations météorologiques qui ont été faites à Bordeaux, pendant l'éclipse du soleil du 18 juillet, par MM. Baudrimont, Raulin, Houël, Royer et Micé, avec le concours de MM. Fournet, Pellis et Baudrimont fils.

Deux faits remarquables et qui paraissent nouveaux sont sortis de ces observations :

Le premier, c'est que l'éclipse a produit une véritable séparation de la lumière et de la chaleur solaires. Au moment du maximum de l'occultation, il n'y avait plus de rayonnement calorifique, et il y avait pourtant encore un rayonnement lumineux. Ainsi, on peut dire que si l'éclipse n'a été que partielle à Bordeaux pour la lumière, elle a été totale pour la chaleur.

Le second, c'est que les nuages se sont abaissés pendant l'éclipse et relevés après. Ce fait est ressorti de l'observation directe, et de plus, il a été induit des indications de l'hygromètre qui ont établi une augmentation de l'humidité absolue de l'air pendant la première moitié de l'éclipse et une diminution pendant la seconde moitié. Il est, en outre, parfaitement d'accord avec les inductions théoriques; car la cessation du rayonnement calorifique, en faisant refroidir le sol, a mis fin aux courants ascendants d'air chaud qui, d'après Gay-Lussac, soutiennent habituellement les nuages, et, en faisant contracter les vésicules qui, d'après la plupart des physiciens, constituent la vapeur visible, elle a rendu celles-ci plus pesantes que le volume d'air déplacé; les nuages, en arrivant dans des régions plus basses et plus chaudes, sont repassés à l'état de vapeur invisible par leur partie inférieure, de sorte qu'ils ont humidifié l'air dans lequel se trouvaient les observateurs sans le charger

de brouillards; enfin, le retour du rayonnement calorifique dans la deuxième moitié du phénomène astronomique, en ramenant les courants ascendants, a fait remonter les nuages et l'air humide.

ANNÉE 1860-1861.

Président : M. Abria. — *Secrétaire* : M. Brochon fils.

Séance du 6 décembre 1860. — Élections.

M. Brochon entretient ses collègues des expériences de magnétisme animal qu'il poursuit à l'hôpital Saint-André. Il se plaint de ce que, malgré ses instances, aucun des médecins de cet établissement n'a voulu assister à ces expériences, suivies au contraire avec intérêt par la plupart des internes et le chef interne lui-même. Il ajoute que deux internes se sont même personnellement prêtés à l'expérimentation. L'un d'eux étant membre de la Société, M. Brochon propose de faire, dans une prochaine séance, sur ce collègue des expériences sérieuses.

M. Baudrimont voit dans ce projet une chose éminemment utile et qu'il encourage hautement.

Séance du 20 décembre 1860. — M. Lespiault donne lecture d'un Mémoire relatif *au mouvement des nœuds de la lune*.

La publication de ce Mémoire est votée. Il a été, en effet, publié dans le premier cahier du tome II des *Actes*.

Il est ensuite procédé à l'expérience de magnétisme animal promise par M. Brochon dans la dernière séance.

M. Brochon annonce que, malgré la fatigue dont se plaint M. G... par suite de la longue assistance qu'il a prêtée dans la journée à une grave opération chirurgicale, il espère le magnétiser sans difficulté, M. G... ayant été, dans les trois journées précédentes, magnétisé trois fois de la manière la plus complète.

M. Brochon avertit également ses collègues de ne pas s'inquiéter s'il survenait, dans l'état de M. G..., quelque crise d'extase, le sujet présentant des tendances marquées à cette complication.

M. Baudrimont, sur la prière de M. Brochon, se prépare à noter, par le moyen de la sténographie, les diverses phases de l'expérience.

Avant celle-ci, le pouls de M. G..., examiné par M. Bazin, bat 86 pulsations par minute.

A cinq heures trois minutes, M. Brochon se rapproche de M. G... qui est assis, et lui impose simplement les mains sur la tête, procédé que que quelques magnétiseurs ont prétendu être fâcheux, et dont M. Bro-

chon n'a jamais eu qu'à se louer, du moins sur la personne de M. G...

A cinq heures sept minutes, M. G... dit : Voilà! annonçant par-là qu'il se sent envahir par la magnétisation.

A cinq heures onze minutes, M. G... est entièrement endormi, et ses membres conservent la situation dans laquelle les place M. Brochon.

Le pouls du magnétisé bat alors 92 pulsations par minute.

M. G... entend très bien M. Brochon; il entend aussi quelques membres de la Société et les reconnaît, mais la perception auditive est chez lui beaucoup plus obtuse que dans l'état habituel.

Plusieurs personnes pincent fortement la main de M. G..., qui ne dénote aucune sensibilité.

Il suffit à M. Brochon d'un simple attouchement pour rendre à la main du sujet toute sa sensibilité.

M. Azam adresse la parole à M. G..., qui ne l'entend point. M. Brochon ayant invité M. G... à prêter attention aux bruits extérieurs, M. G... déclare entendre M. Azam, mais, dit-il, il l'entend un peu; il lui répond cependant.

M. Brochon demande à M. G... s'il est sûr de reconnaître un objet magnétisé d'un autre qui ne l'est pas.

M. G... répond qu'il le croit, et prie M. Brochon d'essayer.

M. Brochon prend alors entre ses mains une pièce de deux sous, et invite un autre membre de la Société à tenir une autre pièce semblable de la même manière et pendant le même temps; puis il présente les deux pièces à M. G... qui, après un instant, durant lequel il les a tenues entre ses doigts, dit, en gardant l'une des pièces et en la faisant voir aux assistants : C'est celle-là qui est magnétisée. Ce qui est exact.

M. Brochon fait alors apporter trois verres d'eau; il en prend un qu'il presse entre ses mains, et l'approche de sa lèvre en pratiquant sur la surface de l'eau de longues aspirations.

Deux membres de la Société prennent les deux autres verres et agissent sur eux de la même manière, afin de les placer dans des conditions identiques.

Les trois verres ainsi préparés sont présentés à M. G... par trois de ses collègues. Les deux premiers verres qu'il rapproche de sa lèvre, et dont il prend dans sa bouche une gorgée d'eau qu'il rejette tout de suite, sont immédiatement repoussés par le sujet. M. G... porte le troisième verre à ses lèvres, en prend également une gorgée qu'il avale, et dit : C'est celui-ci. C'était en effet le verre préparé par M. Brochon.

M. G... se plaint de souffrir de la tête, comme, au surplus, il l'avait fait avant l'expérience.

M. Brochon procède par insufflation sur le front et les tempes du sujet, qui en éprouve du soulagement.

Le magnétiseur, continuant les précédentes expériences, présente à M. G... quatre pièces de monnaie qu'il vient de prendre toutes les quatre dans sa poche : Laquelle ou lesquelles j'ai touchées, demande-t-il au magnétisé? Celui-ci répond : Aucune. Ce qui est inexact.

A ce moment, le pouls de M. G... marque 112 pulsations; il y a vingt minutes que le sujet est en état de somnambulisme.

A la vingt-unième minute et demie, M. Brochon annonce qu'il va réveiller M. G..., qui n'est pas en bonnes dispositions et pourrait souffrir d'une expérimentation trop prolongée. M. Brochon prend les mains de M. G..., puis il lui fait quelques passes devant la figure et lui souffle sur les tempes. M. G... se réveille au bout d'environ une minute.

Questionné après son réveil sur ce qui s'est passé durant son sommeil magnétique, M. G... déclare n'en avoir aucun souvenir.

La Société a pris le plus vif intérêt à cette expérience, qui devient le sujet de réflexions diverses. Plusieurs membres se sont assurés que, durant tout le temps qu'elle a duré, M. G... a eu les yeux fermés et la tête habituellement affaissée sur l'épaule droite. D'autres ont remarqué, non sans quelque émotion, l'expression pénible qu'ont presque constamment offerte les traits de M. G... durant la séance.

M. Brochon, revenant sur les divers incidents qui précèdent, fait observer que M. G... est un sujet sur lequel la Société n'a pu observer que les plus vulgaires phénomènes dus à l'action du magnétisme animal. Il regrette de ne pouvoir produire des sujets bien autrement avancés sur lesquels il lui serait facile de produire des effets infiniment plus intéressants ou tout au moins plus complets, mais des raisons qu'il expose ne permettent pas que ces sujets se prêtent à des expériences faites au sein de la Société.

Séance du 10 janvier 1861. — M. Baudrimont lit un *Projet de programme d'expériences à entreprendre sur le magnétisme animal.* Voici ce Projet :

« La Société des Sciences physiques et naturelles a décidé qu'elle entreprendrait une série d'expériences sur le magnétisme animal, à la suite de la proposition qui lui en a été faite par M. H.-J. Brochon fils; elle a pensé immédiatement que ce sujet était vraiment digne de tous ses soins (bien que repoussé par plusieurs Sociétés savantes), et qu'il était convenable de surmonter un vain préjugé pour étudier des faits dont un bon nombre étaient déjà hors de doute pour les esprits impartiaux. Elle a pensé aussi que les expériences devraient être faites méthodiquement, avec le plus grand soin, et d'après un programme déterminé.

» C'est ce programme que j'ai ébauché et que j'ai l'honneur de soumettre à l'approbation de la Société.

» Dans l'étude du magnétisme animal, trois choses sont à considérer : 1° un être actif, le magnétiseur; 2° un être passif, le magnétisé; 3° et les relations qui s'établissent entre le magnétiseur et le magnétisé.

» Afin d'abréger, ces deux êtres seront nommés ici l'*agent* et le *patient*.

» Le magnétiseur ou l'agent n'a point jusqu'à ce jour été étudié d'une manière spéciale. Nous devrons étudier, par tous les moyens qui sont en notre pouvoir, les modifications qu'il éprouve, l'état de son pouls, les battements de son cœur et la respiration; la température des différentes parties de son corps devra être examinée avec soin. Il pourra d'ailleurs nous donner des renseignements sur ce qu'il éprouve.

» Le *patient* devra être étudié au point de vue de la sensibilité générale, des sensations spéciales, des phénomènes de l'intelligence et des fonctions instinctives ou purement vitales.

» L'*agent* et le *patient* devront d'ailleurs être étudiés à l'aide des instruments et des réactifs que la physique et la chimie mettent à notre disposition, ainsi que cela sera exposé dans le programme qui va suivre.

» Il importe, autant que possible, de savoir si l'agent peut communiquer sa pensée ou transmettre un commandement au patient par un simple effort de sa volonté.

» Si ce fait se vérifie, il conviendra de rechercher l'étendue de cette puissance, en opérant sur plusieurs êtres passifs et aussi en faisant intervenir plusieurs être actifs, c'est-à-dire de voir à quelle limite s'arrêtera la volonté de l'être actif, soit pour transmettre une pensée, soit pour faire exercer des mouvements, soit pour isoler le patient des personnes qui l'entourent, soit pour le mettre en rapport avec elles.

» Il importerait de voir si plusieurs personnes peuvent se réunir pour en magnétiser une seule, ou si un seul magnétiseur peut magnétiser plusieurs personnes à la fois, ou si plusieurs magnétiseurs peuvent réunir ou combattre leur influence.

» Examen spécial du patient. — *Sensibilité générale.* — Il importerait de voir comment cette sensibilité peut être diminuée ou annulée, ou bien accrue, et si cela peut être fait avec ou sans attouchement, avec ou sans parole, enfin par la seule volonté de l'agent.

» *Sensibilité spéciale.* — Les sens spéciaux de la vue, de l'audition, de l'olfaction et de la gustation devraient aussi être l'objet d'expériences nombreuses. Essayer de pervertir les sens, de les annihiler, de produire des hallucinations.

» *Intelligence.* — C'est à ce groupe qu'appartiendraient principalement

les relations mystérieuses de l'agent et du patient : la communication de la pensée.

» C'est ici qu'il faudrait aborder le côté le plus douteux du magnétisme animal, celui qui a été le plus exploité par le charlatanisme : la vision au travers des objets opaques, la vision à distance et la connaissance de l'avenir, ou même la révélation de faits accomplis qui se représenteraient à l'imagination du patient.

» *Grand sympathique.* — Les faits observés dans la dernière séance, l'accroissement du nombre des pulsations du patient, permettent de penser que l'agent peut exercer son influence jusque sur les organes dont le jeu n'est pas soumis à la volonté de l'homme dans les circonstances ordinaires de la vie, et qui sont reliés entre eux par le nerf dit *grand sympathique.*

» Enfin, le couronnement de ces expériences serait de trouver le moyen d'établir quelques relations entre le magnétisme animal et quelques-unes des branches ou des phénomènes des sciences physico-chimiques. Le triomphe de ces sciences consiste évidemment dans les relations nombreuses qui ont été trouvées entre les diverses branches qui les constituent. C'est ainsi que l'on a trouvé des relations entre les équivalents chimiques et les chaleurs spécifiques ou les poids spécifiques des fluides élastiques, entre les formes cristallines des corps et les phénomènes optiques qu'ils présentent, entre les forces mécaniques et la chaleur, etc.

» L'étude approfondie des êtres qui constituent le monde que nous habitons nous démontre qu'ils possèdent tous les propriétés fondamentales dites de la matière; mais on reconnaît aussi qu'à mesure qu'ils se développent, il apparaît en eux, sinon de nouvelles forces, au moins de nouveaux phénomènes. C'est ainsi que les moindres apparences de l'instinct ne peuvent exister chez les minéraux ni même chez les végétaux, et que les phénomènes de l'intelligence se développent en même temps que l'organisation animale se complique.

» Ce développement et cette apparition successives ne doivent point faire désespérer de trouver quelque lien qui unisse les phénomènes du magnétisme animal à d'autres ordres de phénomènes. Si aucun de nos instruments n'est directement sensible aux actions qui produisent le magnétisme, ils pourraient le devenir par une transformation de forces ou plutôt de mouvement qui est l'origine de ces forces; de même que nous voyons, dans des circonstances données, toutes les forces physiques se transformer les uns dans les autres, et même en forces purement mécaniques ou en mouvement de masses réelles et définies. Ce que l'on peut au moins espérer de réaliser le plus facilement, c'est l'exercice du magnétisme sur les animaux; on en étudierait les effets en partant des

êtres les plus rapprochés de l'homme par leur organisation pour arriver à ceux qui s'en éloignent le plus.

» On pourrait même aller jusqu'à essayer d'influencer une sensitive sans la toucher.

» Enfin, le cabinet de physique de la Faculté pourra nous permettre d'essayer s'il est possible d'exercer quelque influence sur les instruments les plus sensibles qui s'y trouvent.

» Si nous découvrons la moindre de ces actions, il faudra voir si l'agent et le patient l'exercent de la même manière ou d'une manière différente (1).

» En résumé, nous aurons à examiner successivement :

» 1° Les modifications de la sensibilité générale dans l'état magnétique;

» 2° Celles des sens spéciaux;

» 3° Celles éprouvées par les organes exclusivement soumis à l'influence du nerf grand sympathique;

(1) *Programme des expériences à entreprendre pour voir s'il existe quelques relations entre le magnétisme animal et les sciences physiques.*

« *Chaleur.* — Voir à l'aide de thermoscopes très sensibles : 1° s'il se développe de la chaleur entre la main de l'agent qui exerce son influence à distance et le patient; 2° si quelques parties du corps de l'agent et du patient éprouvent des modifications dans leur température; 3° si l'agent peut modifier la température du patient et le faire transpirer, ainsi que cela m'a été affirmé plusieurs fois.

» *Magnétisme.* — Placer une aiguille aimantée sur le trajet de la main de l'agent au patient; voir si elle sera modifiée dans sa direction; voir si le patient peut distinguer les pôles d'un aimant; voir si un aimant agit à distance sur le patient.

» *Électricité statique.* — Placer une boule métallique, mise en communication avec un électroscope très sensible, entre l'agent et le patient pendant la réaction; le patient et l'agent pourraient chacun être mis en rapport avec des électroscopes très sensibles; ils pourraient également toucher, chacun de son côté, une des boules d'un électroscope qui exercerait son influence sur une feuille d'or électrisée d'une manière déterminée (cet électroscope, que j'ai déjà construit pour d'autres expériences, et qui diffère de celui de Bohnenberger en ce sens que ce n'est que la feuille d'or qui est électrisée). Répandre l'électricité d'un conducteur de machine par une pointe placée près de l'agent et du patient.

» *Électricité dynamique.* — Mettre l'agent et le patient en communication avec un multiplicateur.

» Voir s'ils peuvent produire quelques phénomènes d'induction en passant un doigt de la main dans une couronne, ou une bobine, ou une hélice de fil de cuivre isolé par de la soie.

» Soumettre le patient à des courants électriques, et voir si ces courants peuvent contrarier l'action de l'agent.

» Essayer aussi l'influence de ces mêmes courants sur l'agent.

» *Lumière.* — Examiner si le patient peut distinguer la lumière polarisée de la lumière ordinaire sans employer un analyseur; voir s'il reconnaît la position du plan de polarisation.

» 4° Celles de l'intelligence ;

» 5° Enfin, nous aurons à étudier d'une manière toute spéciale les relations qui s'établissent entre l'agent et le patient.

» A ce dernier point de vue, je proposerai le programme suivant pour une suite d'expériences physico-magnétiques (1). Si une seule d'entre elles réussissait, elle ouvrirait un nouveau champ à l'investigation de ces sortes de phénomènes.

» Il faudrait enfin que le programme des expériences à faire dans chaque séance fût arrêté en présence de l'agent et en l'absence du patient. »

Séance du 24 janvier 1861. — M. Abria lit une note intitulée : *Démonstration de plusieurs formules de Gauss relatives à l'action mutuelle de deux aimants.* (Voir le premier cahier du tome II des Mémoires.)

M. Bazin donne ensuite communication d'une note qui reproduit avec quelques développements les observations qu'il a faites, dans la dernière séance, sur les distinctions à établir entre les phénomènes nerveux, suivant les organes particuliers par lesquels ils se produisent et suivant la part qu'y prennent la conscience et la volonté.

L'auteur décrit d'abord les cinq types ou formes principales que présente, dans l'échelle animale, le système nerveux considéré d'une manière générale.

Il rattache ensuite à chacune de ces formes les animaux, depuis les plus inférieurs jusqu'à l'homme, et les divise ainsi en cinq grandes classes, qui se trouvent comprendre les cellulo-nervès, les cyclo-nervès, les cyclo-ganglionnés, les diplo-nervès, et enfin les cérébrés.

Puis, étudiant les phénomènes nerveux dans chacune de ces classes, il montre que les animaux ganglionnés, les cyclo-nervès et les moins parfaits des cyclo-ganglionnés, lesquels sont tous acéphales, sont des animaux purement émotifs, et non sensibles, chez lesquels ces phénomènes se produisent d'une manière inconsciente et involontaire. Ce sont là les phénomènes reflexes, et le système nerveux, qui se borne à leur production, est le système excito-moteur.

Au-dessus de ces êtres apathiques, et dont la vie est uniquement végétative, l'auteur en rencontre d'autres chez lesquels se manifestent des phénomènes qui supposent, en même temps qu'une impulsion interne, des actions externes et des organes sensitifs propres à les transmettre. Ces phénomènes, dits instinctifs, et qui sont involontaires, bien que l'animal en ait conscience, ne s'observent d'une manière nette qu'à partir

(1) Voir la note qui précède.

de la classe des diplo-nervès, dont l'encéphale, dépourvu d'hémisphères cérébraux, ne comporte point encore la production des phénomènes intellectuels.

Enfin, il montre les animaux cérébrés, en même temps qu'ils présentent un nouvel organe encéphalique, développant des actions à la fois volontaires et conscientes, lesquels constituent, dans le système nerveux, les phénomènes dus à l'intelligence.

Cette communication devient le point de départ d'une discussion à laquelle plusieurs membres participent.

M. Baudrimont demande en quoi les observations de M. Bazin, intervenues à l'occasion du projet de programme d'expériences de magnétisme animal, sont de nature à modifier ce programme. L'honorable membre fait remarquer qu'il a, lui aussi, distingué entre les phénomènes instinctifs, dus au trisplanchinque, et les phénomènes intellectuels, qui ont pour siége le cerveau.

M. Bazin dit qu'il a voulu restituer aux phénomènes réflexes l'importance qu'ils ont dans la série des phénomènes nerveux, et que s'il n'a pas parlé du trisplanchinque, parce qu'il s'est occupé du système excito-moteur au point de vue général, et non, en particulier, chez l'homme, il y rattache cependant les phénomènes réflexes qui se produisent chez les cérébrés.

M. Oré reprend la question des phénomènes réflexes. Il discute les conséquences attribuées par M. Flourens à ses expériences sur la poule. L'honorable membre a vu des chiens auxquels toute la partie supérieure de la boîte crânienne avait été préalablement enlevée, et qui n'étaient plus pourvus que de la protubérance annulaire, conserver la sensibilité, l'audition et le mouvement. Il s'est assuré, par ses propres expériences, que, dans les mêmes conditions, la poule donne des marques de douleur, et reste même apte à développer des mouvements de vol, plus ou moins désordonnés il est vrai. M. Oré croit pouvoir conclure de ces faits, qui supposent nécessairement des actions externes agissant sur l'animal, qu'il ne suffit point de l'ablation des hémisphères cérébraux pour rendre impossibles tous autres phénomènes que ceux qui auraient pour cause l'action réflexe, puisque, privés de ces organes, les animaux n'en conservent pas moins des impressions d'un ordre manifestement plus élevé.

M. Baudrimont fait observer que, de certaines expériences faites sur la région du calamus scriptorius, il paraîtrait résulter que c'est bien là le centre de la vie. Dans cette hypothèse, on comprendrait aisément que tous les filets nerveux y vinssent aboutir, et que, par conséquent, les sensations subsistent chez l'animal tant que cette partie n'est pas lésée.

M. Bazin répond à MM. Oré et Baudrimont qu'il ne faut pas confondre un organisme vivant avec un animal, et que ce qu'il a dit s'applique

d'une manière générale aux organismes inférieurs doués de la vie. Il refuse à ces organismes la conscience de la douleur dans une foule de cas où ils paraîtraient cependant en donner la preuve, si l'on n'en jugeait que par les mouvements qu'ils exécutent dans le sens de leur conservation. Ainsi, l'huître, qui, mise en contact avec le citron, contracte ses bronchies, ne paraît pas à M. Bazin faire acte d'instinct, mais seulement obéir à l'action réflexe.

M. Baudrimont objecte qu'il n'est pas du tout démontré que l'huître, dans ces conditions, ne souffre pas, et qu'il est à présumer, au contraire, qu'elle cherche, par un mouvement dont elle a conscience, et qui procède de l'instinct, à se garder de la cause externe qui a fait naître en elle une sensation douloureuse.

M. Oré ajoute que toutes ces questions ardues s'éclaircissent par ce qui s'observe dans les trois périodes de l'éthérisation. On voit en effet, d'abord, disparaître tout signe extérieur de l'intelligence, bien que, dans cette première période, le sujet éprouve des sensations dont il a pleine conscience; plus tard, la conscience de la douleur cesse, quoique la sensation paraisse subsister; enfin, dans la troisième période, celle de l'éthérisation véritable, et qui a été appelée la période chirurgicale, la sensibilité a disparu et toute la vie paraît bornée aux phénomènes de l'action réflexe. Cette période, étant celle de l'éthérisation, s'est prolongée à la protubérance annulaire. Il faut voir là le siége de la sensibilité, et, la protubérance annulaire présentant dans son centre de la substance grise, c'est à elle qu'il faut attribuer la propriété de la protubérance d'être aussi le siége de la sensation.

M. Bazin répond que ce sont là des hypothèses impuissantes à jeter un jour sérieux sur la question. Quant à lui, il pense qu'il ne suffit pas qu'un mouvement ait pour occasion une sensation extérieure pour qu'il soit par là seul instinctif ou intellectuel; qu'il devra être attribué uniquement à l'action réflexe, quand il serait inconscient. Il cite, par exemple, le mouvement d'oreilles que fait le chat quand, pendant son sommeil, on les touche légèrement. Toutefois l'honorable membre est d'avis que le mouvement réflexe s'arrête là où l'action est transmise par le nerf sensitif.

M. Baudrimont fait remarquer que la question s'éloigne de son principe et de son but par des théories trop larges; il demande qu'elle soit ramenée à la discussion de son programme.

MM. Azam et Brochon parlent dans le même sens.

M. Baudrimont ajoute que, dans tous les cas, il faudra définir plus rigoureusement l'action réflexe. Dans les animaux à cellules nerveuses, les monades ou les méduses, par exemple, il n'y a pas de centres nerveux; comment expliquer alors la réflexion chez eux?

M. Oré déclare qu'il y aurait encore bien des choses à dire à l'occasion de la communication de M. Bazin. Il cite l'expérience de Legallois, de laquelle il résulte que les animaux auxquels a été enlevé le nœud vital de M. Flourens n'en continuent pas moins à respirer de la manière la moins équivoque.

M. Bazin se résume et dit que, quant à lui, il définit les trois ordres des phénomènes nerveux dont il a parlé ainsi que suit : les phénomènes réflexes sont inconscients et involontaires; les phénomènes instinctifs sont conscients et involontaires ; les phénomènes intellectuels sont conscients et volontaires. Il ne peut mieux indiquer un phénomène réflexe que les mouvements qu'exécutent dans la poêle les tronçons d'anguille au contact de la graisse chaude.

M. Oré dit que le magnétisme ne lui paraît pas susceptible d'élucider la question.

M. Brochon répond qu'il ne poursuit pas, comme but de ses expériences, la recherche du siége des divers phénomènes réflexes, instinctifs et intellectuels; il n'a même pas à se préoccuper du caractère de tel phénomène en particulier; il doit lui suffire de constater, pour chaque mouvement nerveux en particulier et au point de vue de la sensibilité générale, les modifications que l'état magnétique pourra y apporter.

Séance du 7 février 1861. — Affaires administratives.

Séance du 21 février 1861. — Lecture par M. Brochon de la notice nécrologique sur MM. Panel, Banon et Lareynie, qui est en tête du premier cahier du tome II des Mémoires.

Séances des 7 et 21 mars 1861. — Lecture du Mémoire de M. Oré sur les fonctions de la veine porte, qui est imprimé dans le premier cahier du tome II, et discussion des expériences et des conclusions qui y sont contenues. MM. Bazin, Baudrimont et Micé prennent part à cette discussion.

Séance du 4 avril 1861. — M. Micé analyse l'ouvrage que vient de publier M. Berthelot sous le titre de : *Chimie organique fondée sur la synthèse.*

Séance du 18 avril 1861. — M. Rodet fait à la Société une communication orale sur un appareil inventé par M. Rolland pour torréfier le tabac à fumer. Cet appareil peut servir avec avantage pour toute opération industrielle où l'on a à traiter une matière en même temps par la chaleur et un courant d'air.

Il se compose d'un cylindre en tôle à axe horizontal tournant au-

dessus d'un foyer et traversé dans sa longueur par un courant d'air qui s'est échauffé au moyen de la chaleur perdue par le rayonnement de l'appareil. L'intérieur est tapissé de cloisons disposées en hélice, dont l'inclinaison est telle que la matière, toujours poussée en avant, s'est cependant retournée plusieurs fois dans l'intérieur du cylindre. Un distributeur, dont le mouvement est lié à celui du cylindre, introduit, à chaque tour, une quantité déterminée de matières. On peut faire varier à volonté le *débit* du distributeur et la vitesse de rotation du cylindre, c'est-à-dire la vitesse avec laquelle la matière le traverse, qui en est la conséquence, à cause de la forme héliçoïdale des cloisons.

La température est maintenue régulière, à l'aide d'un appareil spécial, nommé *thermo-régulateur,* par M. Rolland, et qui peut également s'appliquer dans une foule d'autres circonstances. Cet appareil se compose d'un réservoir d'air, qui ne communique qu'avec un tube en U vertical, contenant du mercure et faisant office de manomètre. L'extrémité de ce tube en U est élargie en cuvette pour recevoir un flotteur en fer, suspendu à un des bras d'une balance, dont l'autre bras supporte une soupape à lanterne, destinée à ouvrir ou fermer l'orifice d'introduction de l'air, qui, soit par sa chaleur propre, soit en entretenant la combustion dans un foyer, échauffe le milieu dans lequel est placé le réservoir d'air de l'appareil. Les variations de température du réservoir, dilatant l'air qu'il contient, font varier le niveau du mercure dans les branches du tube en U seulement et laissent retomber le flotteur de fer, et par suite ferment et ouvrent la soupape.

Séance du 2 mai 1861.— M. Bazin essaie d'établir un rapport entre les sensations du toucher et les sensations visuelles et auditives. On a constaté, dit M. Bazin, que la sensibilité du nerf tactile diffère quand on l'étudie dans différentes parties du corps. Les expériences de Weber ne laissent aucun doute là-dessus; elles consistent à promener deux pointes de compas sur la surface du corps d'une personne qui a les yeux fermés. On constate ainsi qu'il doit y avoir une demi-ligne entre les deux pointes pour que le bout de la langue transmette la sensation d'un double contact, une ligne sur la face palmaire de la dernière phalange des doigts, deux sur la surface rouge des lèvres, et puis, à une limite extrême, un écart de trente lignes sur le milieu des vertèbres dorsales, pour que l'on éprouve nettement la sensation d'un double contact. Nous en concluons que la sensibilité des nerfs tactiles est en raison inverse de l'écart des deux pointes du compas. Weber a expliqué ce fait en disant que la netteté de la sensation tient au nombre et à la terminaison des filets nerveux. Muller dit : « Je partage entièrement cette manière de voir; seulement j'ajouterai que le plus ou le moins de facilité avec

laquelle les irradiations ont lieu dans les différents points du cerveau, c'est-à-dire la moelle épinière, prend peut-être une certaine part à la production des phénomènes. »

Ces deux explications ne peuvent être admises, car, à quelque point de la surface du corps que l'on pique une personne bien portante, elle éprouvera des douleurs et y portera la main; la douleur sera certainement plus vive dans les points de la peau qui font plus spécialement partie de l'organe tactile. Quant à la manière dont se terminent les nerfs, rien n'autorise à admettre qu'il y ait, sous ce rapport, une différence bien déterminée; enfin, le plus ou le moins de facilité avec laquelle les irradiations des nerfs ont lieu dans la moelle et le cerveau, dont parle Muller, est une explication purement hypothétique, et ceux-là, d'autant plus, qui ont étudié la manière dont les nerfs se distribuent dans la moelle épinière n'ont pu constater aucune différence d'une paire de nerfs à l'autre.

Les sensations visuelles et auditives présentent une analogie en ce que les unes et les autres sont proportionnelles quant à leur netteté, dix à la sensibilité des nerfs, vingt au nombre d'extrémités nerveuses systématiquement disposées et simultanément ébranlées. Ainsi, pour ce qui est de la vue, on sait qu'une bonne vue distingue une petite sphère blanche ou un point blanc d'un dixième à un vingtième de millimètre, située sur une surface noire, à une distance d'environ 30 centimètres. Admettons, pour avoir un terme de comparaison, qu'après avoir traversé les différents milieux de l'œil le petit cône lumineux, ayant pour but ce petit point blanc, mette dans un état de vibration 1000 extrémités nerveuses sur une seule rétine, ou systématiquement situées sur les deux rétines, et qu'il en résulte une sensation nette. Si cette condition est indispensable pour une vue donnée, on comprend que si le point éclairé ne veut, dans un état vibratoire, que 900 extrémités nerveuses, la sensation sera confuse, ou même nulle, si le nombre des extrémités nerveuses modifiées est beaucoup moindre; mais on le rendra visible soit en le rendant capable, par un fort éclairage, de produire une vibration extraordinaire dans les extrémités nerveuses, soit en affectant un plus grand nombre d'extrémités nerveuses en se servant de verres grossissants.

Mais s'il est vrai que la sensation visuelle nette soit subordonnée à ces deux conditions, savoir : l'état vibratoire plus ou moins intense dans certain nombre d'extrémités nerveuses, 2° l'état vibratoire d'un nombre d'extrémités d'autant plus grand que la sensibilité devient plus obtuse, on comprend que je ne puis expliquer le presbytisme par des modifications de la concavité de la cornée, que l'expérience journalière ne permet pas d'admettre.

Quant à l'analogie entre les sensations auditives et celles de la vue, elle est de la dernière évidence. Les vibrations que produisent en nous les sensations de différents sons ont les rapports mathématiquement déterminés. On corrige la paresse ou la diminution de sensibilité des nerfs auditifs par le cornet acoustique, dont les effets sont analogues aux verres plus ou moins convexes.

Or, si pour les sens de la vue et de l'ouïe les sensations, plus ou moins nettes, sont subordonnées au degré de sensibilité normale d'un certain nombre de nerfs modifiés simultanément, pourquoi n'en serait-il pas ainsi du sens du toucher? J'arrive à la confirmation de ce que j'ai dit plus haut, que les différences constatées par Weber sur divers points de la peau considérée comme siége du toucher doivent être attribuées à une différence qui nous paraît due à un défaut d'excitation habituelle des extrémités nerveuses, qui n'appartiennent pas, à proprement parler, au sens tactile.

Séance du 16 mai 1861. — M. Abria communique à la Société quelques résultats auxquels il est arrivé dans la poursuite de ses recherches sur les lois du magnétisme de rotation, ou, plus exactement, de l'induction dans les masses métalliques épaisses.

Dans un mémoire inséré au XLIV[e] volume des *Annales de chimie et de physique,* 3[e] série, M. Abria a démontré que la composante horizontale de la force émanée d'une plaque, au-dessus de laquelle oscille un barreau aimanté, peut être mesurée à l'aide d'une méthode qu'il a appelée *méthode des oscillations,* et qui consiste à observer le décroissement d'amplitude des oscillations consécutives de l'aimant. β étant le rapport constant de deux amplitudes consécutives, obtenues en divisant la plus petite par la plus grande, la force cherchée est proportionnelle à $\gamma.\log.\beta$, la quantité γ ayant pour valeur :

$$\frac{\pi.\log e}{\sqrt{\log^2\beta + \pi^2\log^2 e}}.$$

Pour trouver la loi relative à la distance, M. Abria a été conduit à faire osciller un aimant, d'abord dans le sens normal à la plaque, puis ensuite dans le sens parallèle.

Lorsque le système induit est composé de quatre plaques circulaires de 110 millimètres de diamètre, égales en épaisseur et en poids, disposées symétriquement de part et d'autre du méridien magnétique, de manière que, dans l'état de repos, les projections des pôles de l'aimant sur les plaques coïncident avec les centres de celles-ci, la force φ, déve-

loppée par les oscillations normales, force que l'on peut appeler force normale, a pour expression :

$$\varphi = \mathrm{N}\, e^{-(ax + b \log x)}$$

a, b, N étant des constantes, e indiquant, comme à l'ordinaire, la base des logarithmes supérieurs, et x étant la distance du centre de l'aimant à une couche située aux 0,43 de l'épaisseur de la plaque, les valeurs de a et de b sont indépendantes de l'épaisseur de la plaque; N, au contraire, varie avec cette épaisseur.

La force ψ, développée par les oscillations parallèles aux plaques, a pour expression :

$$\psi = \mathrm{P}\, \frac{e^{-(ay + b \log y)}}{1 + \operatorname{tang} \frac{\pi}{2} \alpha y},$$

y représentant la distance du centre de l'aimant à une couche située aux 0,33 de l'épaisseur de la plaque; a, b, ayant les mêmes valeurs que dans l'expression qui donne la valeur de φ; P et α étant deux nouvelles constantes.

Les valeurs de N et de P varient proportionnellement à l'épaisseur de chaque plaque, ce qui semble indiquer que l'action exercée par une plaque est la somme des actions exercées par les différentes couches. Résultat qui se trouve corroboré par d'autres expériences, dont M. Abria rendra compte ultérieurement.

Ces mêmes valeurs paraissent proportionnelles à la conductibilité de la substance employée. A cette occasion, M. Abria fait remarquer qu'il a observé des différences énormes dans les conductibilités de plaques de cuivre rouge en apparence identiques; ces conductibilités ont varié dans le rapport de 1 à 1,9 environ. Cette énorme variation, dans le cuivre du moins, ne parait avoir été signalée jusqu'à présent par aucun physicien.

M. Lespiault fait observer que l'expression :

$$e^{-(ax + b \log x)}$$

peut être mise sous la forme :

$$e^{-ax}\, x^{-b \log e} = \frac{1}{e^{ax} \cdot x^{b'}},$$

en posant $b' = b$ log. M. Abria remercie son collègue de cette remarque, qui lui sera probablement utile dans la suite de ses recherches.

Séance du 6 juin 1861. — Affaires administratives.

Séance du 20 juin 1861. — M. J. Léon, membre correspondant, signale quelques additions à son *Catalogue des plantes du bassin de l'Adour*. En 1856, il a trouvé à Peyrehorade :

Lysimachia nemorum. L., environs du château d'Apremont.
Hesperis matronalis. L., *idem*.
Scrophularia canina. L., bords du Gave, après le moulin.
Chrysanthemum segetum. L., quais, bords de l'allée Lévy.
Tetragonolobus siliquosus. L., sommet de la côte de Sainte-Marie-de-Gosse.

M. Abria entretient la Société de l'action qu'un aimant peut éprouver par une plaque ou un système de plaques, quand on en fait varier le diamètre. Dans les expériences communiquées à la séance du 15 mai, M. Abria a donné, pour la loi de la force normale, l'expression :

$$\varphi = \mathrm{N}\, e^{-(ax + b \log. x)}$$

et pour celle de la force parallèle :

$$\psi = \mathrm{P} \frac{e^{-(ay + b \log. y)}}{1 + \operatorname{tang} \frac{\pi}{2} \alpha y},$$

quand on fait varier le diamètre des plaques. Le reste constant : a varie en raison inverse du diamètre, du moins tant que ce diamètre n'est pas trop petit ; le facteur α varie proportionnellement, $\sqrt{a}$, c'est-à-dire en raison inverse de la racine carrée du diamètre. En outre, la force normale exercée par une plaque circulaire est égale à la somme des actions exercées par les anneaux, dans lesquels on peut la décomposer. La force parallèle est, au contraire, plus grande que la somme des actions exercées par les différents anneaux de la plaque.

Séance du 4 juillet 1861. — Lecture, par M. Lespiault, d'un travail intitulé : *Note sur les petites planètes situées entre Mars et Jupiter*, travail imprimé dans le premier cahier du tome II.

Lecture, par M. Baudrimont, d'un Mémoire rédigé à l'occasion du

congrès de chimistes qui a siégé à Carlsruhe le 3 septembre 1860. Ce Mémoire se trouve aussi dans le premier cahier du tome II.

Séance du 18 juillet 1861. — Lecture par M. Bazin : 1° d'une Note sur l'anatomie de la région cervicale de l'ornithorhynque ; 2° d'une Note sur la cinquième paire de l'éléphant des Indes ; 3° d'une Note sur le système nerveux, et particulièrement sur le grand sympathique, du marsouin. Ces trois travaux figurent, dans le premier cahier du tome II, sous le titre collectif de *Notes sur l'anatomie comparée du système nerveux.*

Séance du 25 juillet 1865. — Cette séance supplémentaire a été tenue principalement pour la lecture d'un travail inséré par M. Glotin, dans le premier cahier du tome II, sous le titre d'*Essai sur les propulseurs à mouvement alternatif.*

ANNÉE 1861-1862.

Président : M. LESPIAULT. — *Secrétaire :* M. MARX.

Séance du 5 décembre 1861. — Élections, mais, en outre, communication scientifique intéressante de médecine vétérinaire, sur laquelle le procès-verbal s'exprime ainsi qu'il suit :

M. Dubourdieu montre à la Société un calcul vésical extrait par lui d'une jument dans les conditions suivantes. Il y a quatre ans, il fut appelé pour donner ses soins à une bête malade, âgée d'une vingtaine d'années. Il constata tous les symptômes d'une colique stercorale. Cependant, l'animal s'étant levé, M. Dubourdieu remarqua qu'il laissait échapper goutte à goutte une urine sanguinolente ; la vessie était pleine et la strangurie manifeste. M. Dubourdieu s'assura alors, en passant le bras droit dans le rectum de l'animal, de l'existence d'un corps dur dans la vessie. La dilatation directe du canal de l'urètre lui permit de constater que ce corps était engagé dans le col, qui était vivement contracté. Après avoir repoussé le calcul, M. Dubourdieu débrida le col dans une grande étendue, et parvint ainsi à extraire, non sans peine, une pierre du poids de 745 grammes. La jument, ainsi débarrassée, laissa échapper une grande quantité d'urine et de sang, et entra immédiatement dans la voie de la guérison, qui fut complète moins de quinze jours après. Toutefois, depuis lors, et durant les sept ou huit mois pendant lesquels M. Dubourdieu eut occasion de revoir la bête, il y eut une incontinence d'urine, que notre collègue attribue soit à la paresse

des organes, due à l'âge avancé de l'animal, soit à quelque lésion éprouvée par le col de la vessie.

M. Dubourdieu ayant manifesté l'intention de déposer le calcul dans le musée anatomique de l'École de Médecine de Bordeaux, M. Abria émet le vœu qu'il soit, au préalable, soumis à une analyse chimique.

M. Azam pense que l'analyse aura pour résultat d'établir que ce calcul est un urate de chaux. Il désire qu'il soit scié pour qu'on en puisse voir les couches concentriques.

M. Micé fait observer que les calculs uriques sont très rares chez les herbivores et qu'il est plus probable que celui-là est un oxalate de chaux à structure mamelonnée, comme les calculs vésicaux.

M. Azam attribue l'incontinence d'urine qui a persisté chez la jument au défaut de cicatrisation des sphincters coupés pendant l'opération.

M. Oré rappelle qu'un calcul plus considérable encore a été extrait de l'homme par le professeur Alquié, de Montpellier. Ce calcul pesait 815 grammes et n'a pu être enlevé que par des moyens spéciaux, à l'emploi desquels le malade a succombé.

M. Dubourdieu dit que sa communication est surtout intéressante par ce fait que les auteurs de médecine vétérinaire nient l'existence de calculs vésicaux chez la jument.

Séance du 19 décembre 1861.— M. Marx donne lecture du résumé d'un Mémoire intitulé : *Des Accidents fébriles à forme intermittente, et des phlegmasies à siége spécial qui suivent les opérations pratiquées sur le canal de l'urètre.* Ce résumé a été inséré dans le deuxième cahier du tome II des Mémoires de la Société.

A propos de ce travail, M. Bazin dit qu'il a vu des malades de Ségalas chez lesquels il était survenu des accidents formidables à la suite du cathétérisme, et un entre autres qui mourut comme frappé d'apoplexie au moment où se détacha de son urètre une escharre faite par le nitrate d'argent. Il prouve qu'il ne faut pas aller chercher loin la cause phénoménale qu'on observe dans des cas analogues; elle est toute dans l'ébranlement causé au système nerveux par la douleur que produit l'opération. Quant aux collections purulentes, il les considère comme étant le résultat d'une véritable pyohernie.

M. Marx répond que la théorie émise par M. Bazin pour expliquer les accès fébriles n'est pas nouvelle, mais est aujourd'hui reconnue inexacte par tous les auteurs; les faits prouvent que c'est souvent après le cathétérisme le plus simple, et sans qu'il y ait eu la moindre douleur produite, qu'on observe les accès. Quant aux collections purulentes, elles n'ont en aucune façon les caractères de celles qui résultent de l'infection purulente. Les caractères qui les distinguent sont longuement

exposés dans le travail qui fait le sujet de la présente communication. Il y a empoisonnement par l'urine dont les matériaux sont mal éliminés par le rein, et non par le pus, car souvent les accidents se produisent sans plaie, ni déchirure antérieure.

M. Azam insiste longuement sur les différences qui séparent les phlegmasies uréthrales des collections ordinaires de l'infection purulente. Il fait remarquer combien sont pratiquement utiles les expériences tentées sur les animaux, parce qu'elles ont pour but de fixer le chirurgien sur les conditions dans lesquelles se produisent certains états pathologiques, et lui permettent de chercher les moyens à l'aide desquels il lui sera possible de les éviter.

M. Baudrimont fait remarquer combien l'apparition d'accès fébriles à forme intermittente, à la suite de certaines opérations chirurgicales, est digne d'attirer l'attention. De même, en effet, qu'on est arrivé à admettre l'influence d'un état morbide de certains viscères et de la rate, surtout sur la production des fièvres paludéennes, de même on arriverait peut-être à conclure qu'une modification imprimée à l'appareil urinaire est la cause des accidents qui font le sujet de la discussion actuelle.

M. Micé trouve que l'expression de *lésion fonctionnelle des reins,* employée par M. Marx, est par trop organicienne.

M. Marx répond qu'il n'a voulu caractériser par ce mot que les cas dans lesquels on n'avait rencontré, après la mort, aucune altération matérielle des reins.

M. le docteur Delmas fait une communication verbale, dans laquelle il appelle l'attention de ses collègues sur les bains électro-chimiques du docteur Caplin, de Londres, et demande des conseils sur le meilleur mode d'installation de ces bains dans son établissement d'hydrothérapie.

MM. Baudrimont, Micé, Royer répondent à la demande de M. Delmas; mais l'attention de la Société se porte plus spécialement sur ce fait, que le courant électrique aurait extrait du mercure en nature des différentes parties du corps du docteur Caron, qui s'était soumis une fois à cette médication et avait fait peu ou point usage de mercure antérieurement.

M. Baudrimont pense d'une manière générale que ces bains peuvent produire de salutaires effets d'excitation sur l'organisme. Quant à la séparation du mercure, il se rappelle avoir lu des faits dont il est loin d'affirmer l'authenticité, dans lesquels on aurait retrouvé dans des articulations du mercure prescrit en frictions aux malades. Quant au fait actuel, l'honorable membre ne pense pas que le mercure extrait par le courant d'une combinaison se serait montré en nature, mais qu'il se serait amalgamé avec le métal de la baignoire.

Séance du 9 janvier 1862. — M. Glotin lit un travail sur la dispo-

sition des rangs de rames sur les navires anciens. Il met d'abord sous les yeux des membres de la Société diverses planches destinées à faciliter l'intelligence de ce qu'il va lire.

Le Mémoire établit que la question est restée sans solution satisfaisante, bien qu'il suffise de modifier très peu l'une des hypothèses émises, celle des séries de gradins, et d'obliquer une série, pour pouvoir placer un nombre suffisant de rameurs ayant toute l'aisance désirable.

M. Glotin entre dans quelques détails sur la disposition probable des navires de divers ordres, et particulièrement de la tessaracontère. La possibilité de restituer ce navire constitue la meilleure preuve à l'appui du système. M. Glotin établit ensuite que les liburnes étaient des navires à plusieurs rangs de rames, et donne leur disposition probable.

La conclusion de ce travail est qu'il est possible, ce que l'on ne croyait plus, de disposer un grand nombre de rangs, et qu'il est désirable que l'étude de cette question revienne à l'ordre du jour.

M. Rodet, prévenu par sa lettre de convocation de la nature du sujet qui allait être traité dans la séance, a fait quelques recherches dans des ouvrages d'archéologie. Il y a trouvé la confirmation des opinions de M. Glotin. Ainsi, dans le *Dictionnaire des antiquités romaines et grecques,* d'Anthony Rich, traduction de M. Chéruel, une figure donnée au mot *Ordo* représente les rameurs d'une trirème placés, à chaque rang superposé, un peu en arrière du rameur correspondant du rang inférieur.

M. Baudrimont fait observer que la construction des navires à rames n'est pas entièrement perdue, et que l'on possède encore des pierres gravées qui les représentent.

Quelques membres avaient combattu l'idée que les rangs superposés pussent être placés de plus en plus loin de l'axe du bâtiment. M. Rodet pense que cette disposition ne pouvait qu'assurer la stabilité du navire. Elle permet de placer à une moindre élévation, au-dessus de la ligne de flottaison, le pont du bâtiment qui était chargé d'hommes et de machines de guerre. Par conséquent, le centre de gravité de la partie extérieure à l'eau était moins élevé, et il était plus facile d'abaisser le centre de gravité général au-dessous du métacentre. Enfin, la grande distance des rameurs de l'axe du bâtiment ne faisait que rendre plus faciles les évolutions de ce dernier, en augmentant le bras de levier au bout duquel se transmettait l'action des rames.

Un dessin, inséré dans le *Dictionnaire encyclopédique* de M. de Vorrepierre, représente une galère du XVIe siècle, dans laquelle les rameurs sont en surplomb au-dessus de l'eau.

Séance du 23 janvier 1862. — M. Oré communique à la Compagnie

plusieurs expériences physiologiques faites par lui sur la transfusion du sang; on en trouve les détails dans le Mémoire inséré par cet honorable membre dans le deuxième cahier du tome II des *Actes de la Société*. La fin de cette communication et la discussion des résultats sont renvoyées à la prochaine réunion.

Séance du 6 février 1862. — M. Oré termine l'exposé de ses expériences sur la transfusion du sang, et une discussion s'engage sur les résultats signalés par lui.

M. Baudrimont dit qu'il a depuis longtemps la pensée que l'air introduit dans les veines tue, parce que, arrivant au poumon, il s'oppose par son oxygène à l'endosmose nécessaire pour que l'oxygène introduit par les voies respiratoires puisse revivifier le sang veineux; de là, suspension de la respiration, et, par suite, des mouvements du cœur. L'oxygène à l'intérieur des vaisseaux capillaires du poumon exerçant une action en sens inverse de celui contenu dans les cellules de cet organe, il en résulte deux actions opposées qui se détruisent mutuellement.

Relativement à l'expérience par laquelle M. Oré a prouvé que l'excitation galvanique du pneumo-gastrique permet à un animal de tolérer l'air injecté dans les veines, M. Baudrimont demande des explications sur la manière dont le courant électrique a été appliqué. D'après le mode que l'auteur lui indique, il ne croit pas que le courant puisse sortir du tronc principal pour aller agir sur le plexus cardiaque et réveiller ainsi un cœur dont la paralysie ne lui paraît nullement démontrée, mais il attribue le rétablissement de la vie à une excitation générale.

M. Oré fait remarquer qu'il n'a fait cette expérience que parce qu'il avait observé l'absence tout à fait insolite des contractions du ventricule droit, absence qu'il attribuait à une paralysie musculaire.

M. Azam pense que l'électricité, appliquée au pneumo-gastrique, agit d'abord comme stimulant de la respiration, que cette stimulation se transmet à la circulation, et qu'ainsi l'air est mécaniquement chassé du cœur. C'est par la même élimination que peut s'expliquer la persistance de la vie quand l'air a été introduit en petite quantité. Une expérience bien simple consisterait à exciter le pneumo-gastrique par le pincement, et à voir si la vie ne persisterait pas.

M. Oré répond que cette expérience a été faite sans résultat.

M. Bazin pense, avec M. Oré, que la stimulation du tronc principal se répand à toutes les branches qui en dépendent. Quant à l'explication de M. Azam, l'honorable membre la repousse; il se rappelle avoir pratiqué l'autopsie d'un individu qui, asphyxié par l'acide carbonique, faisait, avant de mourir, de très grands efforts respiratoires. Sur le

cadavre, l'air, au lieu d'être chassé, s'était accumulé en grande quantité.

M. Azam croit pouvoir attribuer cette accumulation à l'amplitude des inspirations.

Séance du 20 février 1862. — M. Baudrimont expose que l'empois d'amidon perd sa consistance par l'acide sulfurique dilué, bien avant que la dextrine se forme, ainsi que l'on peut s'en assurer par l'action de l'iode. Il a pensé que ce fait pouvait être attribué à la destruction des granules de fécule et à la séparation des globulins qui les forment, et qu'il avait observés pour la première fois en 1831. En effet, si l'on examine au microscope le produit de cette réaction, on trouve que les globulins sont complètement libres et parfaitement visibles. L'eau très acidulée ayant été décantée et remplacée par de l'eau distillée plusieurs jours avant l'observation, les globulins ont présenté un diamètre de 0,00375 de millimètre.

Le même membre expose encore qu'à l'occasion de l'odeur d'hydrogène sulfuré, acquise par le vin provenant de vignes soumises à l'action du soufre pour les préserver de l'oïdium, il a comparé l'emploi de l'acide sulfureux, que l'on avait proposé pour détruire cette odeur, à celui du chlore, qu'il croyait préférable. Effectivement, si l'on ajoute comparativement, dans une dissolution d'hydrogène sulfuré, de l'acide sulfureux et du chlore dissous, on obtient un dépôt de soufre beaucoup plus abondant par ce dernier corps que par le premier. D'où il est facile de conclure que le vin traité par l'acide sulfureux retient un acide du soufre. Cela lui a donné l'occasion d'étudier la réaction des acides sulfhydrique et sulfureux en puissance de l'eau et des produits qui en résultent.

A froid, on obtient de l'acide pentéthionique, qui est fort instable et abandonne du soufre spontanément ou lorsqu'on l'unit aux bases, et pourrait par cela même n'être pas un véritable acide, mais un mélange d'acide tétrathionique et d'hydrogène sulfuré.

L'acide tétrathionique est beaucoup plus stable et peut être obtenu en opérant avec l'eau portée à une température de 60 à 80 degrés et un excès d'hydrogène sulfuré; le dépôt du soufre se forme immédiatement, et l'acide peut être facilement décanté.

Cet acide est susceptible de cristalliser par une évaporation spontanée dans l'air sec; il donne de longs prismes filancartaux, qui se disposent quelquefois en arborescences.

Un des acides qu'il a obtenus dans les expériences qu'il a faites, étant chauffé, ne se trouble qu'à la température de l'ébullition et se réduit en acide sulfureux, qui se dégage en soufre qui se dépose, et une petite quantité d'acide sulfurique qui demeure dissous.

Saturé par la potasse ou par la soude, cet acide donne un dépôt de soufre. Le produit filtré jouit de la propriété de dissoudre le chlorure d'argent. Traité par l'acide sulfurique, il abandonne de l'acide sulfureux et donne un nouveau dépôt de soufre et de l'acide sulfureux, qui se dégage avec effervescence lorsque la liqueur est assez concentrée.

Ces derniers produits possédant les caractères des hyposulfites, l'acide employé à les former ayant perdu du soufre en s'unissant aux bases, on est conduit à penser qu'*il existe une série thioneuse, comparable à la série thionique, et qui serait représentée par* SO_2, S_2O_2, etc.

Cet acide présente des réactions analogues à celles offertes par les acides tétra et pentéthionique. Par l'addition de l'azotate mercureux, il donne un précipité *gris* abondant; par celle du cyanure mercurique, il donne un précipité d'un jaune magnifique, qui se forme lentement.

Le bichlorure de mercure et les azotates de bismuth et de plomb donnent des précipités blancs; l'azotate d'argent, un précipité rouge foncé, qui devient bientôt brun.

Les sels de magnésium, de zinc, de cadmium, de ferrosum et de cuivre ne donnent rien d'apparent.

Comme les acides de la série thionique, il donne des précipités blancs (peut-être de soufre) avec les sels de potasse, de soude et d'ammoniaque.

Ces acides ont été soumis à l'analyse par divers procédés, et il n'est que l'acide tétrathionique qui ait présenté des propriétés et une composition constantes.

Séance du 6 mars 1862. — M. Prat présente à la Société un échantillon d'iodure de silicium, corps qu'il croit avoir obtenu le premier, et par un procédé tout différent de celui qui donne le chlorure correspondant.

M. Abria, qui a terminé les expériences dont il a donné le résumé dans les séances du 15 mai et du 20 juin 1861, donne lecture du Mémoire qu'il a rédigé sur les lois du magnétisme de rotation.

Séance du 20 mars 1862. — A propos du travail lu par M. Abria dans la précédente réunion, M. Rodet présente quelques considérations résumées dans la note suivante :

En admettant comme exacte, pour des couches infiniment rapprochées dans la plaque influente, la loi de la raison inverse du carré de la distance, on peut traiter la question comme suit :

Si l'on prend pour abscisses les distances du pôle d'aimant aux couches et pour ordonnées les actions exercées sur ce pôle par les mêmes couches, on obtient une courbe dont la surface est la résultante de ces actions et dont le centre de gravité est le point d'application de cette

résultante. L'équation de la courbe étant $y = \frac{A}{x^2}$, la formule du centre de gravité $x\int ydx = \int xydx$ devient, dans les limites d et $d + \varepsilon$ (ε épaisseur de la plaque),

$$x\int_d^{d+\varepsilon} \frac{dx}{x^2} = \int_d^{d+\varepsilon} \frac{dx}{x}$$

$$x\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d+\varepsilon}\right) = ln\,\frac{d+\varepsilon}{d},$$

ou, en posant $d = m\varepsilon$,

$$x = \varepsilon m\,(m+1)\,ln\left(1 + \frac{1}{m}\right).$$

L'existence du logarithme explique peut-être la présence de l'exponentielle dans la formule de M. Abria, qui suppose x indépendant du rapport m. En développant le logarithme en série, on a :

$$x_1 = d + \varepsilon\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2.3m} + \frac{1}{3.4m^2} - \frac{1}{4.5m^3} + \frac{1}{5.6m^4} - \frac{1}{6.7m^5} + \ldots\right).$$

En cherchant quelle valeur il faut donner à m pour avoir

$$x = d + \frac{43}{100}\varepsilon,$$

on trouve, en s'arrêtant au terme du second degré, 1,6666; au terme du quatrième degré, 1,7777; au terme du sixième, 1,8888, etc.

L'analyse montre également jusqu'à quel point on peut admettre cette formule et quelle correction il faut lui faire subir pour agir rigoureusement.

Soit ds la longueur d'un élément de courant développé dans la plaque par l'influence de l'aimant, l'action qu'il exerce par le pôle de cet aimant a pour valeur $\varphi = \frac{\mu\, i\, ds}{2}$ et est dirigée perpendiculairement au plan du pôle et de l'élément de courant, ce qui exclut, dans le cas présent, tout courant dirigé suivant le rayon dont l'actoin est horizontale. ds est donc perpendiculaire au rayon, et la plaque peut être considérée comme parcourue uniquement par des courants circulaires.

Soient ρ et ω les coordonnées polaires du centre de ds. A la distance du pôle, au centre de la plaque infiniment mince à laquelle il appartient, on a $r^2 = x^2 + \rho^2$, et, si f est la composante de φ dirigée perpendiculairement au plan, $f = \frac{\rho}{r}\varphi$; enfin, admettons $i = \frac{K\mu}{r^n}$, K étant une constante spécifique, r^n une puissance quelconque de la distance, la formule devient

$$f = \frac{K\mu^2 \rho d}{r^2 + n + 1}.$$

En passant du cercle de rayon ρ au cercle voisin, ds, pour un même $d\omega$, augmente de $d\rho\, d\omega$; donc

$$df = \frac{K\mu^2 \rho\, d\rho\, d\omega}{r^2 \pm n + 1},$$

et la résultante ψ, pour toute la plaque, est

$$\int_0^R d\rho \int_0^{2\pi} \frac{K\mu^2 \rho d\omega}{(x^2 + \rho^2)\, 1 + \frac{x+1}{2}} = \pi n K\mu^2 \int_0^R \frac{2\rho\, d\rho}{(x^2 + \rho^2)\, 1 + \frac{n-1}{2}} =$$

$$= \frac{\pi K\mu^2}{n+1}\left(\frac{1}{x^{n-1}} - \frac{1}{(x^2 + R^2)\frac{n-1}{2}}\right),$$

$$F = \frac{\pi K\mu^2}{n+1} \frac{1}{x^{n-1}}\left(1 - \frac{n+1}{(x^2 + R^2)\frac{n+1}{2}}\right),$$

et, en faisant

$$\frac{R}{x} = \text{tang}\,\alpha, \quad F = \frac{\pi K\mu^2}{n+1} \frac{1}{x^{n+1}}\left(1 - \cos^{n+1}\alpha\right).$$

En faisant $n = 1$, c'est-à-dire en supposant que l'induction agisse en raison inverse de la simple distance, il était, pour l'action d'une plaque circulaire infiniment mince,

$$\frac{\pi K\mu^2}{2} \frac{\sin^2\alpha}{x^2}$$

Notre hypothèse précédente revient donc à supposer sin α constant quand α varie très peu, ce qui est admissible.

En appliquant, du reste, le même procédé de calcul à cette formule, on arrive à une autre plus approchée.

Voici, en effet, à part la constante

$$y = \frac{m'^2 \alpha}{x^2} = \frac{1}{R^2} \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \quad x = R \cot \alpha \ dx = -R \frac{d\alpha}{\sin^2 \alpha}$$

$$ydx = -\frac{1}{R} \operatorname{tang} \alpha \, d\alpha \qquad nydx = \operatorname{tang} \alpha \, d\alpha$$

et par conséquent

$$\frac{x}{R} \int \operatorname{tang}^2 \alpha \, d\alpha = \int \operatorname{tang} \alpha \, d\alpha,$$

et, à part les constantes qui disparaîtront dans l'intégrale définie,

$$\frac{x}{R} (\operatorname{tang} \alpha - \alpha) = - l \cos \alpha,$$

en remplaçant tang α par $\frac{R}{x}$,

$$x\left(-\frac{1}{x} + \operatorname{arctg} \frac{R}{x}\right) = l.x - l \sqrt{R^2 + x^2} \, .$$

Or, notre formule précédente donnait $x\left(-\frac{1}{x}\right) = lx$, on pourrait prendre l'intégrale définie, poser $R = m'\varepsilon$ comme on a posé $d = m\varepsilon$, et développer en série.

M. Abria fait remarquer qu'il a essayé ces calculs, mais qu'il n'a pu satisfaire aux conditions de l'expérience qu'en introduisant une exponentielle dans l'expression de la force. Puis, lorsqu'il fait agir des plaques vues sous le même angle, il trouve que le rapport des actions de ces plaques est celui des puissances de la distance, qui varient autour de 1,39, mais ne sont jamais 2.

Séance du 3 avril 1862. — M. Prat communique à la Société un moyen de reconnaître les taches produites par l'acide azotique sur la

peau, le linge, etc., dans les cas d'empoisonnement, et de reconnaître des traces d'azotate dans des analyses.

On fait dissoudre 2 p. de sulfate ferreux et 3 p. de sulfocyanure de potassium dans 10 p. d'eau. Si le sulfate est pur, la liqueur a la couleur des dissolutions de sels ferreux, tandis que s'il contient, comme d'ordinaire, du sous-sel ferrique, elle est jaune ou brun rougeâtre; dans ce cas, il faut ramener le sous-sel ferrique au minimum à l'aide de l'acide sulfhydrique. C'est ainsi, d'ailleurs, que, lorsque la liqueur vient à se colorer par l'action de l'air, on peut la rétablir dans les conditions normales. Cette liqueur est sans action sur les taches produites par l'iode, l'acide carbazotique et le laudanum de Sydenham, tandis qu'elle modifie ainsi qu'il suit les taches produites par l'acide azotique. Une tache produite sur la peau depuis deux heures se colore immédiatement en rouge intense foncé;

Après six heures, en rouge brun ;

Après vingt-quatre heures, en rouge;

Après trois jours, en jaune orange foncé.

Le linge imbibé d'acide azotique concentré ou étendu se colore en rouge de sang trois jours après avoir été exposé à l'air.

Cette liqueur est très utile pour caractériser les azotates; elle rend très manifeste la présence d'une quantité infiniment petite d'acide azotique libre, et l'on pourrait s'en servir avantageusement pour déceler des traces d'azotate, qui échappent à tous les moyens proposés jusqu'ici.

Dans ce cas, placer le sel à essayer dans une petite capsule de porcelaine; le traiter par l'acide sulfurique pur. Si c'est un azotate, il gardera sa couleur normale. Si l'on verse alors sur le tout un excès de liqueur d'essai, on obtiendra la couleur rouge de sang intense, qui résulte de l'action du sulfocyanure alcalin sur les sels ferriques.

Séance du 1er mai 1862. — Discussion sur les idées nouvellement émises dans la science sur l'accommodation de la vue aux diverses distances, à l'occasion d'une note sur ce sujet lue par M. le docteur Guépin, qui expose ce que l'on sait actuellement sur la structure du cristallin, et surtout sur sa contractilité.

M. Baudrimont expose que depuis longtemps il est convaincu que la forme du cristallin exerce une très grande influence sur la vision à différentes distances; qu'il ne pense pas que cet organe ait un foyer unique et comparable à celui des lentilles sphériques, et qu'il doit avoir un foyer jouissant d'une certaine étendue, ou plutôt une suite de foyers compris entre certaines limites. Pour démontrer cette opinion, il présente à la Société une lentille qu'il a fait construire exprès, et qui, effectivement, donne des images successives à différentes distances.

On admet généralement que la partie antérieure du cristallin a la forme d'un ellipsoïde de révolution sur son petit axe, et que sa partie postérieure a celle d'un ellipsoïde de révolution sur son grand axe ; de telle manière que cet organe est plus convexe en arrière qu'en avant.

N'ayant pu faire tailler une vue elliptiquement, il l'a fait faire de différentes courbures sphériques ou de différents foyers successifs, un central et deux autres produits par les anneaux qui l'entourent, et forment ainsi une espèce de lentille à échelon. En faisant varier la distance de la lentille à un écrou, on voit qu'elle donne successivement trois images fort nettes. Or, si au lieu d'anneaux on avait une courbe continue, on obtiendrait un foyer prolongé et des images sur une longueur assez grande.

Cette théorie de l'effet du cristallin complète celle qui a été présentée par M. Pouillet, et que l'on sait être fondée sur ce que le centre du cristallin serait plus réfringent que ses bords, et que l'on voit les objets rapprochés par le centre de cet organe et les objets éloignés par ses bords.

Séance du 15 mai 1862. — M. Abria communique à la Société les chiffres de l'inclinaison et de la déclinaison magnétiques à Bordeaux. Ce sont, pour l'inclinaison, 63° 36', et, pour la déclinaison, 19° 41'.

Lecture, par M. Lespiault, d'un travail sur les variations des éléments des planètes.

Séance du 12 juin 1862. — Affaires administratives.

Séance du 26 juin 1862. — M. Oré donne l'analyse du Mémoire qu'il a rédigé sur la transfusion du sang, et dont les résultats nouveaux avaient été communiqués à la Société dans les séances du 23 janvier et du 6 février 1862.

A ce sujet, M. Azam communique un fait d'introduction de l'air dans la veine sous-clavière à la suite d'une ligature de l'artère du même nom. L'application du doigt sur la veine blessée a immédiatement arrêté l'entrée du gaz, et il n'est survenu rien de fâcheux.

M. Prat présente à la Société un nouveau corps ; c'est un iodure de fer cristallisé, beaucoup plus stable que tous ceux qui sont connus. Sa composition correspondrait à celle de l'oxyde magnétique. Il est obtenu en faisant agir l'acide iodhydrique sur l'hydrate de sesquioxyde de fer.

Séance du 10 juillet 1862. — Rapports sur les brochures envoyées à la Société pendant l'année scolaire.

Séance du 24 juillet 1862. — Suite des rapports sur les brochures envoyées à la Société pendant l'année.

ANNÉE 1862-1863.

Président : M. BAUDRIMONT. — *Secrétaire* : M. GUÉPIN.

Séance du 4 décembre 1862. — Élections.

Séance du 18 décembre 1862.— M. Royer communique à la Société les expériences qu'il a faites sur un nouveau moyen de production d'alcaloïdes artificiels. Les résultats en sont consignés dans une note insérée dans le deuxième cahier du tome II des Mémoires.

A propos de la question mise au concours pour les prix de l'internat à Paris, *structure de la moelle épinière,* M. Bazin rappelle que, dès 1840, il avait publié, dans les *Comptes rendus de l'Académie des sciences,* le résultat de ses dissections. M. Brown-Séquard avait admis des filets récurrents pour expliquer certains faits qui se produisent dans les vivisections, par exemple le suivant : quand on coupe en travers l'un des cordons postérieurs de la moelle et qu'on excite successivement chacun des deux bouts, on trouve que c'est l'inférieur qui est le plus sensible. M. Bazin avait constaté que chaque racine, au moment où elle se réunit à la moelle, se divise en deux ordres de filets : 1° en filets ascendants ; 2° en filets obliques, qui se dirigent vers la corne de substance grise, la traversent et vont former sur la ligne médiane une espèce de raphé où les fibres d'un côté s'entre-croisent avec celles du côté opposé. Il se forme ainsi deux commissures : une postérieure, grise ; une antérieure, gris blanchâtre. Cette disposition explique très bien le phénomène qui a été rappelé, et d'autres encore, sans qu'il soit besoin de recourir à l'hypothèse de filets récurrents, hypothèse que M. Brown-Séquard lui-même n'admet plus.

Les nitrites chimiquement purs sont fort difficiles à préparer. M. Baudrimont, pour y arriver, a placé dans un creuset un mélange de 101 parties (1 équivalent) d'azotate de potasse et 6 parties (1 équivalent) de noir de fumée pur. Il a calciné et obtenu un sel liquide qui, versé sur une table de marbre, se solidifie et présente une élasticité analogue à celle du borax fondu. Le même produit a été préparé avec 101 parties d'azotate de potasse et 15 parties de sucre ou de fécule (CHO, poids correspondant à 1 équivalent de carbone).

Ce produit a servi pour obtenir l'acide azoteux (azotite hydrique), qui a été étudié et dont les propriétés seront publiées ultérieurement dans les *Actes de la Société.*

M. Prat annonce qu'il existe un bifluorure de platine, correspondant au bichlorure et se comportant comme lui vis-à-vis de la chaleur. C'est dire qu'il se décompose en deux temps quand on le calcine : il donne

d'abord du protofluorure de platine et du fluor, et plus tard le platine se réduit complètement. Le composé dont il s'agit, assez facile à obtenir, fournira peut-être le meilleur moyen de préparation du fluor.

Séance du 8 janvier 1863. — M. Baudrimont entretient ses collègues des expériences qu'il a faites relativement aux modifications que les phosphates éprouvent dans le sol arable. On peut en lire le détail dans le deuxième cahier du tome II. L'honorable membre reproduit sous les yeux de la Société les principales réactions qu'il a obtenues.

Séance du 23 janvier 1863. — M. Rodet présente une feuille de tabac complètement recouverte de cryptogames. Ses études spéciales lui ont fait reconnaître qu'il peut se développer trois espèces de moisissures sur la plante industrielle dont il s'occupe :

1° Les feuilles sont recouvertes par des taches blanchâtres, uniformes, dans lesquelles, au moyen d'une bonne loupe, on reconnaît des filaments assez semblables, comme aspect, à des filets d'amiante. Cette production n'est pas très nuisible ; elle se développe sous l'influence de l'humidité, et on peut en débarrasser les feuilles par la dessiccation suivie du battage, par une macération dans une décoction d'eau salée, ou par une fermentation opérée à la température de 25°.

2° Des taches absolument semblables aux précédentes, mais dont la coloration est jaune. Cette production est spéciale aux tabacs étrangers.

3° Les cryptogames de la troisième espèce, ceux que présente M. Rodet, sont liés à une altération profonde des feuilles qui se produit dans des conditions spéciales. Pendant la dessiccation chez le planteur il se produit tout à coup une odeur prononcée de champignon, et l'on voit sur les feuilles des taches qui ont l'aspect de cendres bleues. Au microscope, on aperçoit dans ces taches des tubes translucides d'un demi-millimètre de longueur et de $0^{m}02$ d'épaisseur. Ces tubes sont terminés par une tête entourée de sporules portés sur des filets et disposés en capitule comme les fleurs de l'oignon. Ces cryptogames se produisent surtout quand la maturation est incomplète, quand la chaleur est exagérée, c'est-à-dire quand elle dépasse 25° ; alors il y a fermentation, et le parasite se montre. Le plus souvent on observe cet accident chez les planteurs, qui, lorsque le tabac a de la peine à prendre couleur, mettent les feuilles en masse. A la fin de l'été dernier, M. Rodet a constaté ces faits à la Manufacture de Bordeaux. L'honorable membre pense que, pour éviter ces productions, les planteurs devraient, aussitôt qu'ils voient les masses s'échauffer, les défaire pour procéder à une nouvelle et plus complète dessiccation.

M. Baudrimont pense que le premier cryptogame est un *mycelium*, et que le deuxième est analogue au champignon rouge-orangé qu'on a

constaté dans le pain en 1847. Comme moyen de destruction de ces parasites, il propose les fumigations d'acide sulfureux. A son avis, ce sont les composés gazeux du soufre qui agissent contre l'oïdium, et, dans le cas présent, on pourrait les employer directement. S'il ne peut en être ainsi pour la vigne, c'est que l'expérience a démontré que l'acide sulfureux, absorbé en nature, fait périr les plantes.

M. Glotin fait observer que, si les champignons respirent à la manière des animaux, ils doivent être asphyxiés par les composés oxygénés du carbone, surtout par l'oxyde. Il serait peut-être aussi bon d'allumer simplement dans les séchoirs des réchauds de charbon.

M. Rodet répond que la fermentation, qui place les champignons dans une atmosphère d'acide carbonique, n'empêche pas leur développement.

M. Baudrimont signale un moyen facile d'observer les parois des cellules translucides; il suffit de mettre sur la pièce en observation une goutte d'eau de chaux, ou mieux d'eau de baryte : la base se carbonate, et les reliefs se prononcent, les parois des cellules ayant perdu de leur translucidité. L'honorable membre cite, comme ayant pu les constater par ce moyen, plusieurs faits relatifs à la structure des corps particulaires.

Séance du 5 février 1863. — M. Rodet expose que, dans la préparation de la nicotine, il a employé le sulfure de carbone à la place de l'éther : l'alcaloïde est ainsi tout à la fois, et plus abondant, et plus pur.

M. Prat entretient la Société d'un minerai qu'il a trouvé dans l'Ariége sous forme de rognons grisâtres d'apparence argileuse, minerai dans lequel il existerait un (et peut-être plus d'un) métal nouveau. Les réactions qui semblent justifier cette opinion sont minutieusement exposées.

Séance du 19 février 1863. — Rapports sur divers ouvrages reçus par la Compagnie.

Séance du 5 mars 1863. — M. Abria donne lecture d'un travail relatif à l'intensité de l'aimantation dans des conditions spéciales.

Séances du 19 mars et du 9 avril 1863. — Questions d'administration.

Séance du 23 avril 1863. — M. Glotin donne lecture du travail qu'il a inséré dans le deuxième cahier du tome II, travail intitulé : *De quelques moyens pratiques de diviser les angles en parties égales.*

Séance du 7 mai 1863. — M. Saint-Martin communique les observations qu'il a faites sur les caractères zoologiques, et surtout sur les mœurs de la fauvette gorge-bleue. On en trouve les détails dans le deuxième cahier du tome II.

Séance du 21 mai 1863. — Dépôt, par M. Brochon, des extraits qu'il a faits des procès-verbaux des séances de la Société. Lecture des plus intéressants de ces extraits.

Lecture d'une note de M. Baudrimont sur la réfraction et la dispersion de la lumière, note insérée dans le deuxième cahier du tome II.

Séance du 4 juin 1863. — Lecture, par M. Royer, du travail qu'il a inséré dans le deuxième cahier du tome II, sous ce titre : *Essai sur la constitution chimique de l'huile de schiste.*

Séance du 18 juin 1863. — Lecture, par M. Royer, du travail qu'il a inséré dans le deuxième cahier du tome II, sous ce titre : *Action du phosphore sur l'essence de térébenthine.*

Séance du 2 juillet 1863. — Rapport oral fait par M. Brochon sur un Mémoire de géologie envoyé par M. Tournouër. L'honorable membre profite de la circonstance pour communiquer quelques idées personnelles sur la constitution des terrains du département.

M. Baudrimont lit l'introduction d'un travail qu'il est en train de rédiger sur la théorie des ondes lumineuses. (Voir *Mémoires de la Société,* t. II, p. 203.)

Séance du 16 juillet 1863. — Lecture, par M. Bazin, du travail qu'il a inséré dans le deuxième cahier du tome II, sous le titre : *Mémoire sur le ganglion encéphalique du grand sympathique.*

Lecture, par M. Marx, des notices nécrologiques sur MM. Caillebois et Bouisson, qui sont placées en tête du deuxième cahier du tome II.

Séance du 13 août 1863. — M. Baudrimont communique, en l'accompagnant de réflexions, une observation d'empoisonnement par la vapeur de l'acide prussique. (Voir deuxième cahier du tome II.)

M. Prat donne lecture de la note sur le fluoride de chlore, qui figure dans le même volume.

ANNÉE 1863-1864.

Président : M. Oré. — *Secrétaire :* M. Prat.

Séance du 19 novembre 1863. — Élections.

Séance du 17 décembre 1863. — Affaires administratives.

Séance du 31 décembre 1863. — M. Baudrimont donne lecture de

son deuxième Mémoire sur la structure des corps. Ce travail est inséré dans le premier cahier du tome III des *Actes de la Société*.

Séance du 14 janvier 1864. — M. Prat communique un Mémoire, qui a été depuis inséré aussi dans le premier cahier du tome III, Mémoire intitulé : *Recherches analytiques sur un minéral contenant des corps particuliers.*

Séance du 28 janvier 1864. — M. Royer informe l'Assemblée qu'il s'occupe en ce moment d'une étude sur le goudron de Boghead; il a obtenu, par la distillation fractionnée, deux produits particuliers et intéressants qu'il fera connaître plus tard.

M. Prat donne lecture d'une première note sur le principe sucré des grands vins blancs de la Gironde, note qu'on trouve encore dans le premier cahier du tome III.

Séance du 11 février 1864. — M. Baudrimont fait un court historique des études qui ont été entreprises sur l'analyse chimique du cerveau; il rappelle les méthodes de Vauquelin et de Kuhn, ainsi que celles de MM. Couerbe et Frémy, qui y ont trouvé des corps gras qu'ils ont séparés par l'alcool ou par l'éther. M. Baudrimont a suivi une toute autre méthode : il a commencé par séparer anatomiquement les parties, puis il les a desséchées et traitées ensuite par divers dissolvants, parmi lesquels figure le sulfure de carbone, qui lui a permis d'extraire un produit nouveau insoluble dans l'éther et dans l'alcool, même bouillant. Il a vu que l'huile brune (éléencéphol de M. Couerbe) appartient presque exclusivement à la substance grise. L'emploi de ces dissolvants lui a permis de constater que les circonvolutions sont formées de couches superposées et emboîtées les unes dans les autres.

M. Billiot raconte que, d'après un journal anglais, en Amérique, dans les États-Unis, on a trouvé dans le terrain dévonien des fossiles qui jusqu'ici avaient été donnés comme appartenant exclusivement au terrain carbonifère. M. Baudrimont pense que ce fait exceptionnel peut être dû à un éboulement.

A propos des expériences de M. Chapt, qui a trouvé dans l'eau et dans l'air des globules blancs et verts identiques, M. Baudrimont soulève une question relative aux générations spontanées; il pense que les mêmes êtres ne peuvent vivre et dans l'eau et dans l'air, à moins de subir des métamorphoses, et il fait remarquer que c'est lui qui a appris à observer les êtres en suspension dans l'air, et qu'il a observé, dès 1830, les globulins de la fécule en mettant sur la glace d'un microscope un papier bleu-clair, et en faisant ombre avec la main au niveau du porte-objet.

En traitant les objets par l'eau de baryte ou de chaux, on les rend encore plus visibles, car alors ils s'incrustent et deviennent plus apparents. C'est ainsi que M. Baudrimont est même arrivé à mesurer le diamètre des globules de l'albumine. Dans le cours de ses expériences microscopiques, il a très bien vu l'air se modifier dans l'eau, sur les bords des branchies des jeunes batraciens, en constatant une différence dans l'indice de réfraction.

Enfin, M. Baudrimont ajoute que le *globule* est la première base de l'organisme, et que ce n'est que lorsqu'il est modifié à la périphérie qu'il se constitue en cellule qui absorbe des liquides, et peut offrir plus tard des noyaux.

Séance du 17 mars 1864. — Affaires d'administration.

Séance du 31 mars 1864. — M. Oré fait une communication sur un cas d'hermaphrodisme qu'il a récemment eu l'occasion d'observer à l'hôpital Saint-André chez une jeune fille de taille moyenne, brune, cheveux crépus, gentille, l'air triste, se plaignant de coliques. Soumise à un interrogatoire, ses réponses ont nécessité l'inspection des organes génitaux, laquelle a révélé les faits suivants :

Organes génitaux mâles évidents, clitoris extrêmement développé, testicules et scrotum à leur place ordinaire, mais plus petits.

Organes génitaux femelles à l'origine des bourses, mais dont l'ouverture n'était autre que celle du méat urinaire. Agée de vingt ans, non réglée, et n'ayant jamais eu d'érections. Cet être a été inscrit dans son pays comme fille et élevé comme telle; il a le sein d'un homme, mais toutes les allures d'une femme.

M. Azam rappelle avoir fait une observation du même genre, il y a cinq ou six ans, et qui a été publiée dans l'*Union médicale de la Gironde* avec une planche représentant l'appareil génital de son sujet.

M. Guépin communique un cas d'incongruence de la rétine. D'après cette observation, il résulte que la vision distincte, au lieu de se faire suivant l'axe principal de l'œil, se fait sur un axe secondaire, et faisant au moins avec l'axe principal un angle de 15°.

Séance du 28 avril 1864. — M. Delmas expose à l'Assemblée les résultats d'observations qu'il a faites, conjointement avec M. Dannecy, l'un des pharmaciens distingués de Bordeaux, sur les urines des diabétiques à l'aide de la teinture d'iode, réactif déjà proposé par M. Trousseau, et dont l'absorption, même en présence de l'amidon, servirait à dénoter les cas de *diabétès*. Des expériences nouvelles étant venues démontrer que le fait ne se reproduisait pas sur toutes les urines, M. Dannecy a cherché à élucider la question. Il conclut de ses expériences :

1° Qu'il existe probablement un corps particulier autre que le sucre dans l'urine de certains diabétiques;

2° Que ce corps est capable d'absorber la teinture d'iode, même en présence de l'empois, la formation de l'iodure d'amidon étant empêchée par la présence de ce corps, comme cela a lieu en présence des sulfures;

3° Que les sujets dont les urines absorbent la teinture d'iode doivent être compris exclusivement dans la catégorie des diabétiques graves, tandis que ceux dont les urines ne peuvent absorber que peu ou pas de teinture d'iode, formeraient une classe de diabétiques assez nombreuse pouvant vivre un plus ou moins grand nombre d'années, avec ou sans le secours de la thérapeutique.

D'après MM. Delmas et Dannecy, il existerait encore une troisième série de malades qui, tout en présentant tous les symptômes principaux du diabétès, n'auraient pas de sucre dans leurs urines. Dans ce cas, l'iode étant ainsi absorbé par l'urine, ils pensent que le corps que M. Mialhe a désigné sous le nom d'*albuminose* ne serait pas étranger à cette absorption. La production du principe extractif sulfuré augmente dans les cas de diabétès et d'albuminurie, et cette augmentation pouvant être constatée au moyen de l'iode devient l'indice d'une aggravation notable de ces divers états pathologiques.

M. Delmas fait cette communication au sujet d'un cas qu'il a observé chez un jeune homme de trente-un ans, et qui lui paraît devoir remplir toutes les conditions de ceux observés par M. Dannecy.

Séance du 14 mai 1864. — Expériences de spectroscopie générale faites par M. Abria. Vérification spectroscopique, faite par M. Prat, des résultats consignés dans le Mémoire lu par lui dans la séance du 14 janvier dernier.

Séance du 26 mai 1864. — M. Lespiault fait une intéressante communication sur le bolide d'Orgueil; il donne lecture d'une partie des lettres qu'il a reçues de divers points à ce sujet, et rend compte d'observations personnelles qui lui ont permis de déterminer la direction du météore, ainsi que sa hauteur au moment de l'explosion.

Séance du 16 juin 1864. — La Société reçoit une brochure de M. Dehérain, accompagnée d'une lettre réclamant la priorité sur M. Baudrimont au sujet des modifications que les phosphates éprouvent dans le sol arable, et demandant l'insertion de cette réclamation dans les *Mémoires* de la Compagnie. (Le travail de M. Baudrimont se trouve dans le deuxième cahier du tome II, et la présente note a pour but de satisfaire au désir exprimé par l'honorable savant.)

M. Baudrimont fait ressortir à quel point est peu fondée une telle réclamation : c'est bien avant 1859 (date de la brochure de M. Dehérain) qu'il a parlé avec détails, dans son cours de Chimie agricole, ainsi que ses auditeurs peuvent l'attester, des transformations qu'éprouvent les phosphates dans le sol arable. Du reste, M. Dehérain n'a nullement démontré que les phosphates fussent solubles dans les sels ammoniacaux, et, l'eût-il fait, il n'a pas indiqué dans quelles proportions s'effectue la dissolution.

Séance du 7 juillet 1864. — M. Prat relève une erreur, grave au point de vue thérapeutique, qui est consignée dans le formulaire de M. Bouchardat. D'après le savant professeur de la Faculté de Médecine de Paris, on peut considérer comme albumineuse toute urine qui précipite par l'acide nitrique et qui se trouble par la chaleur. Ce fait n'est pas toujours exact : M. Prat a eu l'occasion d'examiner, dans l'espace de cinq ou six ans, les urines de quatre sujets différents réunissant ces deux caractères considérés comme décisifs, et pourtant ces urines ne renfermaient pas la moindre trace d'albumine : le précipité était constitué par un mélange de phosphate de chaux, de phosphate ammoniaco-magnésien et de quelques traces d'acide urique.

ANNÉE 1864-1865.

Président : M. Azam. — *Secrétaire :* M. Solles.

Séance du 17 novembre 1864. — Élections.

Séance du 1er décembre 1864. — Communication tératologique de M. Luzun sur une transposition complète des organes. Il s'agit d'un jeune homme de vingt-sept à vingt-huit ans, chez lequel le cœur était à droite du sternum, la pointe dirigée à droite. L'aorte se dirigeait d'abord à gauche pour venir ensuite, en s'infléchissant à la hauteur habituelle, longer le côté droit de la colonne vertébrale. Les points d'origine des carotides primitives étaient aussi transposés ; le tronc brachio-céphalique, commune origine de la carotide primitive et de la sous-clavière, était situé à gauche de l'aorte au lieu d'être à droite. Le poumon droit présentait deux lobes, le gauche trois. Il n'existait qu'un rein, incliné et presque parallèle au plan antérieur de l'aorte. Il y avait deux capsules surrénales, ce qui, d'après M. Luzun, tend à démontrer l'indépendance de cet organe du rein. Le foie occupait l'hypochondre gauche, son gros lobe se trouvait à la place de la rate. Après une inclinaison à gauche, l'œsophage suivait le côté droit de la colonne dorsale.

Après cet exposé, M. Luzun fait un historique rapide des divers

exemples de cette anomalie consignés dans la science, et cite en particulier le cas observé par M. Cruveilhier.

M. Baudrimont trouve dans ses souvenirs un cas analogue à celui de M. Luzun, observé par lui à Paris sur le cadavre d'un individu mort dans le service de M. Bally, à l'hôpital de la Pitié.

Séance du 15 décembre 1864. — M. Baudrimont dit avoir observé que l'acide oxalique, à une température élevée, se déshydrate par simple dessiccation, et non pas seulement, comme l'indiquent les livres, par sublimation. Dans les deux cas, il perd 2 des 3 équivalents d'eau qui se trouvent dans l'acide commercial, et devient beaucoup plus volatil qu'on le pense généralement.

M. Houël donne une idée du travail qu'il se propose d'insérer dans le cahier du tome IV, et de l'importance des tables qui s'y trouveront.

Séance du 30 décembre 1864. — M. Luzun communique quelques observations qu'il a faites sur les toiles des aranéides orbitèles. Les toiles de ces animaux ne sont pas faites en forme de spirale continue; elles sont formées de circonférences s'emboitant les unes dans les autres, et sans continuité entre elles. Au point d'intersection des cercles avec les rayons de la toile existent des angles de diverses grandeurs. Il est dit dans quelques ouvrages d'histoire naturelle que les toiles sont plus adhésives à leur centre qu'à leur périphérie. M. Luzun ne croit pas qu'il en soit ainsi : il a projeté sur diverses toiles des graines de pavot, et a remarqué que ces graines adhéraient assez fortement aux fils périphériques, mais que le centre, qui présente cependant des fils plus rapprochés, n'en retenait aucune.

M. Micé demande à M. Luzun de quelle manière s'y prennent les araignées des champs pour jeter un premier fil au-dessus d'un chemin, d'un fossé, d'une flaque d'eau. M. Luzun croit que, partie par exemple d'une branche d'arbre et suspendue à son fil, l'araignée est portée par le vent de l'autre côté de l'obstacle à franchir; mais il n'a point d'observation directe à citer à l'appui de cette opinion.

M. Baudrimont a depuis longtemps remarqué qu'il est atteint de *daltonisme chromatique;* certaines nuances de rouge et de vert sont mal perçues par lui; au spectroscope, il ne peut apercevoir les raies rouge-sombre du strontium, du potassium et du lithium.

M. Baudrimont observe que cette affection de la vue est moins rare qu'on ne le croit généralement, et cite quelques personnes de sa connaissance qui en sont atteintes. Au point de vue étiologique, l'honorable membre croit à une paralysie partielle de la rétine, qui ne serait pas impressionnée par certains rayons lumineux.

Le spectroscope qui analyse les couleurs a donc permis de reconnaître que le daltonisme est dû à une insensibilité complète de la rétine pour certaines couleurs.

A l'appui du peu de rareté du daltonisme, M. Azam dit que plusieurs employés des chemins de fer confondent les couleurs rouges et vertes des lanternes des wagons ou des poteaux de signalement. Cette question étant importante, M. Sous demande qu'elle soit mise à l'ordre du jour de la prochaine séance. La Société accepte cette proposition.

M. Baudrimont dit aussi être sujet à des phosphènes très brillants, consistant en bandes lumineuses irisées disposées en zigzags, qui auraient une durée très remarquable. Cette maladie est fort rare. Cependant le regrettable docteur Grateloup en était affecté. M. Baudrimont l'attribue à un travail trop prolongé à une lumière vive, telle que celle de la lampe d'émailleur. Il y a remédié en employant, lorsqu'il se sert de cet instrument, des lunettes à grands verres d'un bleu très foncé.

M. Micé fait aussi une communication de pathologie oculaire; il a eu l'occasion d'observer une personne atteinte de strabisme divergent, et qui juge mal la distance des objets. Cette personne a pourtant subi, dans son enfance, la section du muscle droit externe. Si le strabisme s'est reproduit après l'opération, M. Micé croit que cela est dû à une cicatrisation du muscle coupé; il faudrait ici, comme l'indique M. Oré dans certains cas de bégaiement, non pas seulement couper le muscle, mais en enlever complètement une portion. Quant au défaut d'appréciation exacte de la distance des objets, M. Micé croit devoir l'attribuer au strabisme, mais ne s'explique pas très bien le mécanisme en vertu duquel il existe.

M. Azam croit devoir attribuer le défaut d'accommodation aux distances à une inégalité dans la force des muscles oculaires : l'œil du strabique, quand il change d'objets ou quand les objets de sa vision changent de distance, ne subit pas une pression ou un relâchement égal dans tous les sens.

Séance du 12 janvier 1865. — M. de Langlade signale la présence du titanate de fer dans l'hématite brune des environs d'Excideuil (Dordogne).

Le même membre montre à la Société un débris fossile trouvé dans le calcaire à astéries, et que M. Baudrimont croit être un os palatin de poisson.

Lecture, par M. Sous, d'un travail sur le daltonisme, qui est inséré dans le présent cahier.

Séance du 26 janvier 1865. — Rapport de M. Micé sur une brochure du docteur Kemmerer, membre correspondant, brochure intitulée :

De la réhabilitation du riverain des mers par l'industrie des rivages. A ce sujet, M. Azam signale les essais de culture du homard et de la langouste faits à Concarneau, dans la baie de Saint-Brieuc, par M. Coste.

M. Azam communique à la Société une observation intéressante d'aphasie qui vient à l'appui de celles de M. Broca pour établir la localisation de la faculté de la parole dans la troisième circonvolution de la base du lobe frontal gauche. On la trouvera dans le présent volume.

Séance du 9 février 1865. — Affaires administratives.

Séance du 23 février 1865. — M. Chatard communique à la Société une observation de monstruosité humaine, une *ectromélie bithoracique.*

L'ectromélie (de ἐκτρώω, *je fais avorter,* et μέλος, *membre)* signifie l'avortement, plus ou moins complet, d'un ou de plusieurs membres du corps. Il s'agit ici d'un avortement complet, puisqu'il y a absence totale de deux membres supérieurs. L'absence complète des membres est plus commune que l'absence d'un des segments des membres; c'est, du moins, l'opinion d'Isidore Geoffroy Saint-Hilaire. Ainsi l'ectromélie est plus commune que l'*hémimélie* (de ἥμι, *moitié,* et μέλος, *membre),* dans laquelle on constate, par exemple, l'absence de la main et de l'avant-bras avec persistance du bras et de l'épaule. Elle est moins rare aussi que la *phocomélie* (de φώκη, *phoque,* et μέλος, *membre),* dans laquelle on ne retrouve qu'un moignon très court, terminé par une main ou par un pied.

M. Chatard fait passer sous les yeux de ses collègues la photographie du monstre qu'il a eu occasion d'observer et procède à sa description anatomique. Ce que celle-ci offre de plus remarquable, c'est l'absence d'estomac : l'intestin grêle commençait par un cul-de-sac, et le gros intestin, au lieu de s'ouvrir par l'anus à l'extérieur, venait s'ouvrir dans le vagin. Cet intestin contenait du méconium. L'œsophage, car il y en avait un, se terminait au-devant de la colonne vertébrale par un cul-de-sac qui contenait un liquide filant, ressemblant assez bien au liquide synovial. La face était à peine ébauchée, puisqu'il n'y avait guère qu'un nez et qu'une bouche, encore cette dernière était-elle extrêmement petite. Sur le côté droit du visage, il y avait une apparence d'œil; ainsi l'on constatait une fente séparant deux petits voiles palpébreux, mais il n'y avait pas de globe oculaire. A gauche, cette fente n'existait même pas. Pas d'oreilles, ni à droite ni à gauche. La tête, extrêmement volumineuse, était celle d'un hydrocéphale. La ponction du crâne, pratiquée au milieu de la fontanelle antérieure, dont les dimensions étaient énormes, a donné lieu à l'écoulement d'une quantité considérable de liquide. Les membres inférieurs étaient assez bien con-

formés, avec cette particularité toutefois qu'un des pieds comptait deux orteils, et l'autre trois seulement.

Le monstre a vécu jusqu'au moment de son expulsion par la mère. Il était le produit d'une grossesse gémellaire. L'autre enfant était venu vivant et bien conformé. La mère était précédemment accouchée d'un autre enfant vivant et ne présentant aucun vice de conformation.

Séance du 9 mars 1865. — Lecture par M. H. Gintrac du mémoire inséré par lui dans le présent volume.

Séance du 23 mars 1865. — Lecture par M. Baudrimont d'un travail imprimé dans le présent cahier sous ce titre : *Observations sur la philosophie des sciences, et plus spécialement sur la nature des phénomènes.*

Séance du 6 avril 1865. — Lecture par M. Micé de ses mélanges de chimie pratique, insérés par lui dans le présent volume.

Séance du 20 avril 1865. — Lecture par M. Marx de la note imprimée dans le présent cahier.

Séance du 4 mai 1865. — M. Oré communique une observation ayant trait à la fois à la pathologie, à la chimie et à la physiologie. Il s'agit d'un enfant atteint de croup. Justement effrayé par les progrès du mal, M. Oré pratique, malheureusement *in extremis,* l'opération de la trachéotomie. M. Oré fait remarquer, à ce sujet, qu'il avait déjà pratiqué douze fois cette opération et que chaque fois la mort n'avait pas tardé à survenir, parce que toujours, et par trop d'enchaînement de circonstances, la trachéotomie avait été pratiquée dans la période d'asphyxie.

Pour bien faire comprendre à la Société qu'il s'agissait d'un cas grave et d'une véritable diphthérite laryngée et bronchique, quoique le symptôme pathognomonique fît défaut (l'expulsion des fausses membranes), M. Oré fait remarquer qu'à la suite de l'ouverture de la trachée, il n'observa pas ce que l'on voit si souvent en pareil cas, une espèce de résurrection des jeunes malades, un état de bien-être, qui trompe toujours un œil peu vigilant, mais qui ne saurait induire en erreur un médecin expérimenté. A la suite de cette opération, l'enfant eut des alternatives de bien et de mal jusqu'au troisième jour, où l'asphyxie fut au comble. En présence d'une mort prompte et certaine, M. Oré songea alors à recourir à un moyen qu'il dit n'avoir été encore mis en pratique par personne. Il eut l'idée de procurer à cet enfant le bénéfice des inhalations d'un air fortement chargé d'oxygène pur. Dans ces circonstances, notre collègue s'adressa à M. Baudrimont, qui s'empressa de

mettre à sa disposition une certaine quantité de ce gaz. M. Oré raconte que, par trois fois, un courant d'oxygène fut dirigé à travers la canule, jusque dans les profondeurs de l'arbre aérien du jeune malade, et que, chaque fois, l'enfant sembla renaître à la vie, reprit sa gaieté et se livra aux jeux de son âge. Cet état de bien-être, à la seconde inspiration d'oxygène, ne dura pas moins de deux heures. Obligé d'abandonner cet enfant, M. Oré recommanda au médecin traitant, dans les cas où les phénomènes d'asphyxie se reproduiraient, de recourir au moyen qui avait déjà sauvé l'enfant. Les inhalations furent faites, mais cette fois en pure perte, car le malade succomba.

Séance du 18 mai 1865. — Lecture d'un mémoire de M. Abria sur l'identité de la chaleur et de la lumière. Ce mémoire est destiné aux *Actes de l'Académie de Bordeaux.*

Séance du 1er juin 1865. — Lecture d'un Mémoire de M. Baudrimont sur la non-identité de la chaleur et de la lumière. Ce Mémoire se trouve dans le présent volume.

Séance du 15 juin 1865. — Lecture, par M. Sous, de considérations physiologiques venant à l'appui de l'identité de la chaleur et de la lumière. On les trouvera aussi dans le présent cahier.

Après chacune des trois lectures précédentes, ont eu lieu des discussions auxquelles ont pris part MM. Abria, Baudrimont, Royer, Micé, Sous, Glotin, Bazin, Azam, Oré.

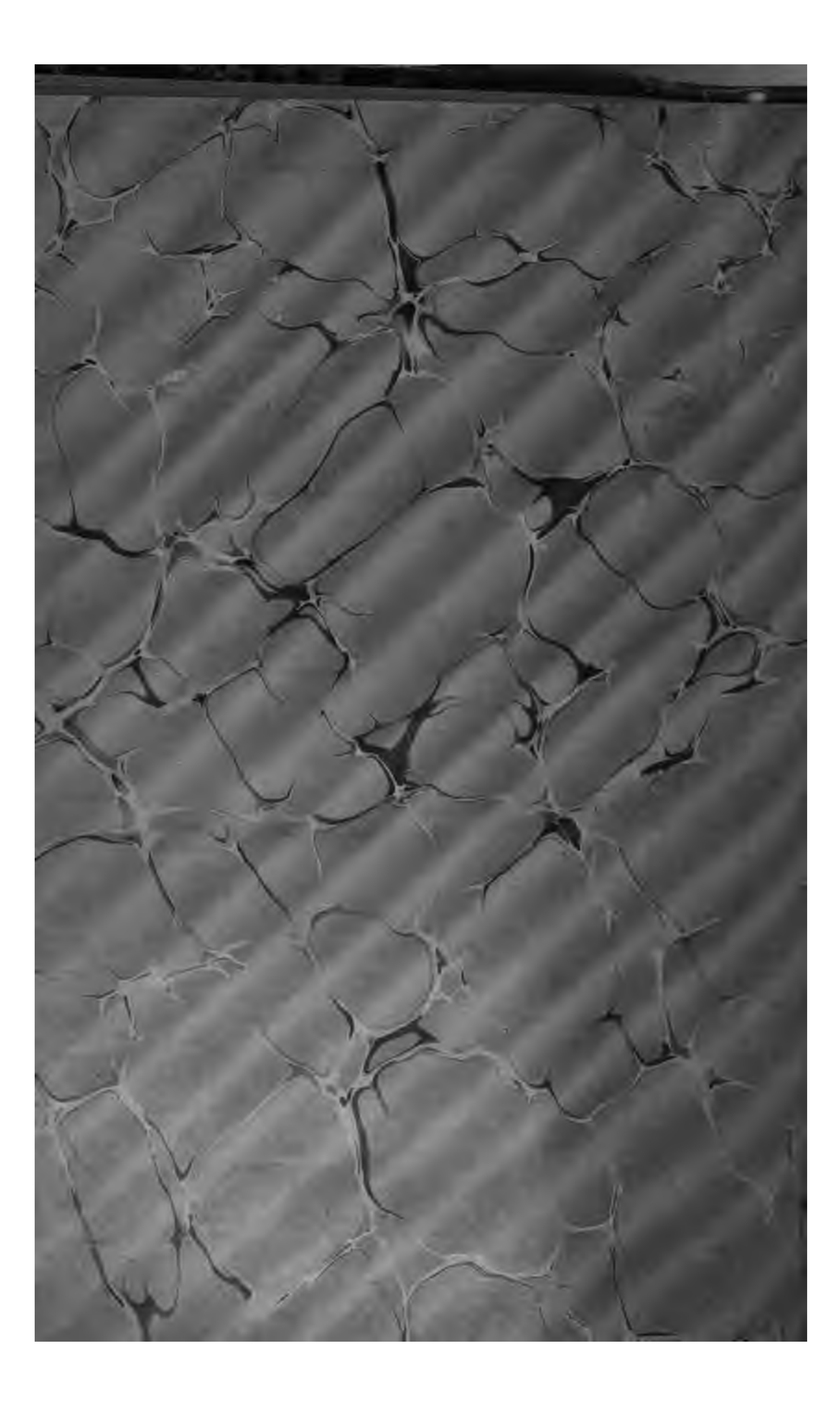
Séance du 6 juillet 1865. — Lecture par M. Baudrimont des deux Mémoires de mathématiques insérés par lui dans le présent volume.

Séance du 20 juillet 1865. — Lecture par M. Royer du travail publié par lui dans le présent cahier.

Lecture par M. Baudrimont d'observations relatives aux orages et à leur mode de formation. (Voir le présent cahier.)

TABLE DES MATIÈRES

Bordeaux. — Imp. G. Gounouilhou, rue Guiraude, 11.




UNIVERSITY OF MICHIGAN
3 9015 03540 8320

